

Programme de colles
Semaine 8
du 20 au 24 novembre 2023

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. $\sqrt{2}$ est irrationnel.
2. \mathbb{Q} est dense dans \mathbb{R} .
3. Énoncé du théorème fondamental de l'analyse, énoncé et démonstration de son corollaire : si f est continue et F est une primitive de f alors $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$.
4. Calculer une primitive en reconnaissant une primitive usuelle, ou en linéarisant une expression trigonométrique, ou en utilisant les complexes.
5. Théorème d'intégration par parties.
6. Théorème de changement de variable dans une intégrale.

Exercices

Chapitre A4. Fonctions usuelles

- I. Fonctions hyperboliques
- II. Fonctions circulaires réciproques
- III. Autres fonctions classiques

Chapitre B4. Arithmétique

- I. Entiers
- II. PGCD et PPCM
- III. Nombres premiers
- IV. Congruence
- V. Rationnels

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitres B4 (Arithmétique), début du A5 (Primitives).

Chapitre A4. Fonctions usuelles

I. Fonctions hyperboliques

Cosinus, sinus, tangente hyperboliques. Formule $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$.

II. Fonctions circulaires réciproques

Fonctions arcsin, arccos, arctan.

Formules : $\cos \arcsin x = \sin \arccos x = \sqrt{1 - x^2}$, $\arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \pm \frac{\pi}{2}$.

III. Autres fonctions classiques

Fonctions valeur absolue (avec sa dérivée) et partie entière, notée $[x]$.

Chapitre B4. Arithmétique

I. Entiers

Diviseur, multiple. Division euclidienne dans \mathbb{Z} .

II. PGCD et PPCM

PGCD, algorithme d'Euclide. Relation de Bézout, calcul des coefficients.

PPCM. Formule $(a \wedge b)(a \vee b) = ab$.

Entiers premiers entre eux, théorème de Bézout, lemme de Gauss.

Généralisation à plusieurs entiers.

III. Nombres premiers

Nombres premiers, en nombre infini. Décomposition en produit de facteurs premiers.

Valuations p -adiques. Caractérisation de la divisibilité, formules pour le PGCD et le PPCM.

IV. Congruence

Définition, compatibilité avec l'addition et la multiplication. Petit théorème de Fermat.

V. Rationnels

Définition, forme irréductible. Stabilité par somme, produit, quotient. L'écriture décimale d'un rationnel présente une ration (sans démonstration). Irrationalité de $\sqrt{2}$.

Nombres décimaux (\mathbb{D}).

Densité de \mathbb{Q} et de $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ dans \mathbb{R} .