

Feuille de T. D. A1
Trigonométrie

1 Résoudre sur \mathbb{R} les équations suivantes.

- | | |
|-----------------|--|
| a. $\cos x = 0$ | e. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| b. $\sin x = 0$ | f. $\tan x = -\sqrt{3}$ |
| c. $\sin x = 1$ | g. $\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = 0$ |
| d. $\tan x = 0$ | h. $\tan(3x - \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ |

2 Résoudre sur \mathbb{R} les systèmes d'équations suivants.

- | | |
|--|---|
| a. $\begin{cases} \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ | c. $\begin{cases} \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$ |
| b. $\begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases}$ | d. $\begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{5}}{4} \\ \sin x = \frac{3}{4} \end{cases}$ |

e. $\cos x = \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3 Soit x un réel. Calculer :

- a. $\cos x$ si $\sin x = -\frac{1}{2}$ et $x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$
 b. $\sin x$ si $\cos x = -\frac{1}{3}$ et $x \in [0, \pi]$
 c. $\tan x$ si $\cos x = \frac{5}{6}$ et $x \in [-\pi, 0]$
 d. $\sin x$ si $\tan x = 5$ et $x \in [2\pi, 3\pi]$
 e. $\cos x$ si $\tan x = \frac{3}{2}$ et $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
 f. $\tan x$ si $\sin x = -\frac{4}{5}$ et $x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

4 a. Exprimer $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin 3x$ en fonction de $\sin x$.

- b. Résoudre l'équation : $\cos 3x = -2 \cos x$
 c. Exprimer $\cos 4x$ et $\sin 4x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$.

5 a. Calculer les valeurs du cosinus, du sinus, et de la tangente de $\frac{\pi}{12}$.

- b. En déduire les valeurs de $\cos \frac{5\pi}{12}$, $\sin(-\frac{17\pi}{12})$, $\tan \frac{5\pi}{12}$, $\cot \frac{7\pi}{12}$.
 c. Calculer les cosinus, sinus, et tangente de $\frac{\pi}{8}$.

6 Soit θ l'élément de l'intervalle $[0, \pi]$ tel que $\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

a. Calculer $\cos 2\theta$ et $\sin 2\theta$. En déduire que :

$$\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

b. Déterminer les signes de $\cos 8\theta$ et de $\sin 8\theta$.

En déduire un encadrement de θ d'amplitude $\frac{\pi}{16}$.

7 Soit x un réel et n un entier. Simplifier les expressions $\cos(x + n\pi)$ et $\sin(x + n\pi)$.

8 Résoudre sur \mathbb{R} les équations suivantes.

- a. $\cos x = \cos 2x$
 b. $\sin x = \sin 2x$
 c. $\sin x = \cos 2x$
 d. $\cos 2x = \cos(x - \frac{\pi}{3})$
 e. $\cos x = \sin(5x - \frac{\pi}{2})$
 f. $\tan 3x = \tan(\frac{2\pi}{3} - x)$
 g. $\tan x + \cot x = 0$
 h. $\tan x - \cot x = 0$
 i. $\frac{1+\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1-\cos x}$
 j. $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 0$
 k. $\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = \frac{1}{2}$
 l. $\cos x + \sqrt{3} \sin x + \sqrt{2} = 0$
 m. $\sin 2x + \sin 12x = \sqrt{2} \cos 5x$
 n. $3 \tan^2 x - 4\sqrt{3} \tan x + 3 = 0$
 o. $4 \sin x - 2 \sin 2x = \tan x$
 p. $2 \cos^3 x - \sin^2 x - 2 \cos x = 0$
 q. $\cos x + \cos(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(x + \frac{2\pi}{3}) = -1$
 r. $\cos x \cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(2x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{4}$
 s. $\sin x \sin(x + \frac{\pi}{4}) \sin(x + \frac{\pi}{2}) \sin(x + \frac{3\pi}{4}) = \frac{1}{8}$

9 Résoudre sur \mathbb{R} les inéquations suivantes.

- | | |
|--------------------------------|------------------------------------|
| a. $\sin^2 x \leq \frac{1}{2}$ | d. $\sin x < \sqrt{3} \cos x$ |
| b. $\tan x \geq 1$ | e. $\cos x + \sin x \geq 1$ |
| c. $\cos x \leq \sin x$ | f. $3(1 + \cos x) \leq 2 \sin^2 x$ |

10 Calculer les limites suivantes.

- | | |
|--|---|
| a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$ | f. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{\cos(x + \frac{\pi}{4})}$ |
| b. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{\cos x}$ | g. $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} \frac{\sin(x + \frac{\pi}{3})}{\sin 3x}$ |
| c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ | h. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x + \tan 9x}{\tan x + \tan 4x}$ |
| d. $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ | i. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan 2x \tan 3x$ |
| e. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cos(2x + \frac{\pi}{6})}{\sin(x - \frac{\pi}{6})}$ | j. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \tan(x - \frac{\pi}{6}) \times \tan(2x + \frac{\pi}{6})$ |

Alphabet grec ancien

alpha	α	A
bêta	β	B
gamma	γ	Γ
delta	δ	Δ
epsilon	ε, ϵ	E
zêta	ζ	Z
êta	η	H
thêta	θ, ϑ	Θ
iota	ι	I
kappa	κ	K
lambda	λ	Λ
mu	μ	M

nu	ν	N
xi, ksi	ξ	Ξ
omicron	o	O
pi	π, ϖ	Π
rho	ρ, ϱ	P
sigma	σ, ς	Σ
tau	τ	T
upsilon	υ	Υ
phi	φ	Φ
khi	χ	X
psi	ψ	Ψ
omega	ω	Ω