

► EXERCICE 1

1. Calculer les sommes suivantes :

$$(a) \sum_{i=3}^{16} i$$

$$(b) \sum_{k=0}^{25} (2k + 1)$$

2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=0}^n (3k - 1) = \frac{(n+1)(3n-2)}{2}$$

3. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{3}\right)^k = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3^n}$$

► EXERCICE 2

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n par :

$$\begin{cases} u_0 = 1000 \\ u_{n+1} = 0,9u_n + 90 \end{cases}$$

On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 900$.

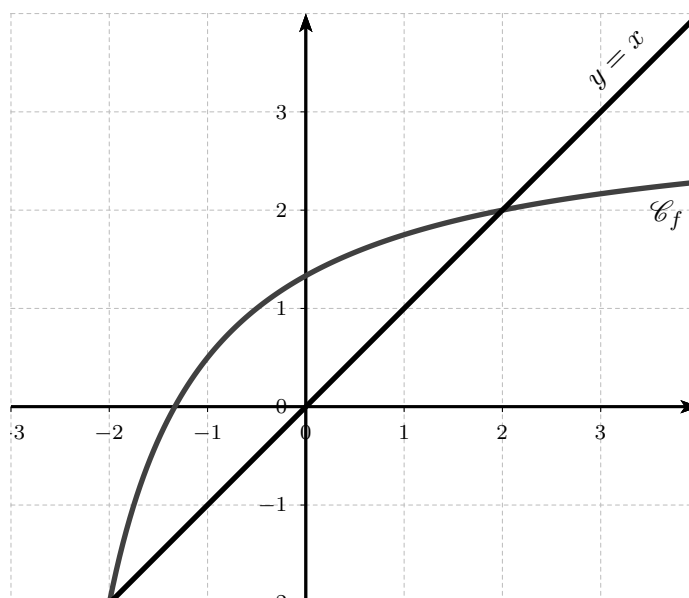
1. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,9. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n .
2. En déduire une expression de u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. Lorsqu'on exécute le programme suivant, on obtient la valeur 44. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

```
1 u=1000
2 q=0
3 while u>901:
4     u=0.9*u+90
5     q=q+1
6 print(q)
```

► EXERCICE 3

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3}$

1. Calculer les valeurs de u_1 et u_2 .
2. Démontrer que la suite (u_n) n'est pas arithmétique ni géométrique.
3. Dans le graphique ci-dessous, dans lequel on a tracé la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x+4}{x+3}$, construire les premières valeurs u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.



4. Émettre une conjecture quant à la limite de la suite lorsque n tend vers $+\infty$.
5. Soit (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$.
 - (a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.
 - (b) En déduire une expression de v_n en fonction de n .
 - (c) Déterminer une expression de u_n en fonction de n .

► EXERCICE 4

Le but de l'exercice est de trouver une fraction égale à $27,272727272727\dots$

On considère la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \frac{27}{100^n}$.

1. Calculer u_0 , u_1 , et u_2 . Conjecturer l'écriture de u_k , pour un $k \in \mathbb{N}$.
2. Montrer que (u_n) est géométrique.
3. On note $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$
 - (a) Calculer S_1 , S_2 et S_3 .
 - (b) Conjecturer l'écriture décimale de S_n .
 - (c) Donner une écriture de S_n en fonction de n en utilisant une formule du cours.
 - (d) En déduire une fraction dont l'écriture décimale infinie serait $27,272727272727\dots$