

Programme de colles

Semaine 15

du 19 au 23 janvier 2026

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Calcul du terme général d'une suite double-récurrente donnée.
2. Toute suite réelle convergente est bornée.
3. Si (u_n) et (v_n) convergent vers 0 alors $(u_n + v_n)$ converge vers 0.
4. Théorème d'encadrement.
5. Soit (u_n) une suite croissante. Si (u_n) est majorée alors elle converge vers sa borne supérieure.
6. Soit (u_n) une suite croissante. Si (u_n) n'est pas majorée alors elle tend vers $+\infty$.

Exercices

Chapitre A8. Développements limités

- I. Généralités
- II. Calculs de développements limités
- III. Développement limité en un point non-nul
- IV. Applications

Chapitre B6.

- I. Lois de composition internes
- II. Groupes
- III. Anneaux et corps

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitres A9 (Suites).

Chapitre A8. Développements limités

I. Généralités

Définition d'un DL en 0 à l'ordre n . Lien avec la continuité et la dérivabilité. Troncature, unicité, parité des DL. Forme normalisée.

Développements limités des fonctions usuelles : $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, e^x , $\cos x$, $\sin x$, $(1+x)^\alpha$, $\arctan x$, et $\tan x$ à l'ordre 3.

II. Calculs de développements limités

Somme, produit, composition, quotient de DL. Primitivation. Formule de Taylor Young, corollaire : une fonction de classe \mathcal{C}^∞ admet un DL à tout ordre.

IV. Développements limités en un point quelconque

On pose $h = x - a$, on obtient un DL en a .

V. Applications

Calculs de limites. Tangente et position relative. Asymptotes et position relative. Développement asymptotique. Exemple : formule de Stirling (sans démonstration).

Chapitre B6. Structures algébriques

I. Lois de composition internes

Définition. Commutativité, associativité, distributivité. Élément neutre, inverse et itérés. Sous-ensembles stables et loi induite. Morphismes.

II. Groupes

Définition d'un groupe, d'un groupe commutatif ou abélien. Sous-groupe. Morphisme de groupes, noyau et image, caractérisation de l'injectivité.

III. Anneaux et corps

Définition d'un anneau, d'un anneau commutatif. L'élément nul est absorbant. Anneau intègre (toujours commutatif). Formule du binôme, formule $a^n - b^n$. Groupe des inversibles.

Définition d'un corps (toujours commutatif, $0 \neq 1$). Un corps est intègre.

Sous-anneau (contient 1), morphisme d'anneaux.