Programme de colles
Semaine 20
du 11 au 15 mars 2024

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Si $f : E \to F$ est un isomorphisme alors f^{-1} est linéaire.

2. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et E_1 un sous-espace vectoriel de E. Alors $f(E_1)$ est un sous-espace vectoriel de F.

3. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Alors f est injective si et seulement si $\ker f = \{0_E\}$.

4. Soit H un hyperplan de E. Alors il existe une droite vectorielle supplémentaire de H dans E.

Exercices

Chapitre B8. Espaces vectoriels

I. Espaces vectoriels
II. Sous-espaces vectoriels
III. Sommes de sous-espaces vectoriels
IV. Familles finies de vecteurs
V. Sous-espaces affines

Programme prévisionnel de la semaine suivante

Chapitres B8 : Espaces vectoriels et B9 : Applications linéaires.

Chapitre B8. **Espaces vectoriels**

I. Espaces vectoriels

Définition, premières propriétés ($\lambda u = 0$ si et seulement si $\lambda = 0_{\mathbb{K}}$ ou $u = 0_E$). Exemples de référence : $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathcal{M}_{n\,p}(\mathbb{K})$, fonctions, suites. Produit cartésien de n espaces vectoriels.

II. Sous-espaces vectoriels

Définition, caractérisation. Un sous-espace vectoriel est un espace vectoriel. Définition d'une combinaison linéaire.

Exemples : sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$. Espaces vectoriels $\mathbb{R}_n[X]$, $\mathcal{C}^0(I, \mathbb{R})$, etc.

Intersection, sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs.

III. Sommes de sous-espaces vectoriels

Somme de deux sous-espaces vectoriels, somme directe, supplémentaires.

IV. Familles finies de vecteurs

Familles génératrices, libres, liées. Une famille de polynômes non-nuls de degrés échelonnés est libre. Base, coordonnées, bases canoniques. Définition de la dimension, sans démonstration, sans théorèmes.

Extension aux familles infinies. Combinaison linéaire des éléments d'une partie de E, partie génératrice. Suites presque nulles, supports d'une suite. Parties de E libres, liées. Base infinie.

V. Sous-espaces affines

Translation, sous-espace affine. Unicité de la direction. Intersection de deux sous-espaces affines.

Exemples classiques : ensembles des solutions d'un système linéaire, d'une équation différentielle linéaire.