Modélisation d'une servocommande d'avion - Corrigé

1. Modélisation dans l'hypothèse de fluide incompressible

Q1.1. Ecrire les équations du modèle sous forme symbolique (transformée de Laplace) en considérant que toutes les conditions initiales sont nulles.

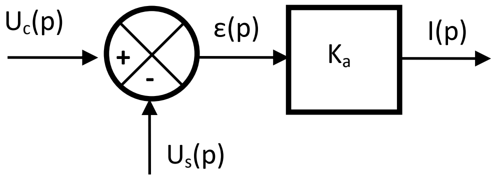
$u_c(t) = \dfrac{i(t)}{K_a} + u_s(t) \quad \rightarrow \quad U_c(p) = \dfrac{I(p)}{K_a} + U_s(p)$

$q(t) = S.\dfrac{dx(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad Q(p) = S.p.X(p)$

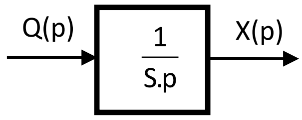
$u_s(t) = K_c.x(t) \quad \rightarrow \quad U_s(p) = K_c.X(p)$

Q1.2. Représenter chacune de ces relations sous forme de schéma-bloc partiel.

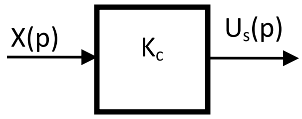
$U_c(p) = \dfrac{I(p)}{K_a} + U_s(p) \quad \rightarrow$



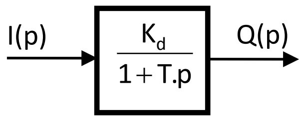
$Q(p) = S.p.X(p) \quad \rightarrow$



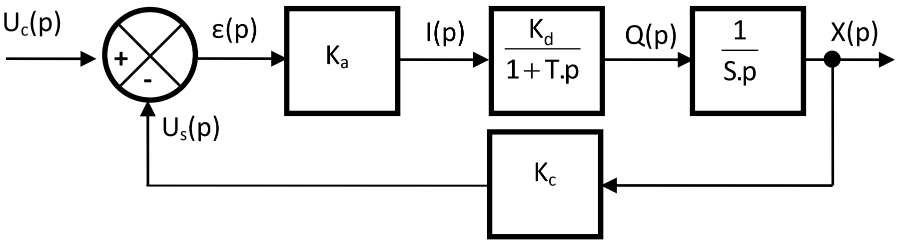
$U_s(p) = K_c.X(p) \quad \rightarrow$



$F(p) = \dfrac{Q(p)}{I(p)} = \dfrac{K_d}{1+T.p} \quad \rightarrow$



Q1.3. Regrouper les schémas-blocs partiels afin de représenter le comportement de la servocommande.



Q1.4. Calculer les fonctions de transfert suivantes et donner à chaque fois la classe et l'ordre.

$A_1(p) = \dfrac{X(p)}{Q(p)} = \dfrac{1}{S.p}$ Classe 1, ordre 1.

$C(p) = \dfrac{X(p)}{\varepsilon(p)} = \dfrac{K_a.K_d}{(1+T.p).S.p}$ Classe 1, ordre 2.

$G(p) = \dfrac{U_s(p)}{\varepsilon(p)} = \dfrac{K_a.K_d.K_c}{(1+T.p).S.p}$ Classe 1, ordre 2.

$$H(p)=\frac{X(p)}{U_c(p)}=\frac{1}{K_c}\cdot\frac{\dfrac{K_a.K_d.K_c}{(1+T.p).S.p}}{1+\dfrac{K_a.K_d.K_c}{(1+T.p).S.p}}=\frac{1}{K_c}\cdot\frac{K_a.K_d.K_c}{(1+T.p).S.p+K_a.K_d.K_c}$$

$$H(p)=\frac{X(p)}{U_c(p)}=\frac{1}{K_c}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{S}{K_a.K_d.K_c}.p+\dfrac{S.T}{K_a.K_d.K_c}.p^2}$$

Classe 0, ordre 2.

2. Modélisation dans l'hypothèse de fluide compressible

Q2.1. Ecrire les équations du modèle sous forme symbolique (transformée de Laplace) en considérant que toutes les conditions initiales sont nulles.

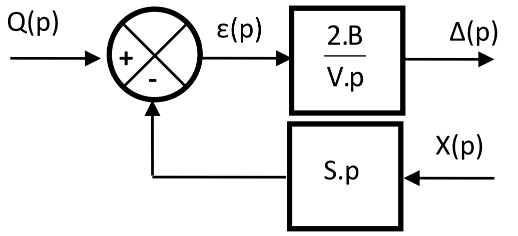
$q(t) = S.\dfrac{dx(t)}{dt}+\dfrac{V}{2.B}.\dfrac{d\Delta p(t)}{dt}$ → $Q(p) = S.p.X(p)+\dfrac{V}{2.B}.p.\Delta P(p)$

$F_m(t) = S.\Delta p(t)$ → $F_m(p) = S.\Delta P(p)$

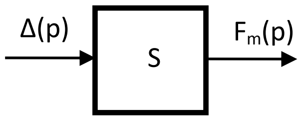
$F_m(t) - F_r(t) - f.\dfrac{dx(t)}{dt}=m.\dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$ → $F_m(p) - F_r(p) - f.p.X(p)=m.p^2.X(p)$

Q2.2. Représenter chacune de ces relations sous forme de schéma-bloc partiel.

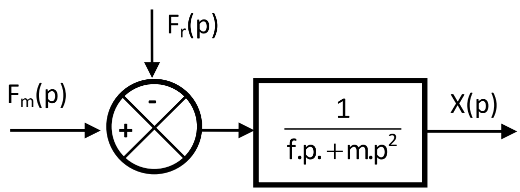
$Q(p)-S.p.X(p)=\dfrac{V}{2.B}.p.\Delta P(p)$ →



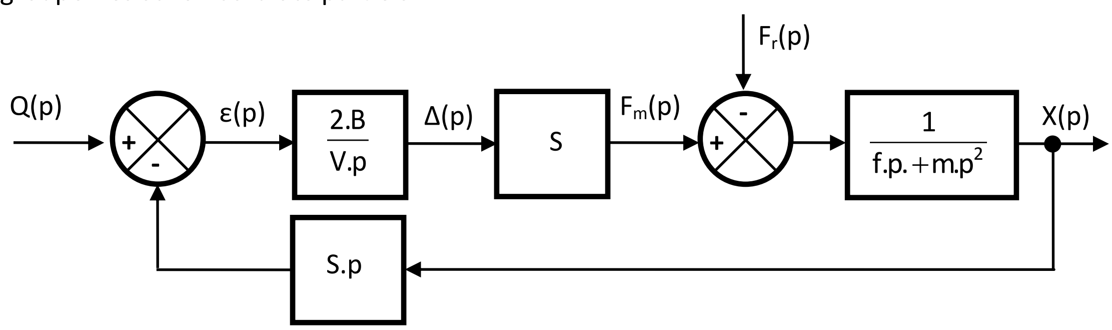
$F_m(p) = S.\Delta P(p)$ →



$F_m(p) - F_r(p)=\left(f.p.+m.p^2\right).X(p)$ →



Q2.3. Regrouper les schémas-blocs partiels.



Q2.4. Calculer la nouvelle fonction de transfert du vérin non asservi : $A_2(p) = \dfrac{X(p)}{Q(p)}$, en supposant que la perturbation $F_r(t)$ est nulle. Donner à chaque fois la classe et l'ordre de $A_2(p)$.

$$A_2(p) = \frac{X(p)}{Q(p)} = \frac{1}{S.p}.\frac{\frac{2.B.S.S.p}{V.p.(f.p+m.p^2)}}{1+\frac{2.B.S.S.p}{V.p(f.p+m.p^2)}} = \frac{1}{S.p}.\frac{\frac{2.B.S^2/V}{(f.p+m.p^2)}}{1+\frac{2.B.S^2/V}{(f.p+m.p^2)}} = \frac{1}{S.p}.\frac{2.B.S^2/V}{f.p+m.p^2+2.B.S^2/V}$$

$$A_2(p) = \frac{1}{S.p}.\frac{1}{1+\frac{V.f}{2.B.S^2}.p+\frac{V.m}{2.B.S^2}.p^2}$$ Classe 1, ordre 3.

Q2.5. Quelle est la modification apportée par le modèle de fluide incompressible ?

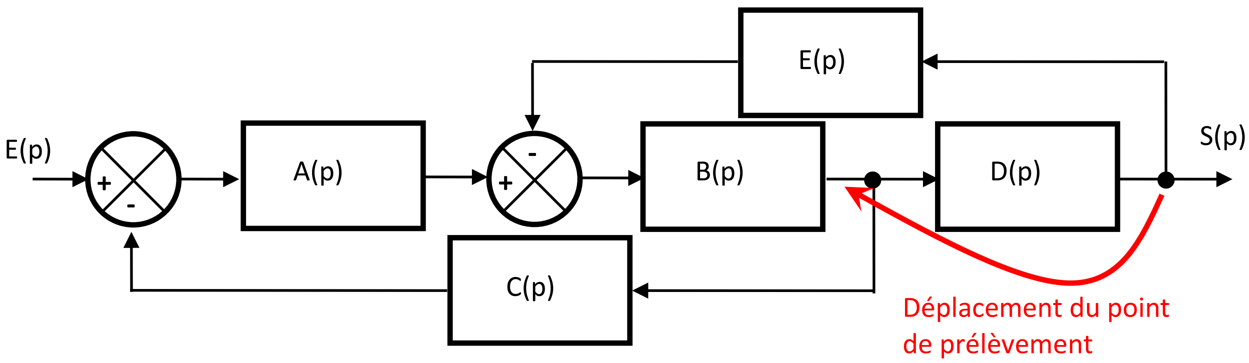
$$A_1(p) = \frac{X(p)}{Q(p)} = \frac{1}{S.p}$$ Classe 1, ordre 1.

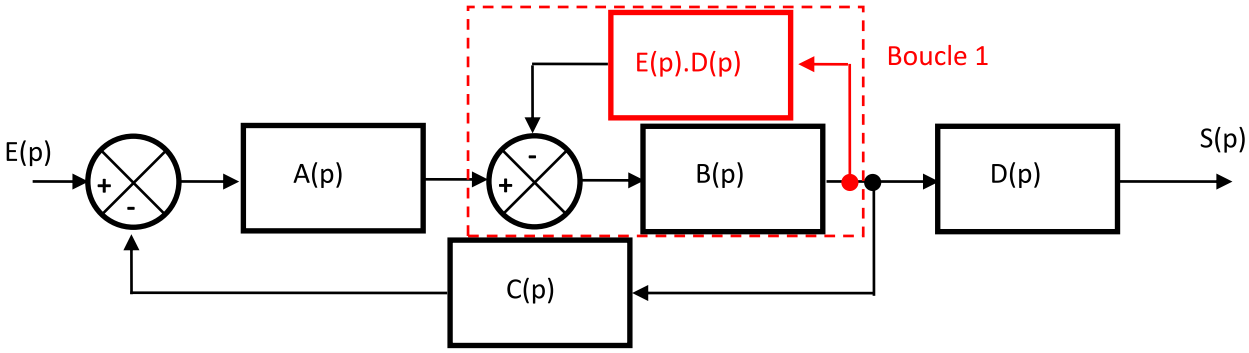
$$A_2(p) = \frac{1}{S.p}.\frac{1}{1+\frac{V.f}{2.B.S^2}.p+\frac{V.m}{2.B.S^2}.p^2}$$ Classe 1, ordre 3.

L'hypothèse fluide incompressible améliore le modèle mais augmente l'ordre du système et ainsi complexifie les calculs.

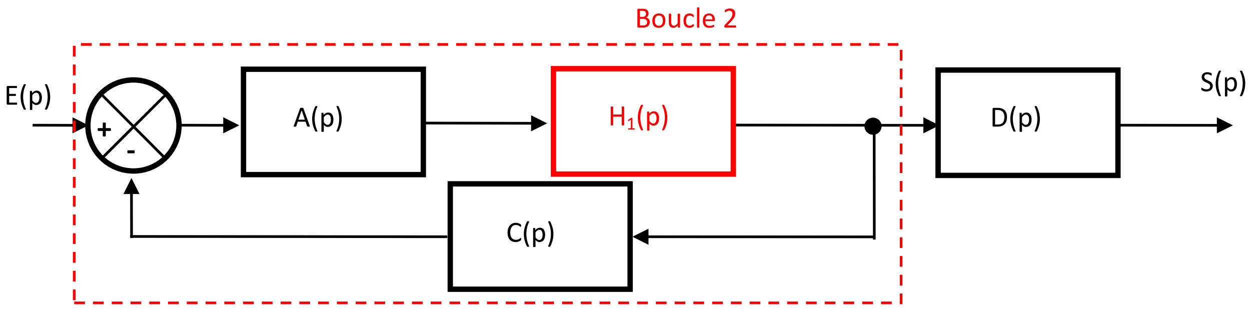
Remarque : si B→∞ (fluide incompressible) $\frac{1}{S.p}.\frac{1}{1+\frac{V.f}{2.B.S^2}.p+\frac{V.m}{2.B.S^2}.p^2} \rightarrow \frac{1}{S.p}$

Exercices d'algèbre des schémas-blocs - Corrigé



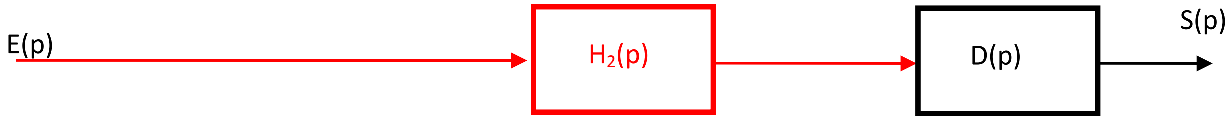


Calcul de la FBTF de la boucle 1 : $H_1(p) = \frac{1}{E(p).D(p)}.\frac{B(p).D(p).E(p)}{1+B(p).D(p).E(p)} = \frac{B(p)}{1+B(p).D(p).E(p)}$

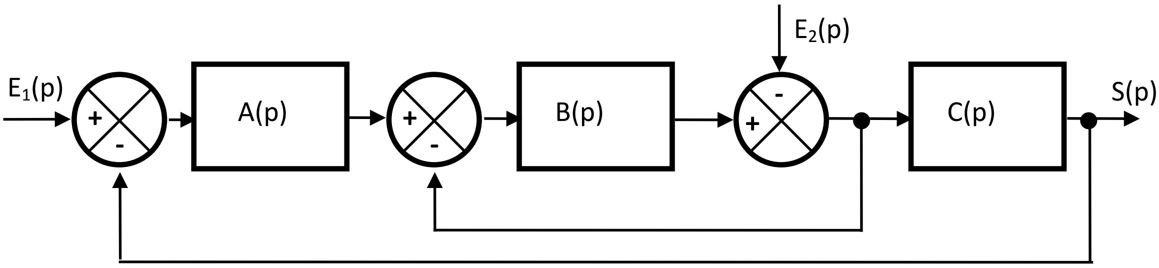


Calcul de la FBTF de la boucle 2 : $H_2(p)=\frac{1}{C(p)}.\frac{A(p).C(p).H_1(p)}{1+A(p).C(p).H_1(p)}=\frac{A(p).\frac{B(p)}{1+B(p).D(p).E(p)}}{1+A(p).C(p).\frac{B(p)}{1+B(p).D(p).E(p)}}$

$H_2(p)=\frac{A(p).B(p)}{1+B(p).D(p).E(p)+A(p).B(p).C(p)}$

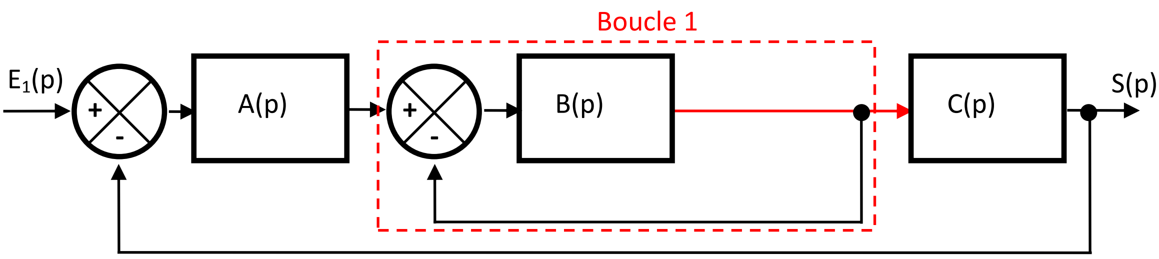


Calcul de la FBTO : $\boxed{H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=H_2(p).D(p)=\frac{A(p).B(p).D(p)}{1+B(p).D(p).E(p)+A(p).B(p).C(p)}}$

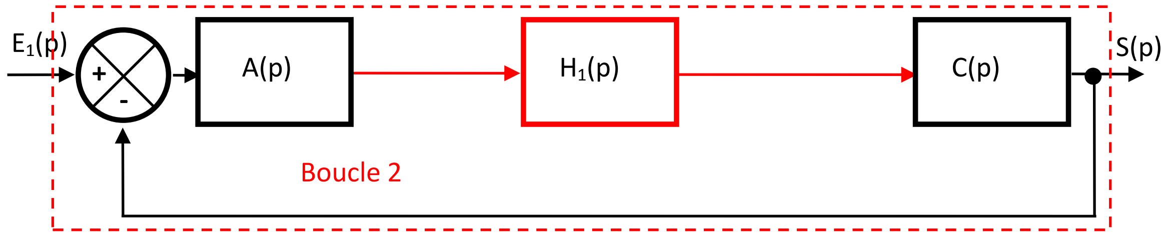


On utilise le théorème de superposition : on calcule les fonctions de transfert du système $\frac{S(p)}{E_1(p)}$ pour $E_2(p)=0$ et $\frac{S(p)}{E_2(p)}$ pour $E_1(p)=0$.

Cas $E_2(p)=0$:



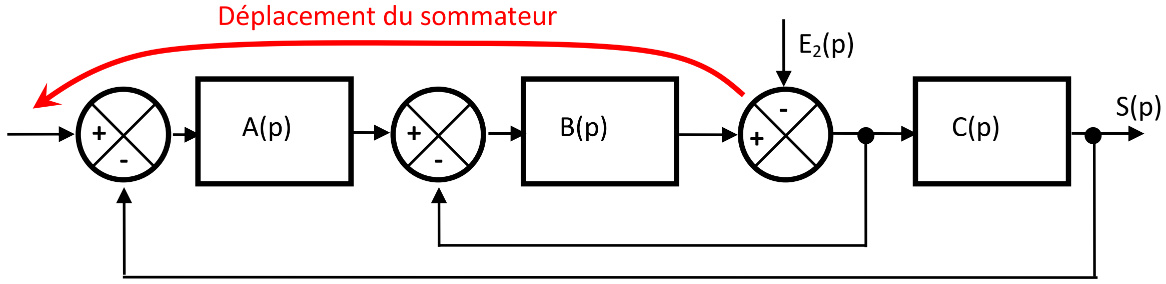
Calcul de la FBTF de la boucle 1 : $H_1(p)=\frac{B(p)}{1+B(p)}$

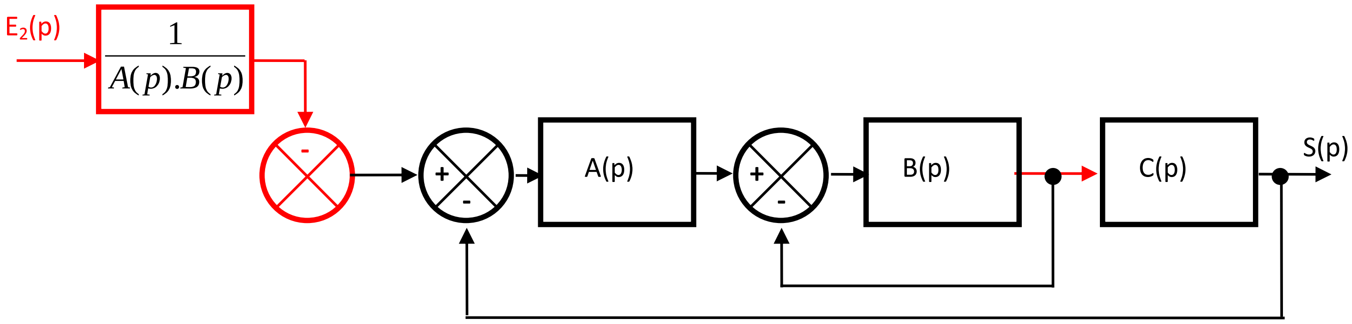


Calcul de la FBTF de la boucle 2 : $H_2(p)=\dfrac{A(p).H_1(p).C(p)}{1+A(p).H_1(p).C(p)}=\dfrac{A(p).\dfrac{B(p)}{1+B(p)}.C(p)}{1+A(p).\dfrac{B(p)}{1+B(p)}.C(p)}$

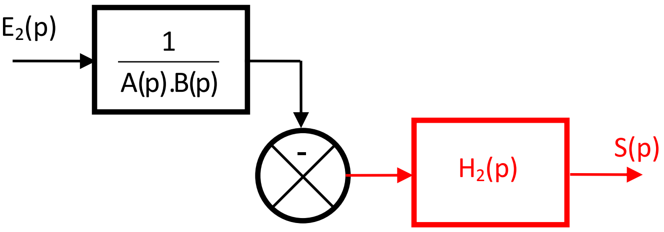
$$H_2(p)=\frac{A(p).B(p).C(p)}{1+B(p)+A(p).B(p).C(p)}$$

Cas $E_1(p)=0$:





En utilisant les résultats du cas $E_2(p)=0$, on retrouve :



Avec $H_2(p)=\dfrac{A(p).B(p).C(p)}{1+B(p)+A(p).B(p).C(p)}$

D'où : $\boxed{S(p)=\dfrac{A(p).B(p).C(p)}{1+B(p)+A(p).B(p).C(p)}.E_1(p)-\dfrac{C(p)}{1+B(p)+A(p).B(p).C(p)}.E_2(p)}$