Technique calcul

Partie 1

Fractions

▶ Exercice 1 Simplification de fractions

Simplifier les fractions suivantes :

1. $\frac{18}{42}$
2. $\frac{21}{27}$
3. $\frac{25}{40}$
4. $\frac{28}{63}$
5. $\frac{18}{22}$
6. $\frac{27}{45}$
7. $\frac{22}{88}$
8. $\frac{49}{84}$
9. $\frac{48}{56}$
10. $\frac{63}{75}$
11. $\frac{26}{74}$
12. $\frac{72}{81}$
13. $\frac{2^4 3^5 7^2}{2^3 3^3 \times 7^4}$
14. $\frac{2^3 5^3 3^2 11^2}{33000}$
15. $\frac{360}{288}$

▶ Exercice 2 Opérations

Effectuer les opérations suivantes :

1. $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$
2. $\frac{5}{6}-\frac{7}{15}$
3. $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$
4. $\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}$
5. $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}$
6. $\frac{5}{12}\times\frac{4}{3}\times\frac{6}{25}$
7. $\frac{36}{25}\times\frac{15}{12}\times 5$
8. $\frac{2}{5}\div\frac{3}{10}$
9. $\frac{3}{4}\div\frac{15}{28}$
10. $2-\frac{3}{4}\div\frac{5}{2}$
11. $\left(\frac{1}{8}-1\right)\left(1-\frac{7}{11}\right)\left(\frac{5}{7}+\frac{1}{3}\right)$
12. $\left(\frac{2}{3}-1\right)^2-\frac{5}{3}$
13. $\frac{3}{\frac{4}{5}}$
14. $\frac{\frac{3}{4}}{5}$
15. $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\times 2$
16. $\frac{5}{3}-\frac{16}{45}\times\frac{35}{8}$
17. $\frac{5+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}}{5-\frac{3}{4}+\frac{1}{3}}$

▶ Exercice 3 One more

Effectuer les opérations suivantes :

1. $A=\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{7}\right)\times\left(\frac{7}{3}-1\right)$
2. $B=\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{2}\right)\times\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\right)$
3. $C=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{7}{24}\right)\times\frac{12}{49}$
4. $D=\left(\frac{7}{5}-\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{7}{8}-\left(\frac{3}{4}-2\right)\right)$
5. $E=\left(\frac{1}{9}-\frac{2}{27}\right)\times\frac{54}{5}$
6. $F=\frac{7}{3}\times\left(\frac{2}{5}-4\right)$

▶ Exercice 4 Calcul littéral

Réduire les expressions suivantes :

1. $A=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$
2. $B=\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}$
3. $C=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}-\frac{3}{c}$
4. $D=\frac{b}{a}+\frac{a}{b}$
5. $E=\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}$
6. $F=\frac{1}{a+1}-\frac{1-\frac{1}{a}}{1+\frac{1}{a}}$

▶ Exercice 5 * - Téléscopage

1. Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$
$$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$
2. En déduire la valeur de :
$$E=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\ldots+\frac{1}{999\times 1000}$$

▶ Exercice 6 ***

Écrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible. Il sera utile d'utiliser le calcul littéral.

1. $A=(2\times 3\times 5\times 7)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)$
2. $B=\left(\frac{136}{15}-\frac{28}{5}+\frac{62}{10}\right)\times\frac{21}{24}$
3. $C=\frac{5^{10}\times 7^3-25^5\times 49^2}{(125\times 7)^3+5^9\times 14^3}$
4. $D=\frac{1978\times 1979+1980\times 21+1958}{1980\times 1979-1978\times 1979}$

▶ Exercice 7 **

Écrire sous la forme d'une fraction irréductible
$$A=\frac{0,5-\frac{3}{17}+\frac{3}{37}}{\frac{5}{6}-\frac{5}{17+\frac{5}{37}}}+\frac{0,5-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-0,2}{\frac{7}{5}-\frac{7}{4}+\frac{7}{3}-3,5}$$

▶ Exercice 8 *** En utilisant le calcul littéral

En utilisant les identités remarquables et le calcul littéral, calculer les nombres suivants.

1. $\frac{2\,022}{(-2022)^2+(-2021)(2023)}$
2. $\frac{2021^2}{2020^2+2022^2-2}$
3. $\frac{1235\times 2469-1234}{1234\times 2469+1235}$
4. $\frac{4002}{1000\times 1002-99\times 1001}$

▶ Exercice 9 *** Encore du calcul littéral

Écrire les expressions suivantes sous la forme d'une seule fraction, que l'on simplifiera le plus possible.

1. $\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}$ pour $n\in\mathbb{N}^*$
2. $\frac{a^3-b^3}{(a-b)^2}-\frac{(a+b)^2}{a-b}$, avec $a\neq b$.
3. $\frac{\frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\frac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$ pour $n\in\mathbb{N}, n\geqslant 2$.

Technique Calcul

Partie 2

Calcul littéral

Dans cette fiche, on s'appliquera à écrire le résultat en écrivant le moins d'étapes possibles. La variable x représente un nombre réel (ou complexe).

Développements

▶ Exercice 1 Développements

Développe et réduis les expressions suivantes :

1. $(2x-3)(4+x)$
2. $(5x+1)\left(\frac{1}{3}-2x\right)$
3. $(2x+1)^2$
4. $(x-4)^2$
5. $(3x+1)^2$
6. $(2x-1)^2$
7. $(3x-1)^2$
8. $(x+4)^2$
9. $(5x+2)^2$
10. $(5x-2)^2$
11. $(a-1)(b-1)$
12. $(a-1)(b-1)(c-1)$
13. $(a-1)^2$
14. $(a+1)(b+1)$

▶ Exercice 2

Développer les expressions suivantes :

1. $(a+b+c)^2$
2. $(a+b-c)^2$
3. $(a-b-c)^2$
4. $(a+b+c+d)^2$
5. $(a+b)^3$
6. $(a-b)^3$
7. $(a+b)^4$
8. $(a-b)^4$

▶ Exercice 3

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes selon les puissances croissantes de x.

1. $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^3$
2. $(x-1)^3(x^2+x+1)$
3. $(x+1)^2(x-1)(x^2-x+1)$
4. $(x+1)^2(x-1)(x^2+x+1)$
5. $(x-1)^2(x+1)(x^2+x+1)$
6. $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

▶ Exercice 4

Même consigne.

1. $(x-2)^2\left(-x^2+3x-1\right)-(2x-1)\left(x^3+2\right)$
2. $(2x+3)(5x-8)-(2x-4)(5x-1)$
3. $\left((x+1)^2(x-1)(x^2-x+1)+1\right)x-x^6-x^5+2$
4. $(x+1)(x-1)^2-2(x^2+x+1)$
5. $\left(x^2+\sqrt{2}x+1\right)\left(x^2-\sqrt{2}x+1\right)$
6. $(x^2+x+1)^2$

Factorisations

▶ Exercice 5 Factorisations

Factoriser les epxressions polynomiales de la variable x suivantes.

1. $-(6x+7)(6x-1)+36x^2-49$
2. $25-(10x-3)^2$
3. $(6x-8)(4x-5)+36x^2-64$
4. $(-9x-8)(8x+8)+64x^2-64$

▶ Exercice 6 Degré 2

En utilisant les connaissances sur les polynômes de degré 2, factoriser les trinômes suivants.

1. x^2-2x+1
2. x^2+4x+4
3. x^2+3x+2
4. $-5x^2+6x-1$
5. $6x^2-17x+5$
6. $5x^2-7x-6$

▶ Exercice 7

On rappelle l'identité de factorisation :

$$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}$$

Factoriser les expressions suivantes :

1. a^7-b^7
2. a^7-1
3. a^3-8
4. a^3+8
5. $2^{10}-1$
6. 3^n-1
7. $x^{ab}-1$ de deux façons différentes.

Application : Montrer que 7^n-1 est divisible par 6 quel que soit $n\in\mathbb{N}$.

▶ Exercice 8 Avec plusieurs variables

Factoriser sur $\mathbb{R}$ les expressions polynomiales suivantes dont les variables représentent des nombres réels.

1. $(x+y)^2-z^2$
2. $x^2+6xy+9y^2-169x^2$
3. $xy+x+y+1$
4. $xy-x-y+1$
5. $x^3+x^2y+2x^2+2xy+x+y$
6. $y^2(a^2+b^2)+16x^4(-a^2-b^2)$
7. x^4+x^2+1
8. $(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$
9. $(ap+bq+cr+ds)^2+(aq-bp-cs+dr)^2+(ar+bs-cp-dq)^2+(as-br+cq-dp)^2$

Technique calcul

Partie 3

Racines

▶ Exercice 1
Simplifier les expressions suivantes :

1. $A=\sqrt{(-5)^2}$
2. $B=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}$
3. $C=\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}$
4. $D=\sqrt{(3-\pi)^2}$
5. $E=\sqrt{32}\times\sqrt{2}$
6. $F=\sqrt{3}\sqrt{27}$
7. $G=\sqrt{3}\times\sqrt{18}\times\sqrt{6}$
8. $H=\left(4\sqrt{5}\right)^2$
9. $I=\dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$
10. $J=\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{72}}$
11. $K=\dfrac{\sqrt{32}\times\sqrt{10}}{\sqrt{80}}$

▶ Exercice 2
Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b deux entiers et b le plus petit possible :

1. $A=\sqrt{32}$
2. $B=\sqrt{45}$
3. $C=3\sqrt{125}$

Simplifier le nombre $\sqrt{45}+3\sqrt{125}$.

▶ Exercice 3
Développer puis écrire sous la forme $a+b\sqrt{c}$ avec a, b et c entiers et c le plus petit possible :

1. $A=\left(\sqrt{3}-4\right)^2$
2. $B=\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2$
3. $C=\left(3\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$
4. $\left(3+\sqrt{3}\right)\left(4-2\sqrt{3}\right)$

▶ Exercice 4
Écrire aussi simplement que possible les expressions suivantes.

1. $\left(2\sqrt{5}\right)^2$
2. $\left(2+\sqrt{5}\right)^2$
3. $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$
4. $\sqrt{11+6\sqrt{2}}$
5. $\left(3+\sqrt{7}\right)^2-\left(3-\sqrt{7}\right)^2$
6. $\left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^4$
7. $\left(\dfrac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$
8. $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$

▶ Exercice 5 **Avec la méthode de la quantité conjuguée**
Rendre rationnels les dénominateurs des expressions suivantes.

1. $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$
2. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$
3. $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$
4. $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
5. $\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$
6. $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$
7. $\dfrac{5+2\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{5-2\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$
8. $\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}\right)^2$

▶ Exercice 6

Exprimer la quantité suivante sans radical au dénominateur.

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

▶ Exercice 7 **Mettre au carré**

Élever au carré les quantités suivantes pour en donner une expression simplifiée.

1. $\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}$
2. $\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

▶ Exercice 8

On note $A=\sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}-\sqrt[3]{-3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$. Simplifier A.

On commencera par exprimer A^3 en fonction A.

▶ Exercice 9 **Et suites arithmétiques**

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r\in\mathbb{R}$. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on définit la somme :

$$S_n=\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{\sqrt{u_k}+\sqrt{u_{k+1}}}=\frac{1}{\sqrt{u_0}+\sqrt{u_1}}+\frac{1}{\sqrt{u_1}+\sqrt{u_2}}+\frac{1}{\sqrt{u_2}+\sqrt{u_3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{u_n}+\sqrt{u_{n+1}}}$$

Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$,

$$S_n=\frac{n+1}{\sqrt{u_0}+\sqrt{u_{n+1}}}$$

Technique calcul

Partie 4

Systèmes

▶ Exercice 1 Résolution de systèmes de 2 équations à 2 inconnues

1. Pour chacun des systèmes suivants, discuter de l'existence de solutions.
2. Résoudre les systèmes admettant une solution unique par la méthode de votre choix : substitution ou combinaison.

a. $\begin{cases} 2x-3y = 15 \\ 3x+y = 6 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 2x-8y = 4 \\ -3x+12y = -6 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 6x+9y = 4 \\ -8x-12y = 8 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 3x-y = 1 \\ x+5y = -3 \end{cases}$ e. $\begin{cases} x-6y = 13 \\ 6x-7y = 20 \end{cases}$ f. $\begin{cases} -3x-9y = 6 \\ 2x-7y = 5 \end{cases}$

g. $\begin{cases} 9x-6y = 1 \\ -8x+6y = -3 \end{cases}$ h. $\begin{cases} -10x+9y = 10 \\ 10x+3y = -8 \end{cases}$ i. $\begin{cases} 7x+8y = -27 \\ y-10x = 6 \end{cases}$

Solutions :

a. $(3;-3)$ b. solution non unique c. solution non unique

d. $\left(\frac{1}{8};-\frac{5}{8}\right)$ e. $(1;-2)$ f. $\left(\frac{1}{13};-\frac{9}{13}\right)$ g. $\left(-2;-\frac{19}{6}\right)$ h. $\left(-\frac{51}{95};-\frac{5}{19}\right)$ i. $\left(-\frac{37}{13};-\frac{23}{26}\right)$

▶ Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$

1. $\begin{cases} x-2y = 1 \\ 3x+4y = 13 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 2x+y = 16 \\ x-y = 5 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 3x-6y = -3 \\ 2x+2y = 2 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 3x-4y = -\sqrt{2} \\ 6x+2y = 3\sqrt{2} \end{cases}$

▶ Exercice 3 Système à paramètre

Discuter des solutions du système (S) d'inconnues x et y suivant les valeurs du paramètre $m \in \mathbb{R}$

$$(S)\begin{cases} (m+2)x+ \quad y = m \\ (m-10)x+(m-4)y = -3m \end{cases}$$

▶ Exercice 4 Systèmes à paramètre

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ en fonction des valeurs du paramètre $a \in \mathbb{R}$.

1. $\begin{cases} 3x+2y = 2 \\ 2x+4y = a \end{cases}$
2. $\begin{cases} x-ay = 3a+2 \\ ax+y = 2a-3 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 3x+5y = a \\ 2x-y = a^2 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x+2y = 3a \\ 2x+3y = 5a-a^2 \end{cases}$

▶ Exercice 5 2 équations à 3 inconnues

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$.

1. $\begin{cases} x+2y+z = 1 \\ 3x+y-2z = 3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x-2y+z = 6 \\ x+2y-z = -2 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x-y+3z = 5/2 \\ x+2y-z = 3/2 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 5x+y+2z = -5/2 \\ 2x-y+2z = -5/3 \end{cases}$

▶ Exercice 6 3 équations à 3 inconnues

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$.

1. $\begin{cases} x+2y-z = -3 \\ 2x-y+z = 8 \\ 3x+y+2z = 11 \end{cases}$

2. $\begin{cases} a-b-c = -7 \\ 3a+2b-c = 3 \\ 4a+b+2c = 4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+3y+z = 1 \\ 2x-y+2z = -1 \\ x+10y+z = 0 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x+y+3z = 0 \\ 2x-y+2z = -1 \\ 4x+5y+4z = 1 \end{cases}$

▶ Exercice 7 Système à paramètre

On considère le système d'inconnues $x, y, z \in \mathbb{R}$. et de paramètre $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x+y-z = 1 \\ x+2y+az = 2 \\ 2x+ay+2z = 3 \end{cases}$$

Discuter de l'ensemble des solutions selon les valeurs de a.

▶ Exercice 8 Vers le second degré

Résoudre le système d'inconnue $(x; y) \in \mathbb{R}^2$:

$$\begin{cases} xy = -5 \\ x^2 + xy^2 = 20 \end{cases}$$

Indic : trouver le produit et la somme des solutions.

Technique calcul

Partie 5

Dérivation

▶ Exercice 1

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f_1(x) = 3x^2 - 5x + 1$

2. $f_2(x) = 5x^3 + 2x^2 - 7x + 4$

3. $f_3(x) = 3x^7 - 4x^2 + 5$

4. $f_4(x) = 2x^5 + x^3 + 5x - 1$

5. $f_5(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$

6. $f_6(x) = 1 + x + \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^5}{5}$

▶ Exercice 2

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f_1(x) = 0,03x^4 - \sqrt{5}x^2 - x + 1$

2. $f_2(x) = 1 + x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4$

3. $f_3(x) = \dfrac{1}{x} - 4x^2 + 5x$

4. $f_4(x) = 3\sqrt{x} - 5x$

5. $f_5(x) = \dfrac{3}{x} - 6x$

6. $f_6(x) = \dfrac{1}{2x} - 5x + 1$

7. $f_7(x) = x^2 - 2\sqrt{x}$

▶ Exercice 3

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f_1(x) = -5x^2 + 2x$

2. $f_2(x) = 4x^5 - 3x^3 + 5x^2 - 12$

3. $f_3(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$

4. $f_4(x) = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$

5. $f_5(x) = \dfrac{x}{x + 1}$

6. $f_6(x) = \dfrac{2x - 1}{3x + 2}$

7. $f_7(x) = \dfrac{5 - 4x}{x^2 + 1}$

8. $f_8(x) = (x^2 + 3x + 2)(2x - 5)$

9. $f_9(x) = x\sqrt{x}$

▶ Exercice 4 Produits - Quotients - Puissances - Mix 1

Même Consigne.

1. $f_1(x) = 4x^2 - 3x + 1$

2. $f_2(x) = 2x - 4 + \dfrac{3}{x}$

3. $f_3(x) = -2x^3 + x^2$

4. $f_4(x) = x - 1 + \sqrt{x}$

5. $f_5(x) = 2x + 7 + \dfrac{1}{x}$

6. $f_6(x) = 2 + (3x + 2)^2$

7. $f_7(x) = (2x + 3)(3x - 7)$

8. $f_8(x) = (5x - 4)\left(1 - \dfrac{x}{2}\right)$

9. $f_9(x) = (x^3 - x)(x - 9)$

10. $f_{10}(x) = \sqrt{x}(3 - 4x)$

11. $f_{11}(x) = \left(2x + \dfrac{1}{x}\right)(3x - 1)$

12. $f_{12}(x) = \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{x}{10}\right)^2$

13. $f_{13}(x) = (3x - 1)^5$

14. $f_{14}(x) = x^2\left(1 + \sqrt{x}\right)$

15. $f_{15}(x) = \left(\frac{1}{x} + 2\right)\left(\sqrt{x} + 1\right)$

16. $f_{16}(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$

17. $f_{17}(x) = \frac{3x-7}{2-5x}$

18. $f_{18}(x) = \frac{1}{x+1}$

19. $f_{19}(x) = \frac{1}{1+x^2}$

20. $f_{20}(x) = \frac{1}{1-3x}$

21. $f_{21}(x) = \frac{2x}{x^2-4}$

22. $f_{22}(x) = 2x + \frac{1}{\sqrt{x}}$

23. $f_{23}(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$

24. $f_{24}(x) = \frac{1}{x^2+x-2}$

25. $f_{25}(x) = \frac{2x^2-5x+3}{x-3}$

26. $f_{26}(x) = \frac{x}{1+\sqrt{x}}$

27. $f_{27}(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$

28. $f_{28}(x) = \frac{x-1}{(x(x+1)}$

29. $f_{29}(x) = \left(\frac{x-1}{3-x}\right)^2$

30. $f_{30}(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}$

31. $f_{31}(x) = \frac{1}{x^3}$

32. $f_{32}(x) = \frac{x}{x+\sqrt{x}}$

33. $f_{33}(x) = \left(\frac{1}{1+x}\right)^3$

34. $f_{34}(x) = \sqrt{x-1}\sqrt{3-x}$

▶ Exercice 5 Fonctions circulaires

Même consigne. On pourra observer que toutes les fonctions sont dérivables sur $\mathbb{R}$.

1. $f_1(x) = -\cos x + \sin x$

2. $f_2(x) = x + \sin x$

3. $f_3(x) = \sin^2 x$

4. $f_4(x) = \cos^2 x$

5. $f_5(x) = \cos x \sin x$

6. $f_6(x) = (\cos x + \sin x)^2$

7. $f_7(x) = \frac{1}{2-\cos x}$

8. $f_8(x) = \frac{\sin^2 x}{1+\cos^2 x}$

▶ Exercice 6 Composées

Même consigne.

1. $f_1(x) = \sqrt{2x+5}$

2. $f_2(x) = \sqrt{2-x}$

3. $f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

4. $f_4(x) = \sin 2x$

5. $f_5(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$

6. $f_6(x) = \sin\left(-\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$

7. $f_7(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

8. $f_8(x) = \sin x \cos 3x$

9. $f_9(x) = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$

▶ Exercice 7 ln et exp

Même consigne. On pourra déterminer les ensembles de dérivabilité en amont.

1. $f_1(x) = \ln(3x-2)$

2. $f_2(x) = \ln\left(x^2-1\right)$

3. $f_3(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$

4. $f_4(x) = \ln(\ln(x))$

5. $f_5(x) = x\ln x - x$

6. $f_6(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

7. $f_7(x) = \mathrm{e}^{5x}$

8. $f_8(x) = \mathrm{e}^{4-x}$

9. $f_9(x) = \mathrm{e}^{\cos x}$

10. $f_{10}(x) = \mathrm{e}^{x^2+5x}$

11. $f_{11}(x) = 3^x$

12. $f_{12}(x) = \frac{1}{2^x}$

13. $f_{13}(x) = 5^{\sqrt{x}}$

14. $f_{14}(x) = x^x$

15. $f_{15}(x) = x^2\mathrm{e}^{-x^2}$

16. $f_{16}(x) = \frac{\mathrm{e}^{2x}-1}{\mathrm{e}^{2x}+1}$

17. $f_{17}(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$

18. $f_{18}(x) = \left(x^2+1\right)^{0,2}$

19. $f_{19}(x) = \sqrt[3]{x^2+x+1}$

20. $f_{20}(x) = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}^x+1}}$

21. $f_{21}(x) = \ln\left(\mathrm{e}^x - 3\right)$

22. $f_{22}(x) = \mathrm{e}^{-2\mathrm{e}^{-5x}}$

Technique calcul

Partie 6

Calcul d'intégrales