

**Programme de colles**  
**Semaine 3**  
**du 30 septembre au 4 octobre 2024**

**Questions de cours**

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Limites usuelles de trigonométrie. Démonstration en admettant la première.
2. Pour tout  $(a, b) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$  :  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .
3. Limites de la fonction  $\ln$  (en admettant un théorème).
4. Limite en  $+\infty$  de  $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$  (en admettant un théorème).

**Exercices**

**Chapitre A2. Calculs algébriques**

- I. Calculs sur les réels
- II. Sommes et produits
- III. Coefficients binomiaux
- IV. Systèmes linéaires

**Chapitre A3. Fonctions d'une variable réelle**

- I. Généralités sur les réels
- II. Généralités sur les fonctions
- III. Dérivation
- IV. Continuité
- V. Fonctions classiques

**Programme prévisionnel de la semaine suivante**

Chapitre A3.

## Chapitre A2. Calculs algébriques

### I. Calculs sur les réels

Valeur absolue, racine carrée, puissances :  $x^n$ ,  $x^{-n}$ ,  $x^{\frac{1}{n}}$ , propriétés calculatoires.

### II. Sommes et produits

Notations  $\Sigma$  et  $\Pi$ . Variable muette. Exemples à connaître :  $\sum_k k$ ,  $\sum_k k^2$ ,  $\sum_k k^3$ . Linéarité de la somme, somme des termes d'une suite arithmétique. Changement d'indice, sommes télescopiques. Somme des termes d'une suite géométrique. Formule  $a^n - b^n$ .

Sommes doubles, rectangulaires et triangulaires.

### III. Coefficients binomiaux

Factorielle, coefficients binomiaux :  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  si  $0 \leq k \leq n$ , 0 sinon. Symétrie, formule de Pascal :  $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$ , triangle de Pascal. Propriété : les  $\binom{n}{k}$  sont des entiers. Formule du binôme. Somme des coefficients d'une ligne du triangle de Pascal.

### IV. Systèmes linéaires

Systèmes linéaires de tailles  $(2, 2)$ ,  $(3, 2)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, 3)$ . Interprétation géométrique. Opérations élémentaires, algorithme du pivot de Gauss. Exemples de systèmes à paramètres.

## Chapitre A3. Fonctions d'une variable réelle

### I. Généralités sur les réels

Rappels sur la relation d'ordre sur  $\mathbb{R}$  : compatibilité avec les opérations, etc. Intervalles. Majorants, minorant d'une partie. Maximum, minimum d'une partie. Pas de bornes supérieures et inférieures pour l'instant.

### II. Généralités sur les fonctions

Exemples de graphes de fonctions du type  $x \mapsto f(x) + a$ ,  $f(x + a)$ ,  $f(ax)$ ,  $af(x)$ . Parité, périodicité. Sommes, produits, quotients de fonctions. Composition. Extrema, croissance.

### III. Dérivation

Définition de la dérivée. Tangentes. Liens entre la croissance de  $f$  et le signe de  $f'$  (sans démonstration). Dérivées usuelles, opérations, dont la composition. Dérivées  $n$ -èmes (sans la formule de Leibniz). Exemples : exp, cos, sin, ln.

### IV. Continuité

Définition, lien avec la dérivabilité. Théorème des valeurs intermédiaires, pas encore de bijection.

### V. Fonctions classiques

Fonctions polynomiales. Fonctions sinus, cosinus, tangente. Fonctions logarithme (népérien, décimal brièvement binaire), fonction exponentielle, fonctions puissance. Croissances comparées.

Plan d'étude d'une fonction : ensemble de définition, réduction grâce à la parité et la périodicité, dérivation, tableau de variations, limites (simples pour l'instant), tracé.