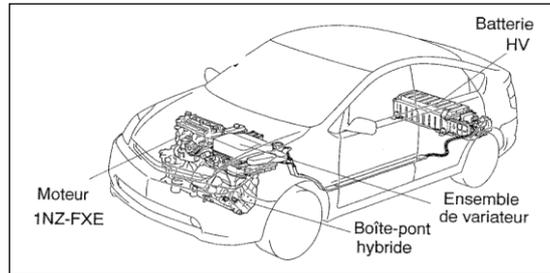
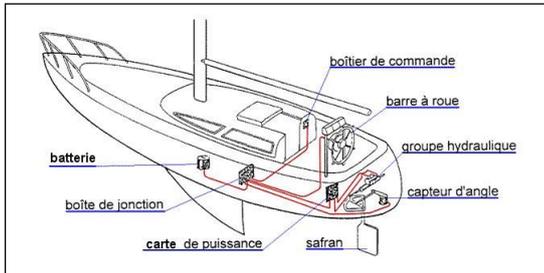


Etude énergétique des systèmes multi-physiques

1- Objectifs et principes

Le travail de l'ingénieur est de plus en plus tourné vers l'utilisation de systèmes qui exploitent l'énergie sous ses formes les plus variées : mécanique, hydraulique, électrique, calorifique, chimique,
 Notre objectif est de définir un même formalisme qui permette de modéliser les comportements dans différents domaines de la physique ou des systèmes pluri-technologiques.

1-1 Exemples : pilote automatique de voilier ; véhicule hybride... .



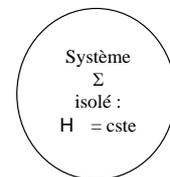
1-2 Energie d'un système isolé

Une grandeur est commune à ces différents domaines : l'énergie (une même unité, le joule J).
 Il aura fallu attendre le 19ème siècle pour que le principe de conservation de l'énergie soit envisagé dans tous les domaines de la physique.

Ce principe dit :

« **tout ensemble ou système isolé a une quantité d'énergie qui se conserve** ».

Au sein du système, cette énergie n'est pas forcément figée. Elle peut évoluer d'un lieu à un autre. Mais, globalement, elle est constante.



1-3 Transferts d'énergie

Le transfert d'énergie par unité de temps est défini par la puissance P : (unité : le watt W).

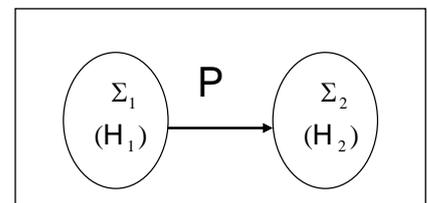
L'énergie $H(t)$ est la forme accumulée (intégrée) de la puissance $P(t)$, et c'est cette grandeur « puissance » qui est utilisée pour caractériser les échanges instantanés d'énergie.

Un stockage d'énergie (condensateur, masse inertielles ...) reçoit l'énergie sous forme de puissance, et

peut l'accumuler ou la restituer. On note $P = \frac{dH}{dt}$ la variation de son énergie par rapport au temps.

Si l'on considère deux sous-ensembles (Σ_1 et Σ_2), une énergie peut être transmise de l'un à l'autre (en un point, à travers une surface, etc.).

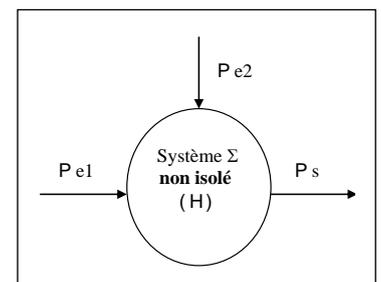
Dans ce cas, P sera définie positive pour Σ_2 : puissance entrante ; et négative pour Σ_1 : puissance sortante.



Notons qu'un système **non isolé** échange donc de l'énergie avec son

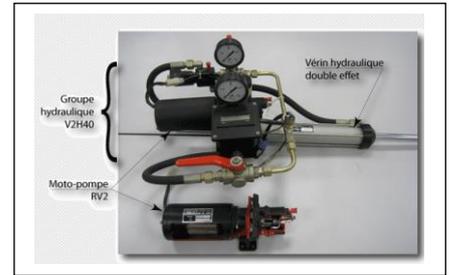
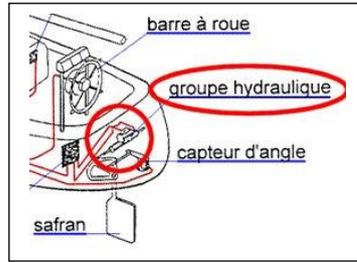
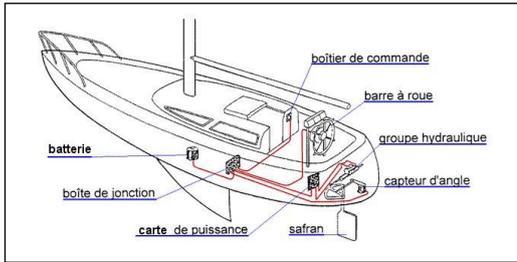
environnement. Elle suit la loi : $\frac{dH}{dt} = \Sigma P$

Nota : On utilise parfois l'expression : « dissipation d'énergie ». L'énergie ne disparaît pas ainsi. A travers cette expression, on précise qu'une quantité de l'énergie disponible est transformée sous forme de chaleur (d'énergie calorifique). Dans de très nombreuses applications, cette chaleur n'est pas exploitable. Elle est donc « perdue », évacuée pour éviter d'endommager certains composants.

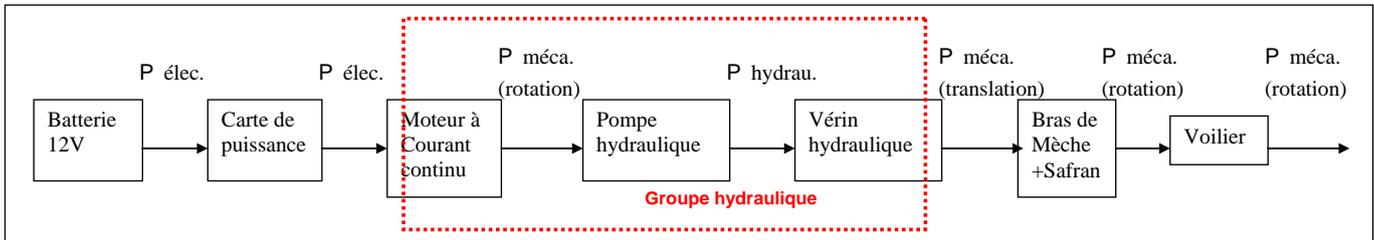


Finalement, l'énergie peut être : stockée dans un organe ; transmise d'un organe à un autre sous forme de puissance ; dissipée au sein d'un organe.

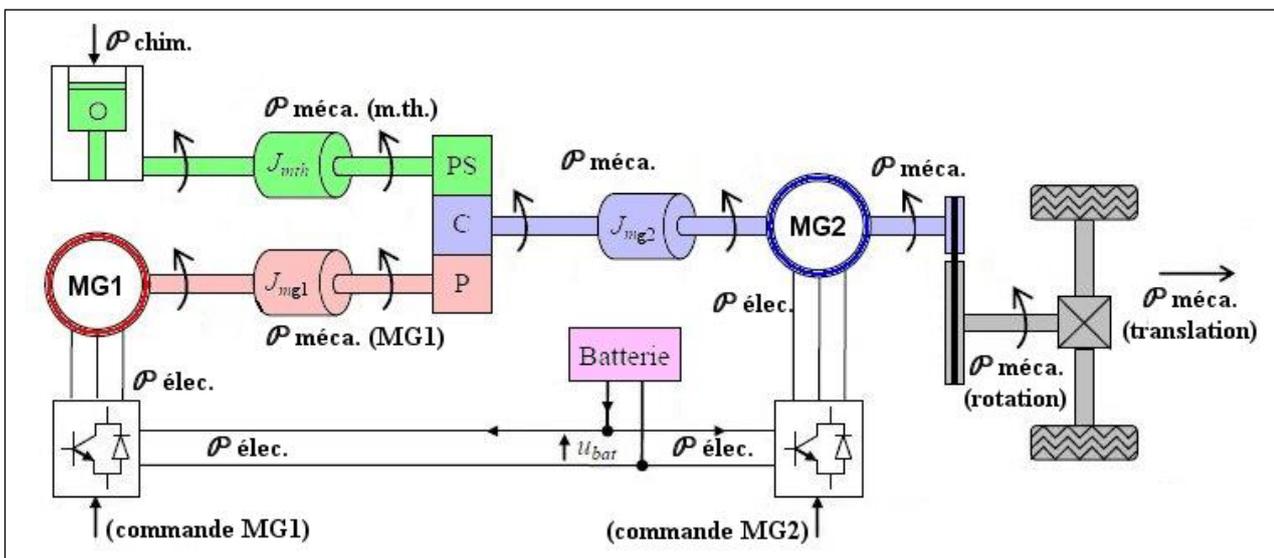
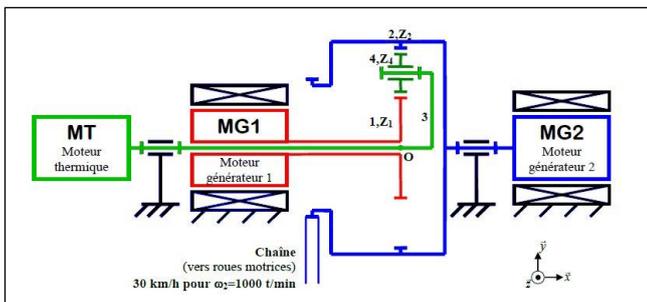
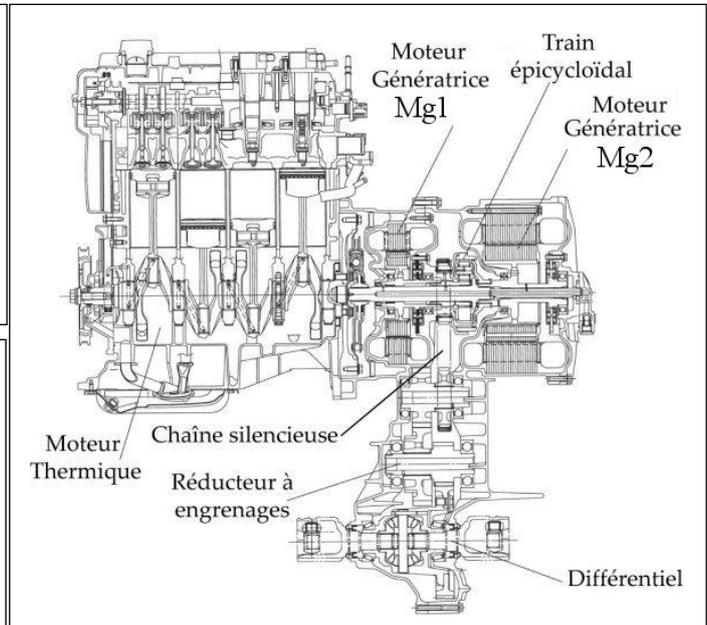
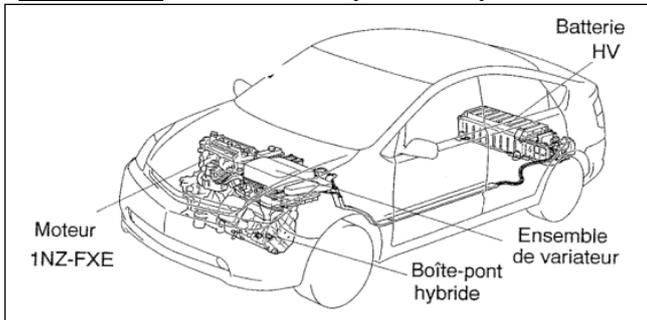
Exemple 1 : Autour du groupe hydraulique de pilote automatique de voilier



La chaîne d'énergie du pilote automatique du voilier :



Exemple 2 : le véhicule hybride Toyota Prius



2- les grandeurs qui caractérisent les transferts d'énergie

2-1 le transfert d'énergie

On montre que la puissance $P(t)$ est directement exprimée par le produit de deux grandeurs en interaction, quel que soit le domaine physique considéré.

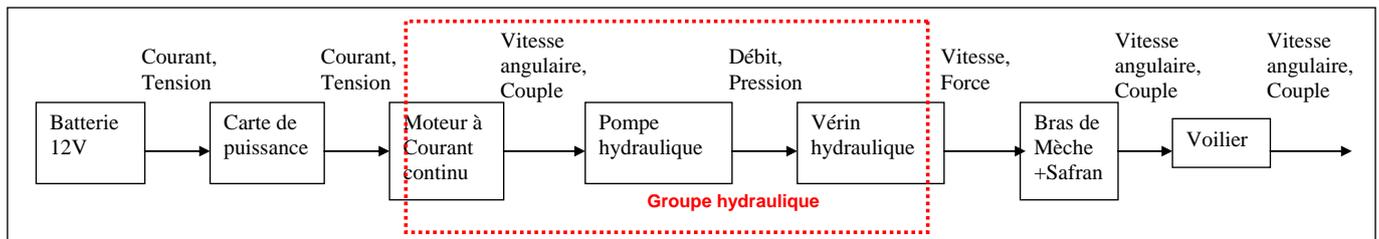
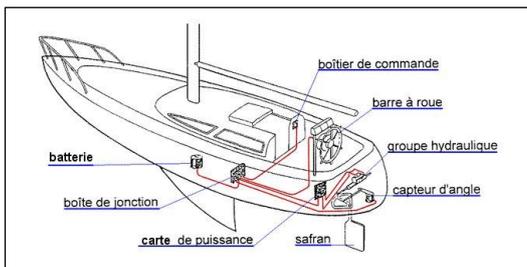
Voilà le point de départ qui permet de faire des analogies entre les comportements dans les différents domaines de la physique ; des tables d'analogie existent donc, mais malheureusement, toutes ne respectent pas la même convention.

Celle qui est au programme des classes préparatoires est la table d'analogie « Effort / flux » qui classe les grandeurs selon les deux catégories suivantes :

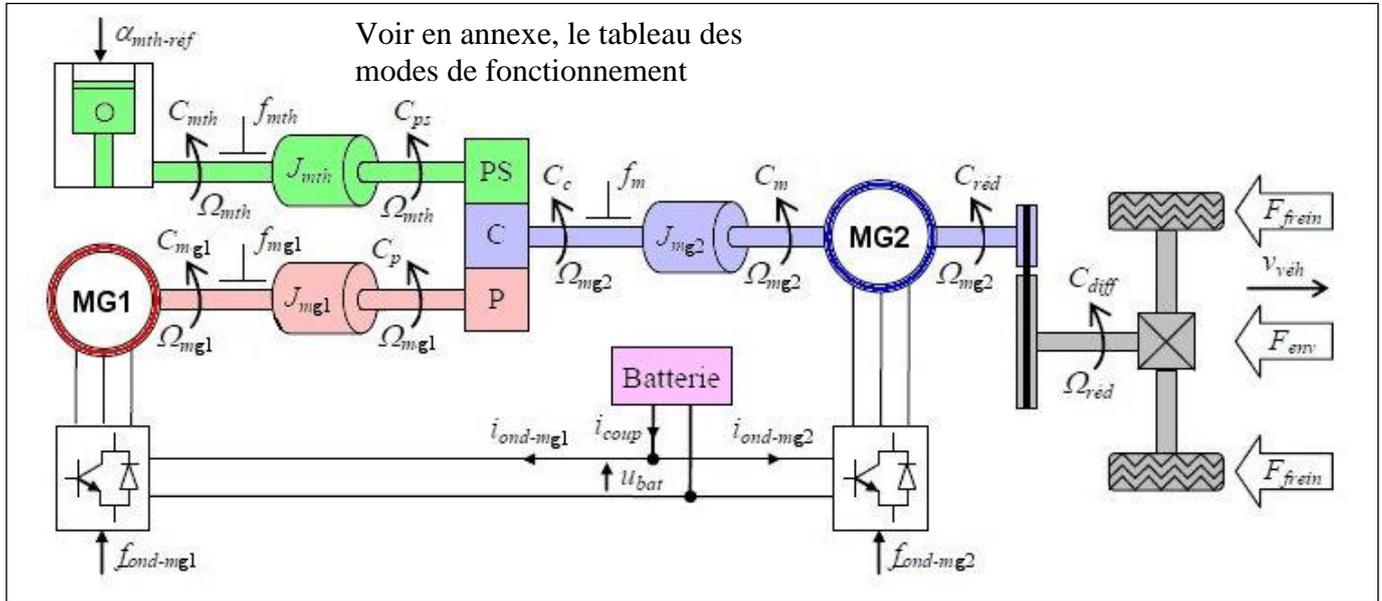
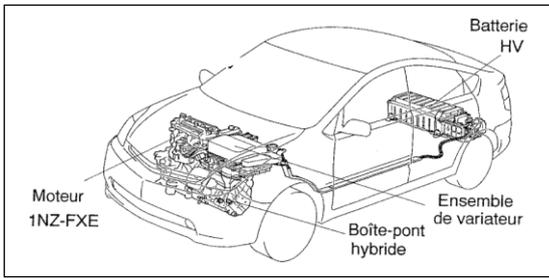
- grandeur de « flux » : $f(t)$;
- grandeur « d'effort » : $e(t)$.

Domaine du réel	Mécanique en translation rectiligne	Mécanique en rotation autour d'un axe fixe	Electrique	Hydraulique	Chimique	Etc.
Variable de flux $f(t)$	Vitesse : $V(t)$ [m/s]	Vitesse angulaire : $\omega(t)$ [rad/s]	Courant : $i(t)$ [A]	Débit volumique : $Q(t)$ [m ³ /s]	Flux molaire \dot{n} [mol/s]	
Variable d'effort $e(t)$	Force : $F(t)$ [N]	Couple : $C(t)$ [N·m]	Tension : $v(t)$ [V]	Pression : $p(t)$ [N/m ²]	Potentiel chimique μ [J/mol]	
Expression de la puissance [W]	$F.V$	$C.\omega$	$v.i$	$p.Q$	$\mu.\dot{n}$	

Application 1 : La chaîne d'énergie du pilote automatique du voilier :



Application 2 : la chaîne d'énergie de la Toyota Prius



2-2 le stockage d'énergie

Entre deux instants t_0 et t , l'énergie accumulée par un composant est $H(t) = H(t_0) + \int_{t_0}^t e(\tau) \cdot f(\tau) d\tau$
 Dans un composant de stockage d'énergie, une des deux grandeurs « effort » ($e(t)$) ou « flux » ($f(t)$) est toujours exprimable en fonction d'une grandeur caractéristique de l'énergie accumulée, ou de sa dérivée, ce qui permet de développer l'intégrale qui intervient dans l'expression de l'énergie.

a) Exemples de cas particuliers :

- Exemple 1 : le ressort

l'énergie s'exprime par l'intégrale de la puissance qui est le produit des deux grandeurs « flux » $v(t)$ = vitesse d'écrasement et « effort » $F(t)$ = effort d'écrasement ;

la vitesse d'écrasement $v(t)$ est dérivée de la position $x(t)$ qui caractérise l'énergie accumulée par ce

ressort. On a alors $\frac{d(x(t))}{dt} = v(t)$ et on obtient pour l'énergie :

$$H(t) = \int_0^t F(\tau) \cdot v(\tau) \cdot d\tau = \int_0^t K \cdot x(\tau) \cdot \frac{dx(\tau)}{d\tau} \cdot d\tau = K \cdot \int_0^t x(\tau) \cdot dx(\tau) = \frac{1}{2} K \cdot x^2(t) \text{ (Ep du ressort)}$$

- Exemple 2 : la masse (inertielle) en translation

l'énergie s'exprime par l'intégrale de la puissance qui est le produit des deux grandeurs « flux » $v(t)$ = vitesse de translation et « effort » $F(t)$ = effort d'accélération qui a provoqué la mise en vitesse;

L'effort d'accélération $F(t)$ est lié à la vitesse de translation $v(t)$, par la relation du principe fondamental de la dynamique : $m \cdot \frac{d(v(t))}{dt} = F(t)$ et on obtient pour l'énergie :

$$H(t) = \int_0^t F(\tau) \cdot v(\tau) \cdot d\tau = \int_0^t m \cdot \frac{dv(\tau)}{d\tau} \cdot v(\tau) \cdot d\tau = m \cdot \int_0^t v(\tau) \cdot dv(\tau) = \frac{1}{2} m \cdot v^2(t) \text{ (énergie cinétique de translation)}$$

- Exemple 3 : la roue d'inertie

l'énergie s'exprime par l'intégrale de la puissance qui est le produit des deux grandeurs « flux » $\omega(t)$ = vitesse de rotation et « effort » $C(t)$ = couple d'accélération qui a provoqué la mise en vitesse de rotation ; le couple d'accélération $C(t)$ est lié à la vitesse de rotation $\omega(t)$, par la relation des moments du principe fondamental de la dynamique : $J \cdot \frac{d(\omega(t))}{dt} = C(t)$ et on obtient pour l'énergie :

$$H(t) = \int_0^t C(\tau) \cdot \omega(\tau) \cdot d\tau = \int_0^t J \cdot \frac{d\omega(\tau)}{d\tau} \cdot \omega(\tau) \cdot d\tau = J \cdot \int_0^t \omega(\tau) \cdot d\omega(\tau) = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2(t) \quad (\text{énergie cinétique de rotation})$$

b) Dans le cas général :

Si une loi de comportement élémentaire entre deux grandeurs d'un composant s'écrit : $b \cdot \frac{d(y(t))}{dt} = u(t)$, on peut introduire une nouvelle grandeur $x(t)$, appelée variable d'état énergétique, telle que : $\frac{d(x(t))}{dt} = b \cdot \frac{d(y(t))}{dt} = u(t)$;

alors $x(t) = \int_{t_0}^t u(\tau) \cdot d\tau + x(t_0)$ où $x(t_0) = x_0$ est la condition initiale sur x (considérée nulle dans la suite)

Le comportement s'écrit sous forme intégrale : $y(t) = \frac{1}{b} \cdot \int_{t_0}^t u(\tau) \cdot d\tau = \frac{1}{b} \cdot x(t)$

L'énergie stockée dans le composant peut alors être introduite : s'il existe une fonctionnelle $H(x)$ telle

$$\text{que : } y(x) = \frac{dH}{dx}, \text{ on obtient : } H(x) = \int_0^t y(x) \cdot dx = \int_0^t \frac{1}{b} x(t) \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2(t)}{b}$$

c) Notion de causalité :

Le principe de la causalité physique est « qu'un effet ne peut précéder la cause qui l'engendre ».

L'effet est donc lié à sa cause soit par une relation intégrale, soit par une relation algébrique (instantanée), mais jamais par une relation dérivée.

C'est la forme de l'expression causale du comportement décrit dans le cas général précédent :

$u(t)$ est la cause, $y(t)$ est l'effet.

d) tableau des analogies :

Le tableau ci-dessous présente l'analogie entre différents domaines de la physique :

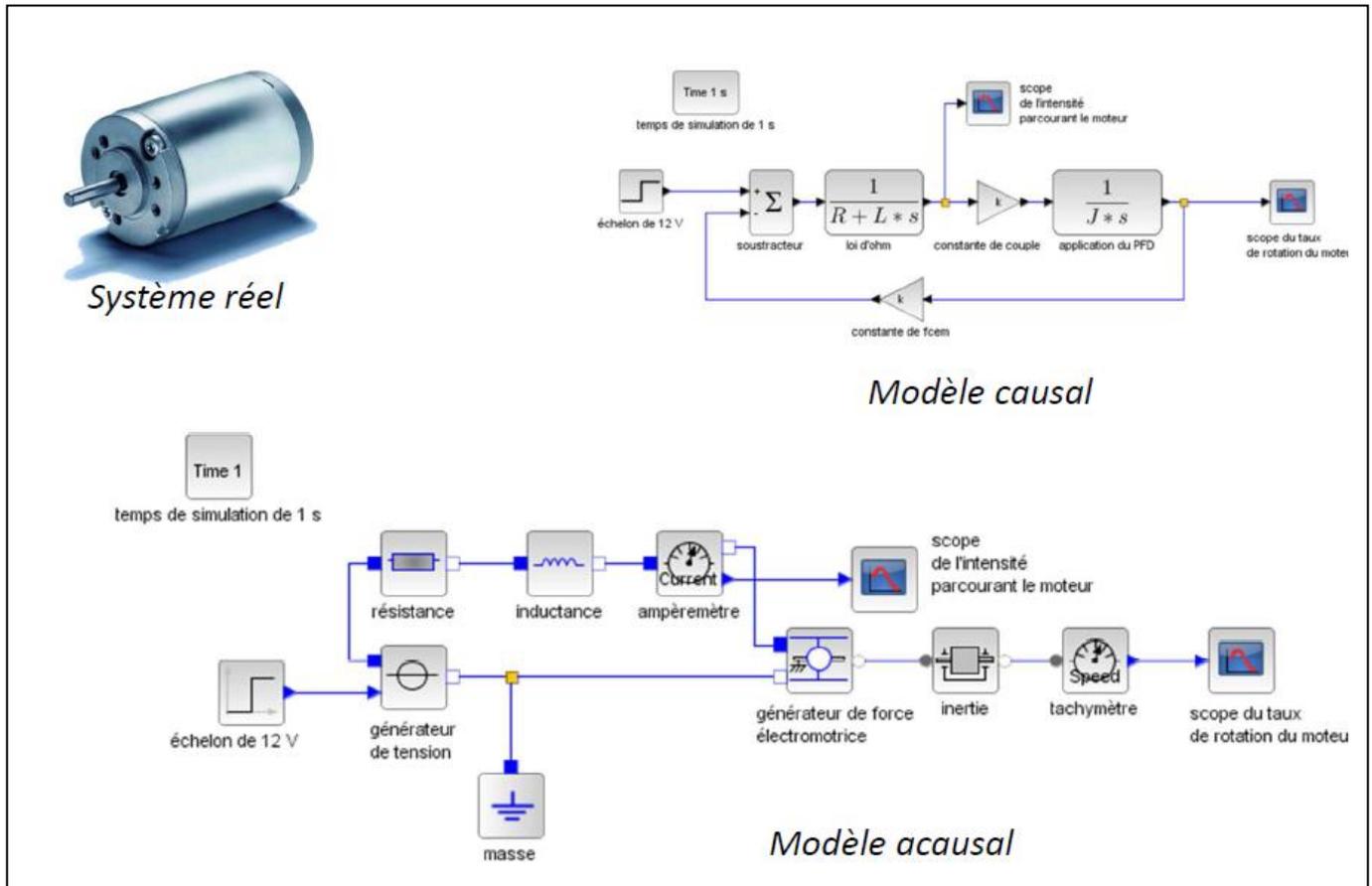
Composant		Constante descriptive du stockage d'énergie	Variable du niveau énergétique	Expression de l'énergie stockée H [J]	(dans le cas d'une causalité intégrale)	
					Grandeur cause : $u(t)$	Grandeur effet : $y(t)$
Mécanique	Ressort	Compliance : C [m/N]	Allongement $x(t)$ [m]	$\frac{1}{2} \frac{x(t)^2}{C}$	Vitesse de déplacement $V(t)$ [m/s]	Effort du ressort $F(t)$ [N]
	Inertie	masse inertielle : m [kg]	Quantité de mouvement $p(t)$ [kg · m/s]	$\frac{1}{2} \frac{p(t)^2}{m}$	Effort extérieur $F(t)$ [N]	Vitesse inertielle $V(t)$ [m/s]
Electrique	Bobine	Inductance : L [H]	Flux magnétique ϕ [Wb]	$\frac{1}{2} \frac{\phi(t)^2}{L}$	Tension $v(t)$ [V]	Courant $i(t)$ [A]
	Condensateur	Capacité électrique : C [F]	Charge q [C]	$\frac{1}{2} \frac{q(t)^2}{C}$	Courant $i(t)$ [A]	Tension $v(t)$ [V]
Etc.						

3- Moyens d'étude informatisés

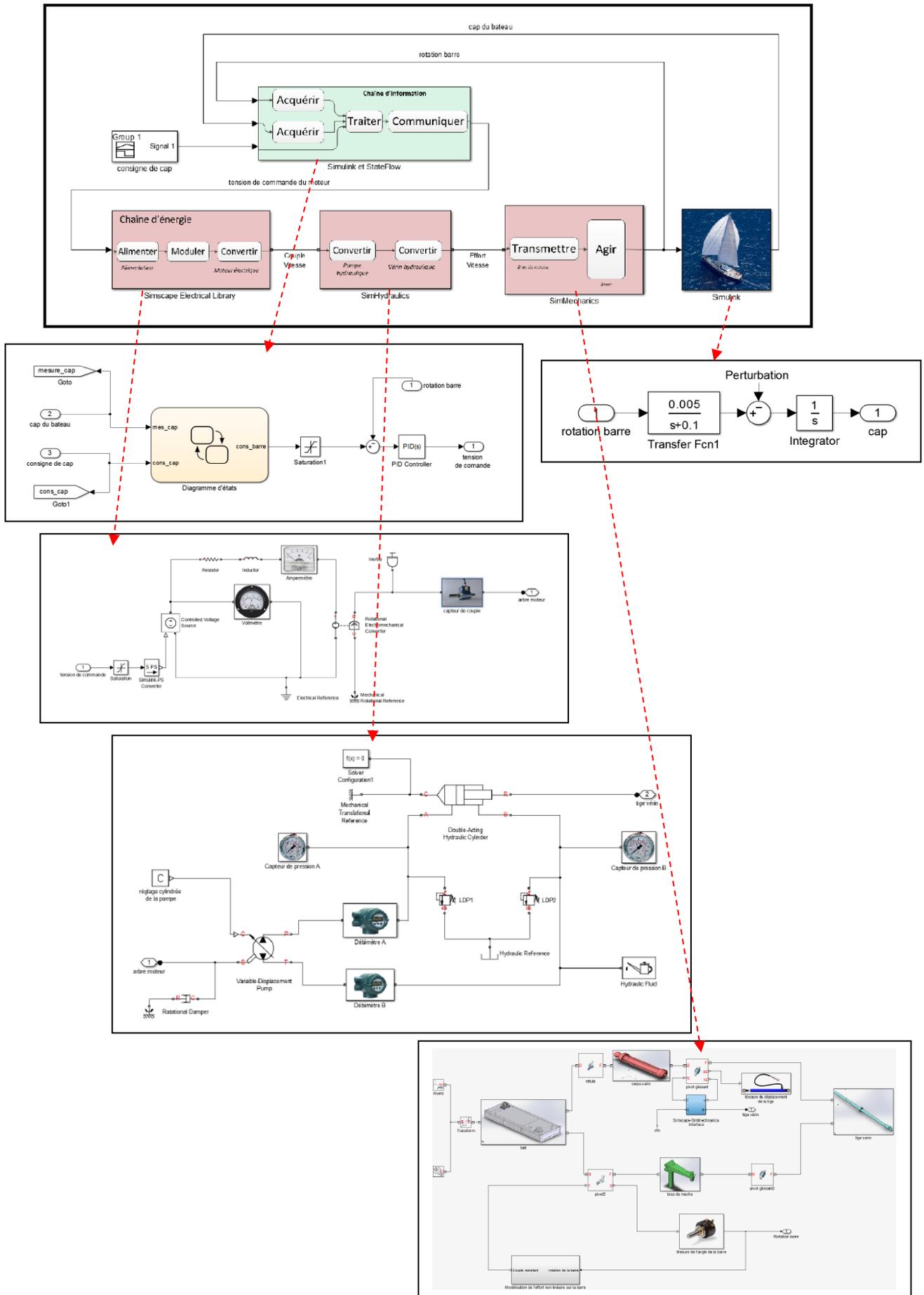
Des méthodes d'analyse et de mise au point de ces systèmes complexes font appel à des modélisations, puis à des traitements logiciels. Ceux d'entre eux qui ne nécessitent pas que l'utilisateur se préoccupe de la causalité lors de leur construction sont dits « acausaux ».

Quelques exemples sont présentés ci-dessous :

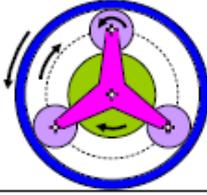
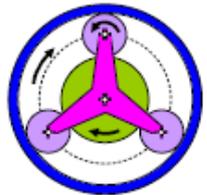
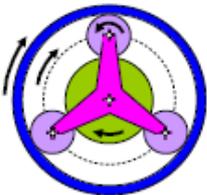
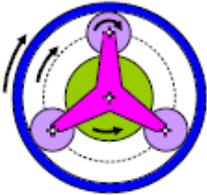
Exemple 1 : Modélisation du moteur à courant continu avec Scilab-Xcos :



Exemple 2 : Modèle multi-physique du pilote automatique de voilier réalisé avec Matlab-Simulink ; le modèle multi-physique est structuré en sous-systèmes dans lesquels différentes bibliothèques de composants sont utilisées.



Annexe : le tableau des modes de fonctionnement de la Toyota Prius

Mode de fonctionnement	Synoptique	Fonctions
Faible vitesse		La puissance provient de la couronne externe via MG2 ; Le mouvement résultant fait tourner les satellites ; MG1 n'est pas alimenté et tourne librement ; Le couple de traînée du moteur thermique bloque sa rotation.
Marche arrière		La marche arrière est tout électrique ; Les mêmes remarques que pour le mode en faible vitesse peuvent être faites, les éléments tournent néanmoins dans le sens opposé.
Marche arrière avec moteur thermique allumé		Mode utile si la batterie a besoin d'être rechargée ; Tous les éléments du train sont en rotation ; La batterie est rechargée par le biais de la machine MG1 .
Mise à température ou charge à l'arrêt		Le véhicule est à l'arrêt : la couronne est immobile ; Mode utilisé pour charger les batteries à l'arrêt du véhicule ou pour mettre le moteur thermique à sa température nominale ; Notons que les satellites tournent mais qu'aucun mouvement n'est transféré : les satellites tourneront autour de la couronne ; Réalizable si un frein bloque la couronne.
Accélération		Tous les composants sont actifs ; Mode utile quand une forte accélération est demandée ; MG2 et le moteur thermique fournissent leurs puissances aux roues ; MG1 génère de l'électricité qui est consommée instantanément par MG2 : permet de tirer moins d'énergie de la batterie et le point de fonctionnement du moteur thermique est choisi de manière à moins consommer (couple imposé par le moteur thermique et vitesse par MG2).
Mode « hérétique »		Mode appelé ainsi car il est contraire à ce qui est couramment admis ; Utilisé sur route et autoroute et fait apparaître le rôle que peut prendre MG2 ; À vitesse stabilisée, MG2 freine la voiture en se comportant en génératrice. L'électricité produite est transmise directement à MG1 lequel se comporte en moteur et aide à la traction le moteur thermique. Ceci permet, comme pour l'accélération, de choisir le point de fonctionnement du moteur thermique.