Le 29/09/2023 DS nº 1 CPES

Prénom : Nom : SG

▶ Exercice 1 /2

Effectuer les opérations suivantes, donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

1°) $A = \left(2 - \frac{5}{7}\right)\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{5}\right) - 1$

2°) $B = \dfrac{2 + \frac{3}{2}}{5 - \frac{1}{4}}$

▶ Exercice 2 /4

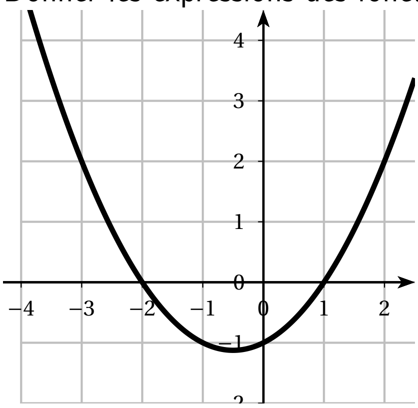
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

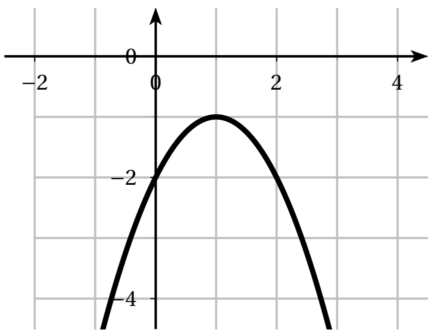
1°) $(x^2 - x + 1)(x^2 - 7x + 12) = 0$

2°) $\dfrac{2x^2 - 5x + 4}{(3-x)(5+x)} \leqslant 0$

▶ Exercice 3 /3

Donner les expressions des fonctions définies par les graphes suivants :





▶ Exercice 4 /4

On considère l'équation (E) : $2x^3 - 8x^2 + 3x + 10 = 0$

1. Vérifier que 2 est bien solution de l'équation
2. Factoriser le polynôme $2x^3 - 8x^2 + 3x + 10$ sous la forme $(x-2)(ax^2 + bx + c)$, où a, b et c sont des nombres réels à déterminer.
3. En déduire toutes les solutions de l'équation.

▶ Exercice 5 /3

On considère un triangle de côtés 3, 4 et 6.

1. Démontrer que ce triangle n'est pas rectangle.
2. Peut-on ajouter une même dimension sur chaque côté pour qu'il devienne rectangle ?

▶ Exercice 6 /4

Soit $f: x \mapsto 2x^2+6x-1$ une fonction polynôme du second degré et $g: x \mapsto 2x+1$ une fonction affine.
On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{D}_g$ les courbes représentatives des deux fonctions f et g dans un repère orthonormé.

1. Donner la forme canonique de f. En déduire les variations de f.
2. Résoudre l'inéquation $f(x) < g(x)$.
   Interpréter graphiquement les solutions de cette inéquation.

▶ Exercice 7 /10

On considère les fonctions polynômes f_m définies sur $\mathbb{R}$ pour $m \in \mathbb{R}$ par

$$f_m(x) = 2x^2 - mx - m + 1$$

1. (a) Donner les expressions de $f_1(x)$ et $f_0(x)$.
   (b) Déterminer les formes canoniques de ces deux fonctions. Tracer une allure des deux courbes dans un repère (on fera un schéma faisant apparaître les éléments principaux.
   (c) Déterminer les coordonnées des points d'intersections éventuels des deux courbes avec l'axe des abscisses.
2. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation $f_m(x) = 0$ n'admet qu'une seule solution. On donnera alors sa valeur.
3. **Dans cette question, on suppose que l'équation admet deux solutions notées x_1 et x_2.**
   (a) Exprimer les valeurs de $s = x_1 + x_2$ et de $p = x_1x_2$ en fonction de m.
   (b) Exprimer $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$ en fonction de la somme s et du produit p puis en fonction de m.
   (c) En déduire les valeurs de m pour lesquelles $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 > -2$
4. On note P_m la parabole d'équation $y = f_m(x)$ dans un repère $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.
   (a) Montrer que P_1 et P_0 ont un point d'intersection A dont on déterminera les coordonnées.
   (b) Vérifier par le calcul que le point A appartient à toutes les paraboles P_m.
5. (a) Exprimer en fonction de m les coordonnées du sommet O_m de chaque parabole.
   (b) Montrer que pour tout $m \in \mathbb{R}$, O_m est situé sur la courbe d'équation $y = -2x^2 - 4x + 1$.