### HYPERSTATISME ET MOBILITE DES SYSTEMES DE SOLIDES

Document de cours

**COURS - PSI** 

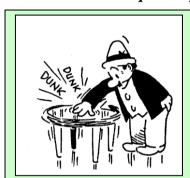
Préambule : étymologie du mot "HYPERSTATIQUE"

"Hyper" : En quantité supérieure à la normale ;

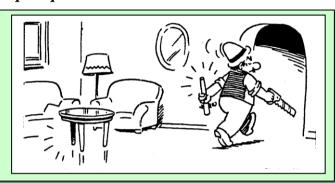
"Statique" : Etude des actions mécaniques dans les systèmes de solides.

D'où une définition provisoire d'un mécanisme "Hyperstatique" :

C'est un mécanisme "qui comporte plus d'actions mécaniques que la normale".







#### Objectifs du chapitre :

- compléter les connaissances sur la modélisation des systèmes de solides ;
- proposer différentes méthodes pour déterminer le degré d'hyperstatisme d'une liaison, puis d'un système de solides ;
- proposer des solutions pour éviter les effets néfastes de l'hyperstatisme.

## 1. MODELISATION D'UN MECANISME:

### 11-Hypothèses de travail :

#### 12-Graphe des liaisons, schéma cinématique :

#### Démarche classique de modélisation

Lors de la modélisation d'un système de solides (mécanisme), on adopte généralement la démarche suivante :

- 1- Un ensemble de solides en liaison complète les uns avec les autres est remplacé par un seul solide (groupe cinématique)
- 2- L'analyse des possibilités de mouvements entre les groupes cinématiques permet d'associer une des liaisons normalisées à chaque ensemble de surfaces de contact entre groupes cinématiques ;
- 3- Le « graphe des liaisons » ou « graphe de structure » est obtenu en
- représentant chaque solide par un cercle dans lequel on place un élément de désignation
- représentant chaque liaison par un arc qui joint les deux solides concernés.
- 4- Le « schéma cinématique » est obtenu en
- traçant les symboles normalisés des liaisons en respectant leur position relative ;
- traçant les groupes cinématiques sous forme de « jonctions matière » entre les symboles.

Fabien Hospital Page 1 sur 15

### Différents niveaux de modélisation

Nous serons parfois amenés à utiliser des modélisations plus détaillées que celles qui conduisent au schéma cinématique minimal ; par exemple lorsque nous souhaiterons obtenir des résultats plus précis concernant une liaison constituée de plusieurs surfaces élémentaires, (pour déterminer des pressions de contact, ou des efforts s'exerçant sur des roulements à billes).

## 13-Support de l'étude : Pompe POCLAIN

#### 131-Présentation

Le système étudié est une pompe hydraulique POCLAIN à 3 pistons radiaux montés en ligne.

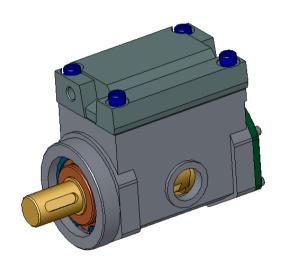
La fonction d'une pompe est d'assurer la circulation d'huile dans un circuit. Elle se caractérise donc par le débit qu'elle fournit.

<u>Attention:</u> Une pompe n'assure pas la mise en pression du liquide.

L'huile est introduite dans la pompe par un orifice réalisé dans le *corps de pompe*. Puis rejetée par l'orifice présent au niveau de la *culasse*. Le mouvement du fluide est généré par la rotation de l'arbre d'entrée. L'arbre est relié à un moteur électrique ou thermique.

#### Composants internes:





#### La pompe se compose

- D'un arbre principal sur lequel ont été usinés 3 <u>cylindres excentrés</u> par rapport à l'axe principal de rotation. Ces cylindres sont décalés angulairement l'un par rapport à l'autre de 120°.
- De 3 pistons.
- De 3 <u>patins</u> réalisant le lien entre les pistons et l'arbre moteur.
- De 3 systèmes de <u>clapets</u> assurant le bon sens de circulation du fluide.

Fabien Hospital Page 2 sur 15

#### 132-Fonctionnement

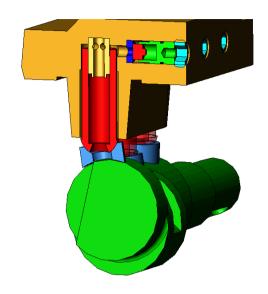
Comme toutes pompes ou moteur hydraulique, le fonctionnement est basé sur 2 phases :

- Une phase d'aspiration
- Une phase de refoulement

## Phase d'aspiration

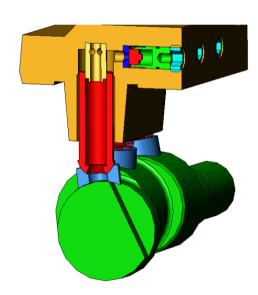
En phase d'aspiration, le piston descend. De plus, une rainure pratiquée dans l'arbre ainsi qu'un alésage dans le patin permettent à l'huile de remplir la chambre du piston.

Le clapet (rouge) est fermé (position de la figure).



#### Phase de refoulement

En phase de refoulement, le piston remonte. Le patin n'est plus en contact avec la rainure de l'arbre ce qui empêche l'huile de rentrer dans la chambre du piston. La remonté du piston provoque la mise en pression de l'huile ce qui a pour effet de pousser le clapet (vers la droite sur la figure) et donc d'ouvrir l'orifice de sortie.



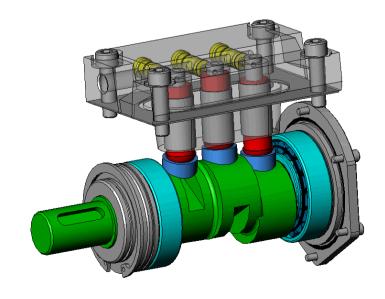
#### 133-Modélisation

#### Groupes cinématiques

La pompe POCLAIN est constituée de 4 groupes cinématiques

#### Remarque:

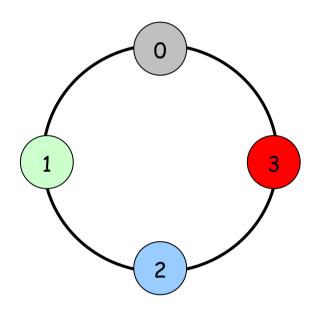
Les systèmes de clapet ne sont pas pris en compte car ils n'ont pas de rôle cinématique.



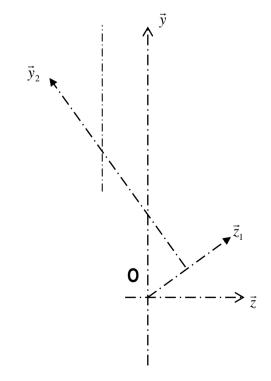
Fabien Hospital Page 3 sur 15

## Graphe des liaisons

Liaison 1/0:	Liaison 3/0:
Liaison 3/2:	Liaison 2/1:



# Schéma cinématique



Fabien Hospital Page 4 sur 15

<b>2.</b> ]	DE	$\mathbf{FII}$	ΓIν	Oľ	NS
-------------	----	----------------	-----	----	----

## 21 <u>Mobilité</u>

# 22 **Hyperstatisme**

## 3. ETUDE DES LIAISONS

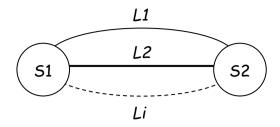
## 31 Les liaisons simples

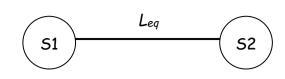
51/52	Plan	Cylindre	Sphère
Plan			
Cylindre			
Sphère			

Fabien Hospital Page 5 sur 15

Document de cours

# 31 Montage en parallèle de liaisons simple



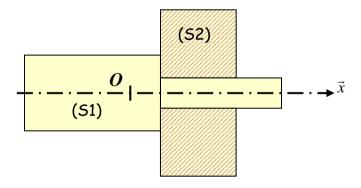


## 311-Principe

Point de vue cinématique

## Point de vue statique

## **312-Exemple 1**



Etude cinématique

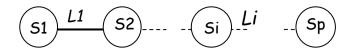
Fabien Hospital Page 6 sur 15

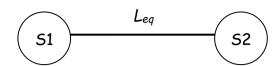
## **313- Exemple 2**



Fabien Hospital Page 7 sur 15

## 32 Montage en série de liaisons simples



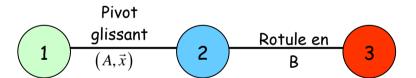


## 321 Principe

Point de vue cinématique

Point de vue statique

## 322 Exemple: Liaison entre le piston et l'arbre



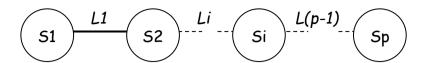
Fabien Hospital Page 8 sur 15

323 Intérêt de décomposer une liaison

Fabien Hospital Page 9 sur 15

# 4. Etude des chaînes de solides

## 41- Chaînes ouvertes

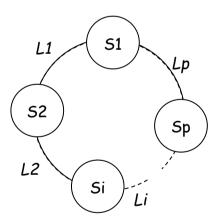


## 411 Mobilité:

## 412 Hyperstatisme:

## 42- Chaînes fermées simples

## 421 Mobilité

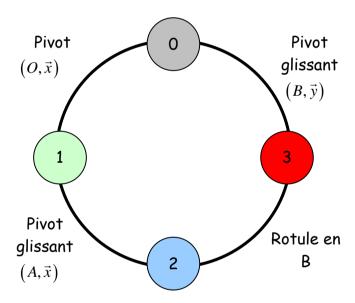


P=nb de pièces, n=nb de liaisons ici p=n

Fabien Hospital Page 10 sur 15

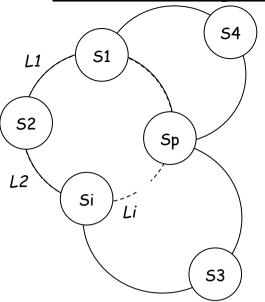
## 422- Hyperstatisme

## 423- Exemple : Pompe avec 1 seul piston



Fabien Hospital Page 11 sur 15

# 43. Chaînes fermées complexes

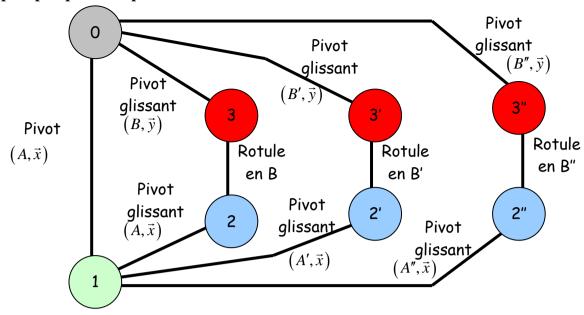


## 431-Mobilité

## 432-Hyperstatisme

Fabien Hospital Page 12 sur 15

## 433-Exemple: pompe avec 3 pistons



Fabien Hospital Page 13 sur 15

#### 434-Remarque sur l'hyperstatisme

- \* si h=0 : le mécanisme est dit « isostatique » (les équations déduites du principe fondamental de la statique suffisent à la détermination de toutes les inconnues de liaison) ; il n'y a pas d'efforts dans les liaisons lorsque les torseurs d'efforts extérieurs sont nuls. De plus la mise en position des différentes pièces les unes par rapport aux autres est unique (ce qui est utile pour les appareils de précision).
- \* si h>0 : le mécanisme est dit « hyperstatique » d'ordre h ; dans ce cas,
- soit les surfaces ne sont pas toutes en contact simultanément,
- soit des efforts parasites sont présents entre les surfaces et les pièces ont subi des déformations lors du montage et de la fermeture de la chaîne de solides ;

ces effets néfastes sont provoqués par les inévitables imperfections dans le positionnement des surfaces, qui proviennent des défauts de fabrication.

#### Quel peut être l'intérêt de concevoir un mécanisme hyperstatique ?

Un mécanisme hyperstatique peut présenter l'avantage d'être plus **résistant et rigide** lorsque les efforts à transmettre sont importants.

### Comment faire pour limiter les effets néfastes de l'hyperstatisme d'une chaîne de solides :

il faut prévoir d'effectuer des usinages de très grande précision sur les pièces, pour que les surfaces soient le plus près possible de leur position théorique ;

Ceci demandera la mise en place de "tolérances géométriques" très restrictives entre les différentes surfaces concernées d'une même pièce. Ceci sera en général coûteux.

#### Comment modifier un mécanisme pour le rendre isostatique ? :

Il faut diminuer le nombre des inconnues statiques Ns, en ajoutant des degrés de liberté dans les liaisons qui contiennent les inconnues hyperstatiques, de façon à supprimer ces inconnues surabondantes.

On peut selon le type de mécanisme et l'utilisation qui en est faite :

- soit supprimer certaines zones de contact (mais le mécanisme risque de moins bien remplir son rôle);
- soit réduire la dimension des zones de contact (mais les liaisons sont plus fragiles) ;
- soit ajouter des pièces et des liaisons pour augmenter la mobilité de la chaîne de solides, tout en conservant des contacts surfaciques de dimension suffisante ;
- soit ajouter des « jeux » (petits espaces) donnant des mobilités entre les pièces (mais le mécanisme est moins précis).





#### <u>Compléments personnels :</u>

Fabien Hospital Page 14 sur 15

Fabien Hospital Page 15 sur 15