

Programme de colles
Semaine 30
du 8 au 12 juin 2026

Questions de cours

Sauf mention explicite il faut connaître l'énoncé et la démonstration.

1. Variance de $X + Y$.
2. Si X et Y sont indépendantes alors $E(XY) = E(X)E(Y)$, $V(X+Y) = V(X)+V(Y)$ et $\text{Cov}(X, Y) = 0$.
3. Inégalité de Markhov.
4. Formule pour $\|u + v\|^2$ et identité de polarisation.
5. Inégalité de Cauchy-Schwarz.

Exercices

Chapitre B11. Matrices II

- I. Rappels et compléments sur les matrices
- II. Représentations matricielles
- III. Changement de base
- IV. Rangs

Chapitre B11. Matrices II

I. Rappels et compléments sur les matrices

Ensembles usuels de matrices, opérations dont la transposition. Trace.

II. Représentations matricielles

Représentation matricielle d'un vecteur dans une base, d'une famille de vecteurs, isomorphisme $E \rightarrow \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Matrice d'une application linéaire selon deux bases, isomorphisme $\mathcal{L}(E, F) \rightarrow \mathcal{M}_{np}(\mathbb{K})$. Dimension de $\mathcal{L}(E, F)$. Représentation matricielle de $f(u)$. Matrice d'une composée, matrice d'un isomorphisme.

Application linéaire canoniquement associée à une matrice. Image et noyau d'une matrice, théorème du rang. Inversibilité et inverse d'une matrice triangulaire, diagonale.

III. Changement de base

Matrice de passage, formules de changement de base pour un vecteur, un endomorphisme, une application linéaire ($X = PX'$, $A = PA'P^{-1}$, $A = PA'Q^{-1}$).

Matrices équivalentes, matrices semblables. Trace d'un endomorphisme.

IV. Rangs

Rang d'une matrice. Égalité entre le rang d'une matrice, d'une application linéaire, d'une famille de vecteur, et d'un système linéaire, pourvu qu'ils soient tous représentés par la même matrice.

Invariance du rang d'une matrice par multiplication par une matrice inversible. Matrices carrées de rang maximal, lien avec les isomorphismes, les bases, les systèmes de Cramer. Le rang d'une matrice est égal à celui de sa transposée.

Matrices extraites. Caractérisation du rang à l'aide des sous-matrices.