

## Programme de colles n° 22

SEMAINE DU 25 AU 29 MARS 2024

### Chapitre 15 : Espaces vectoriels

- III. Familles libres, familles génératrices, bases

### Chapitre 16 : Applications linéaires

- I.1. et 2. Définition, composition, restriction
- I.3. Noyau et image
- II. Isomorphismes
- III. Endomorphismes remarquables (homothéties, rotations, projecteurs, symétries)

### **Questions de cours :**

*Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.*

- Définition d'une famille libre, d'une famille génératrice d'un sous-espace vectoriel, d'une base
- $(\beta_F$  génératrice de  $F$  et  $\beta_G$  génératrice de  $G$ )  $\Rightarrow$   $(\beta_F \cup \beta_G$  génératrice de  $F + G$ )
- $(\beta_F$  famille libre de  $F$  et  $\beta_G$  famille libre de  $G$  en somme directe)  $\Rightarrow$   $(\beta_F \cup \beta_G$  famille libre de  $F \oplus G$ )
- $(f \in \mathcal{L}(E, F)$  est injective)  $\Leftrightarrow$   $(\text{Ker}(f) = \{0_E\})$
- Linéarité de  $g \circ f$  lorsque  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  et  $g \in \mathcal{L}(F, G)$ , linéarité de  $f^{-1}$  lorsque  $f \in \text{Isom}(E, F)$ .
- Caractérisation d'un projecteur  $p$  par  $p \circ p = p$ , d'une symétrie  $s$  par  $s \circ s = \text{id}_E$