TP6 - Graphique

Le module `matplotlib.pyplot` propose un grand nombre d' outils pour tracer tout type de courbes. Il est donc possible d'aller sur le site internet dédié à ce module https://matplotlib.org pour rechercher une réponse à toutes les questions qu'on peut se poser.
2^{10}

I Un premier exemple

On souhaite tracer la parabole d'équation $y = x^2$ sur l'intervalle $[-2; 3]$.

1. Ecrire une fonction `carre(x)` qui renvoie le carré de `x`.

2. Si on tape le programme suivant :

```
x = [1, 2, 3]
y = carre(x)
```

On obtient un message d'erreur :

`TypeError : unsupported operand type(s) for ** or pow() : 'list' and 'int'`

ce qui se traduit par : on ne peut pas appeler la fonction `carre` avec un argument de type `list`.

Pour remédier à ce problème, on convertit la liste `x` en `array`

Un `array` est un tableau (ou une matrice) contenant des éléments de même type.

```
import numpy as np # On importe le module numpy
x = np.array([1, 2, 3]) # On convertit la liste en array
y = carre(x)
print(y)
```

Sortie
[1, 4, 9]

Remarque : `carre` se comporte alors comme une fonction vectorielle.

3. Pour afficher la parabole sur $[-2; 3]$:
   - on définit un `array` `x` de 200 points allant de -2 à 3, contenant les abscisses des points de la courbe.
   - on définit un `array` `y` correspondant aux ordonnées des points de la courbe.
   - on utilise la fonction `plot(x, y)`.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
x = np.linspace(-2, 3, 200)
y = carre(x)
plt.plot(x, y)
```

Voici ce que l'on peut retenir sur les `array`

- `x = np.linspace(a, b, n)`
  `x` est un tableau contenant `n` éléments uniformément répartis dans `[a, b]`.
- `x = np.arange(a, b, p)`
  `x` est un tableau dont les éléments sont dans `[a, b[` avec un pas `p`.
- `x[i]` désigne l'élément d'indice `i` de l'`array x`.
- ```
  >>> x = np.array([0, 1, 2, 3])
  >>> y = 2 * x
  >>> y
  array [0, 2, 4, 6]
  ```

4. Mettre du « style ».
   - Tracer la courbe en vert.
   - Tracer la courbe en pointillé.
   - Epaissir le trait.
   - Mettre une légende.
   - Ajouter un titre.
   - Ajouter un titre au niveau des abscisses.
   - Ajouter un titre au niveau des ordonnées.
   - Ajouter une grille.
   - Avoir un repère orthonormé
  ```

- Ajouter les axes

Remarque : On peut construire `x` et `y` à l'aide de `array`, mais aussi à l'aide de `liste` en calculant point par point les éléments des listes.

```
x = np.linspace(-2, 3, 200)
y = []
for k in range(len(x)):
  y.append(x[k] ** 2)
```

Remarque : Soient $M_0(x_0, y_0)$, $M_1(x_1, y_1)$ et $M_2(x_2, y_2)$ trois points.

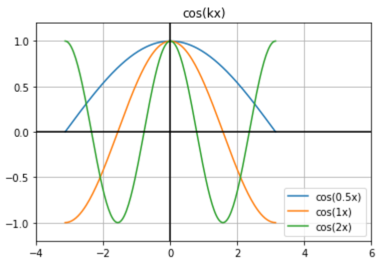
`plt.plot([x_0, x_1, x_2], [y_0, y_1, y_2])` dessine la ligne polygonale joignant M_0 à M_1, puis à M_2.

II Exercices

Q1. Dessiner la lettre T en rouge et en gras.

Q2. Tracer sur un même graphe, la fonction sinus en bleu, la fonction cosinus en vert, sur l'intervalle $[-2\pi; 2\pi]$.
Ajouter des légendes pour différencier les deux courbes.
Ajouter un titre.
Remarque : On doit utiliser le sinus « vectoriel » du module `numpy`.

Q3. Reproduire la figure suivante :




```
x = ....
for k in [0.5, 1, 2]:
     ....
     ....
     ....
     ....
```

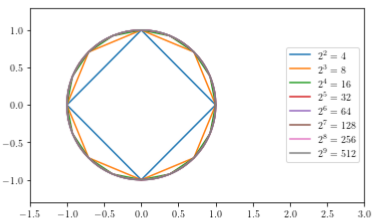
- Agrandir la fenêtre d'affichage :

- Modifier l'emplacement de la légende :

Q4. On rappelle que les racines n-èmes de l'unité ont pour coordonnées $\left(\cos k\frac{2\pi}{n}, \sin k\frac{2\pi}{n}\right)$ pour k allant de 0 à $n-1$.

1. Ecrire une fonction `coordonnees_polygone(p)` qui renvoie les listes `x` et `y` des abscisses et des ordonnées des sommets d'un polygone régulier à `p` côtés.
2. Tracer le polygone régulier à 5 côtés.
3. Créer un graphique contenant les polygones réguliers formés par les racines 2^p-èmes de l'unité, pour p allant de 2 à 9. Afficher la légende à droite.

Remarque : Pour afficher la légende, on utilisera `label = r"$2^{}={}$".format(p, 2**p)`



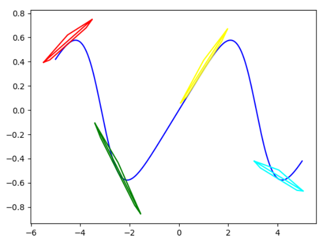
III Les bateaux sur l'eau

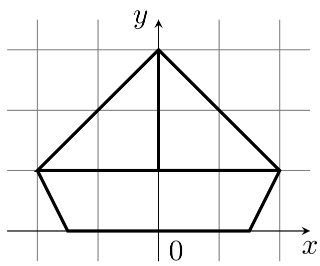
Soit $f : x \longmapsto \frac{\sin(x)}{\alpha+\cos(x)}$ avec $\alpha = 2$

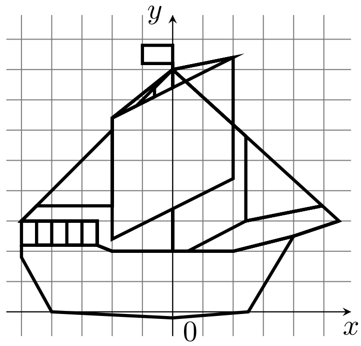
La courbe représentative de f sur l'intervalle $[-5, 5]$ représentera la mer.

On peut ajouter des bateaux au graphique. Ces bateaux doivent voguer sur les flots, donc être tangents à la courbe de f.

Un bateau sera représenté par une unique ligne polygonale. On commence par en construire un dont le point central en bas est l'origine du repère.







On peut définir `x_b` et `y_b` deux tableaux contenant les abscisses et les ordonnées du bateau.

Pour placer le bateau sur la courbe de f, au niveau d'un point d'abscisse x_0 et d'ordonnée $y_0 = f(x_0)$, il faut appliquer à chaque point du bateau de coordonnées (x, y) les transformations successives suivantes :

$$\binom{x}{y} \xmapsto{\text{homothétie}} \binom{x_1}{y_1} \xmapsto{\text{rotation}} \binom{x_2}{y_2} \xmapsto{\text{translation}} \binom{x_3}{y_3}$$

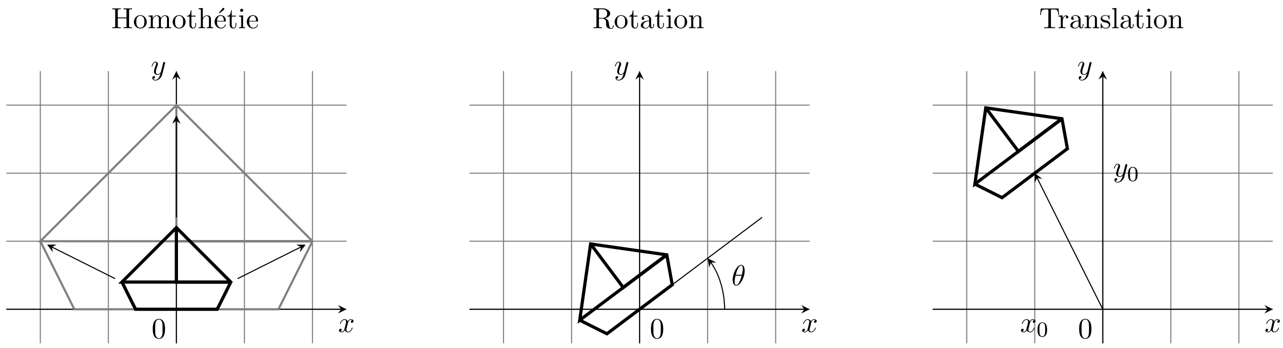
Plus précisément ces transformations sont :

- une homothétie $x_1 = hx$ et $y_1 = hy$, où h est un coefficient.
- une rotation d'angle $\theta = \arctan(f'(x_0))$, qui s'obtient par les formules :

$$x_2 = x_1 \cos\theta - y_1 \sin\theta \text{ et } y_2 = x_1 \sin\theta + y_1 \cos\theta$$

  La dérivée de f est $f'(x) = \frac{1+\alpha\cos x}{(\alpha+\cos x)^2}$

- une translation de vecteur (x_0, y_0) : $x_3 = x_2 + x_0$ et $y_3 = y_2 + y_0$



Q5. Afficher plusieurs bateaux sur la mer.