

**Programme de colles**  
**Semaine 28**  
**du 25 au 29 mai 2026**

**Questions de cours**

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Critère spécial des séries alternées : énoncé complet, sans démonstration.
2. Si une série converge absolument alors elle converge.
3.  $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$
4. Soit  $A$  une matrice de taille  $(n, n)$ . S'il existe une matrice  $B$  telle que  $BA = I_n$  alors  $A$  est inversible et  $A^{-1} = B$ .
5. Deux définitions de la matrice de passage. Formule  $X = PX'$  : énoncé et démonstration.

**Exercices**

**Chapitre C1. Probabilités**

- I. Généralités
- II. Probabilités conditionnelles
- III. Variables aléatoires

**Chapitre A13. Séries**

- I. Généralités
- II. Séries à termes positifs
- III. Séries à termes quelconques

**Programme prévisionnel de la semaine suivante**

Chapitre A13 (Séries).

## Chapitre C1. Probabilités

### I. Généralités

Expérience aléatoire, univers, événement. On se limite en première année aux univers finis. Événement certain, impossible. Intersection, union, événement contraire, événements incompatibles, complémentaires. Système complet d'événements.

Probabilité sur un univers, espace probabilisé. Propriétés. Cas de l'équiprobabilité, ou probabilité uniforme.

Exemples d'utilisation du dénombrement :  $k$ -listes,  $k$ -listes d'éléments distincts, combinaison. Schéma hypergéométrique.

### II. Probabilités conditionnelles

Définition, formule.  $P_A$  est une probabilité. Formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes.

Événements indépendants, mutuellement indépendants.

### III. Variables aléatoires

Variable aléatoire sur un univers fini, loi de probabilité. Variable aléatoire  $f(X)$ . Espérance, variance, écart-type.

Formule de König-Huygens, croissance, l'ensemble des  $X = x$  forme un système complet d'événements, théorème de transfert, espérance, variance et écart-type de  $aX + b$ .

## Chapitre A13. Série

### I. Généralités

Série convergente, divergente. Exemple de la série harmonique. Somme, sommes partielles et restes.

Linéarité. Si  $\sum u_n$  converge alors  $(u_n)$  converge vers 0. Séries géométriques.

### II. Séries à termes positifs

Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée. Théorème de comparaison des séries à termes positifs, théorème d'équivalence des séries à termes positifs. Comparaison avec une intégrale. Séries de Riemann. Démonstration de la formule de Stirling. Développement décimal d'un réel.

### III. Séries à termes quelconques

Critère spécial des séries alternées. Convergence absolue, qui implique la convergence. Inégalité triangulaire. Série exponentielle.