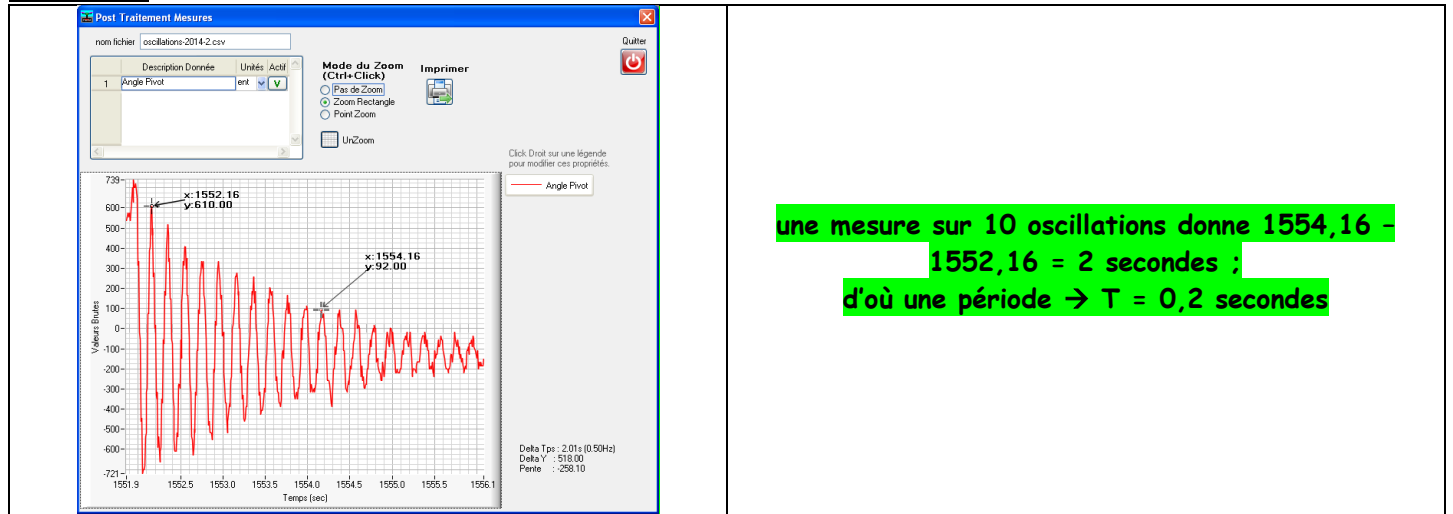


1- première démarche : à partir d'une expérimentation

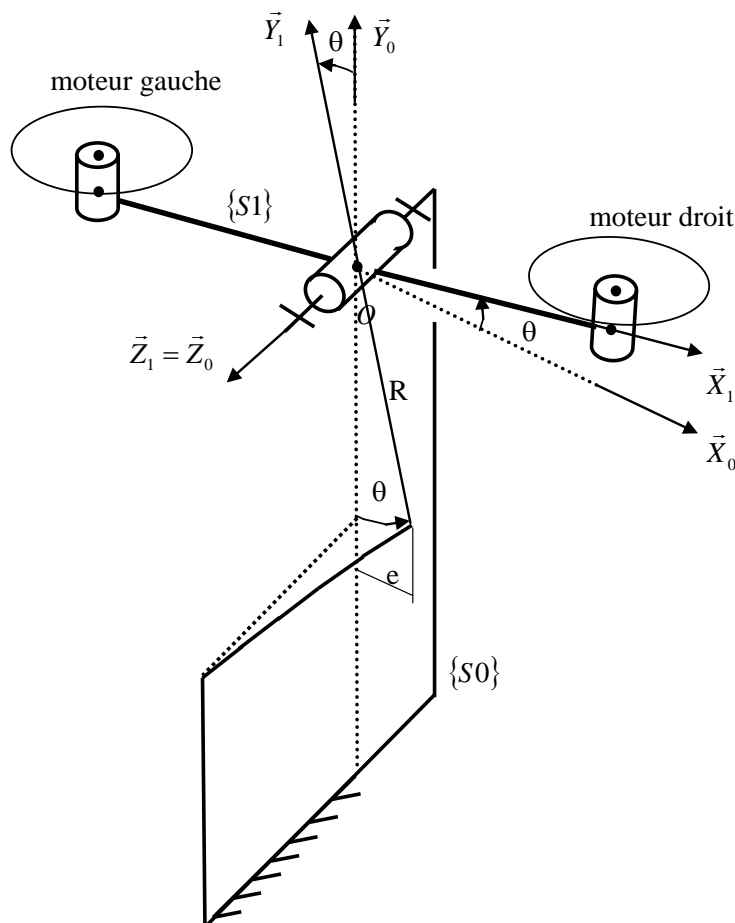
1-1 conduite de l'expérimentation :

Travail 1 :



1-2 Exploitation des résultats d'expérimentation par résolution de l'équation différentielle issue du Principe Fondamental de la Dynamique :

Travail 2 :



Travail 3 /Travail 4 :**Déterminer** l'équation différentielle du mouvementL'équation des moments du Principe Fondamental de la Dynamique est : $- R \cdot Fr \cdot \cos\theta - f \cdot \dot{\theta} = J \cdot \ddot{\theta}$ Comme $Fr = k \cdot e = k \cdot R \cdot \sin\theta$, l'équation devient : $- k \cdot R^2 \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta - f \cdot \dot{\theta} = J \cdot \ddot{\theta}$ **En déduire** l'expression de la période des oscillationsaprès linéarisation pour θ petit, et en négligeant les frottement visqueux on obtient : $- k \cdot R^2 \cdot \theta = J \cdot \ddot{\theta}$ La période des oscillations est : $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k \cdot R^2}}$ **Application numérique :**

Calculons la raideur :

$$k = \frac{3 \cdot E \cdot \pi \cdot d^4}{64 \cdot L^3} = 3 \times 2 \cdot 10^5 \times \pi \times (2,1)^4 / (64 \times (110)^3) = 0,43 \text{ N/mm} = 0,43 \cdot 10^3 \text{ N/m}$$

L'expression de la période T permet d'obtenir J : $J = \frac{T^2 \cdot k \cdot R^2}{4\pi^2}$

$$J = (0,2)^2 \cdot 0,43 \cdot 10^3 \cdot (147 \cdot 10^{-3})^2 / (4 \times \pi^2)$$

$$J = 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

1-3Exploitation des résultats d'expérimentation par utilisation d'un logiciel de modélisation « acasual » :

Voir en info utilisation Python

Travail 5 :

- commenter les écarts qui pourraient exister avec les résultats obtenus au travail précédent.

2- deuxième démarche : exploitation du modèle CAO

2-1 Exploitation à partir des composants du balancier analysés séparément

Travail 6 :

- Concernant le contre-poids :

En exploitant le théorème de Huygens entre le point O et le centre de masse H, vérifier la bonne correspondance des résultats I_{zz} et I_{zz} fournis par le logiciel (exploiter les informations entourées).

- Concernant le balancier seul :

En exploitant le théorème de Huygens entre le point O et le centre de masse G, vérifier la bonne correspondance des résultats I_{zz} et I_{zz} fournis par le logiciel (exploiter les informations entourées).

Corrigé :

- théorème de Huygens appliqué au contre-poids :

$$I_{Oz(cp)} = I_{Hz} + m_{cp} \cdot (y_{OH})^2$$

calculons $I_{Oz(cp)}$ (en $\text{g}\cdot\text{mm}^2$) avec $I_{Hz} = I_{zz}(\text{logiciel})$ et $y_{OH} = Y(\text{logiciel})$:

$$I_{Oz(cp)} = 387414,72 + 270,39 \cdot (41,19)^2 = 846162 \text{ g}\cdot\text{mm}^2$$

le logiciel fournit : $I_{Oz(cp)} = I_{zz}(\text{logiciel}) = 846194 \text{ g}\cdot\text{mm}^2$

le léger écart entre les deux résultats est dû à des arrondis sur les valeurs affichées pour y_{OH} et m_{cp} .

On retiendra : $I_{Oz(cp)} = 846194 \text{ g}\cdot\text{mm}^2 = 0,849 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

- théorème de Huygens appliqué au balancier seul :

$$I_{Oz(bs)} = I_{Gz} + m_{bs} \cdot (y_{OG})^2$$

calculons $I_{Oz(bs)}$ (en $\text{g}\cdot\text{mm}^2$) avec $I_{Gz} = I_{zz}(\text{logiciel})$ et $y_{OG} = Y(\text{logiciel})$:

$$I_{Oz(bs)} = 4140889 + 322,04 \cdot (23,21)^2 = 4\,314\,773 \text{ g}\cdot\text{mm}^2$$

le logiciel fournit : $I_{Oz(bs)} = I_{zz}(\text{logiciel}) = 4\,314\,679 \text{ g}\cdot\text{mm}^2$

le léger écart entre les deux résultats est dû à des arrondis sur les valeurs affichées pour y_{OG} et m_{bs} .

On retiendra : $I_{Oz(bs)} = 4\,314\,679 \text{ g}\cdot\text{mm}^2 = 4,314 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

Travail 7 :

Utiliser les informations données précédemment pour déterminer le moment d'inertie de l'ensemble balancier équipé (1 balancier seul + 1 contre-poids + 2 motorisations + 4 boulons), par rapport à son axe de rotation Oz.

Corrigé :

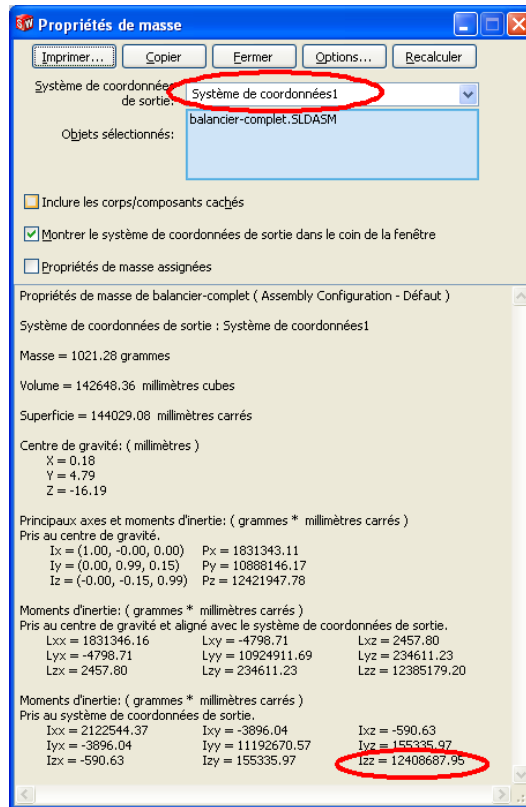
Composants supposés ponctuels : on utilise le théorème de Huygens : $I_{Oz} = m \cdot (D)^2$

composant	masse (kg)	D : Distance O / CDG	Moment d'inertie /Oz	X nombre
2 Moteur + hélice	$65 \cdot 10^{-3}$	0,14	$1,27 \cdot 10^{-3}$	$2,55 \cdot 10^{-3}$
2 boulons sup.	$40 \cdot 10^{-3}$	$\sqrt{0,105^2 + 0,055^2} =$ 0,1185	$5,62 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-3}$
2 boulon inf.	$40 \cdot 10^{-3}$	0,14	$7,84 \cdot 10^{-4}$	$1,57 \cdot 10^{-3}$

Total : $I_{Oz(\text{balancier})} = (2,55 + 1,12 + 1,57 + 0,849 + 4,314) \cdot 10^{-3} = 10,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

2-2 Exploitation de l'assemblage complet avec le logiciel Solidworks

Travail 8 :



on obtient au final une inertie par rapport à l'axe de pivotement, de $12,4 \cdot 10^6 \text{ g}\cdot\text{mm}^2$ soit : $12,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ néanmoins dans cette simulation, les moteurs ont été dessinés comme des corps en acier pleins, ce qui n'est pas le cas en réalité ; une valeur voisine de $10 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ paraît donc plus probable

3- comparaison des écarts

Travail 9 :

Commenter les écarts qui peuvent exister entre les résultats de simulation (démarche 2) et les résultats expérimentaux (démarche 1).

Corrigé :

- Les résultats expérimentaux ont été calculés à l'aide de la mesure de période du système oscillant ; Plusieurs approximations ont dû être faites lors de cette démarche :
 - frottements de la liaison pivot négligé ;
 - raideur de la tige élastique de blocage dépendant de la qualité de l'encastrement de la tige sur la plaque de plexiglass, elle-même légèrement souple ;
- Les résultats de simulation sont entachés des approximations effectuées sur la forme des solides, en particulier les moteurs représentés pleins, avec une masse volumique qui est celle de l'acier, alors qu'ils sont constitués d'aluminium (cages), d'acier (axe) et de cuivre (bobinages).