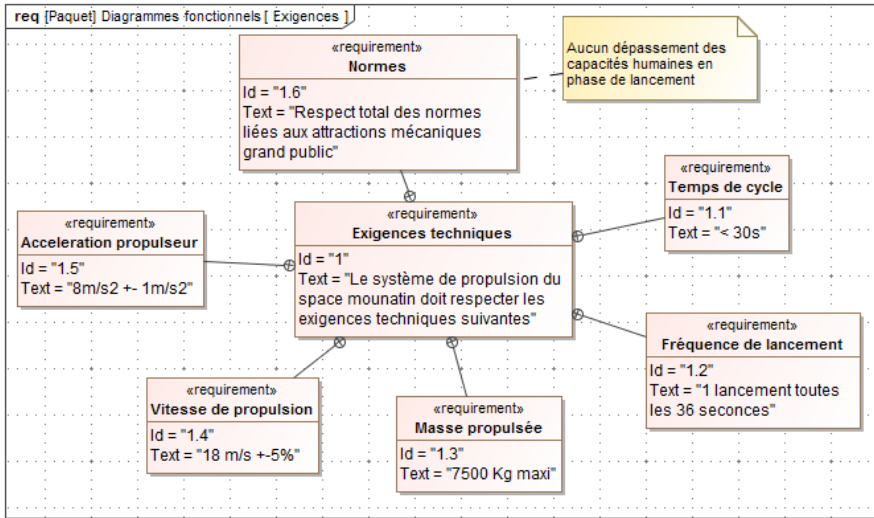


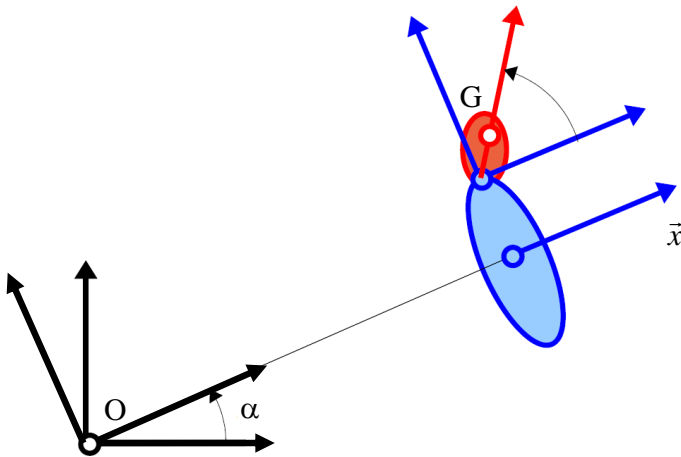
Système de lancement du Space Mountain®

Le Space Mountain est une attraction installée au parc Euro Disney. Elle se présente sous la forme d'un chapiteau renfermant une montagne russe à grande vitesse. Le système de lancement de la montagne russe, évoquant un canon, est une catapulte à propulsion électrique de type porte-avions. Un poussoir vient en contact avec le train (contenant les passagers) afin de le propulser.



Rampe de lancement

On donne le modèle cinématique.



$R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est le repère attaché au sol.
 $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est le repère attaché au rail.
 $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est le repère attaché à la catapulte.
 Les repères R_1 et R_0 sont en translation l'un par rapport à l'autre.

$R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est le repère attaché à la tête d'un passager. Le centre de gravité de la tête du passager est défini par $\vec{O}_2\vec{G} = a_2 \cdot \vec{x}_2$. On pose :

- $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_0) = (\vec{y}, \vec{y}_0)$ où $\alpha = \text{constante}$
- $\vec{OO}_1 = \lambda \cdot \vec{x}_1$.
- $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$
- $\vec{O}_1\vec{O}_2 = a_1 \cdot \vec{x}_1 + b_1 \cdot \vec{y}_1$.

Q.1. Compléter le schéma cinématique puis construire le(s) figure(s) plane(s) de repérage/paramétrage puis exprimer les vecteurs vitesse instantanée de rotation $\vec{\Omega}_{1/0}$, $\vec{\Omega}_{2/1}$ et $\vec{\Omega}_{2/0}$.

Q.2. Déterminer $\vec{V}_{O_2,2/0}$.

Q.3. Déterminer $\vec{V}_{G,2/0}$ et $\vec{\Gamma}_{G,2/0}$.

Q.4. On suppose que le cas le plus défavorable est lorsque l'accélération maximale du cahier des charges est supportée par le terme de l'accélération sur \vec{y}_2 , à savoir $a_2 \cdot \vec{\beta}$. Montrer que le corps humain, qui peut supporter jusqu'à 80 rad.s^{-2} , résiste ($a_2 = 17 \text{ cm}$). Conclure quant au respect du cahier des charges des dépassements des capacités humaines.

Robot ramasseur de fruits

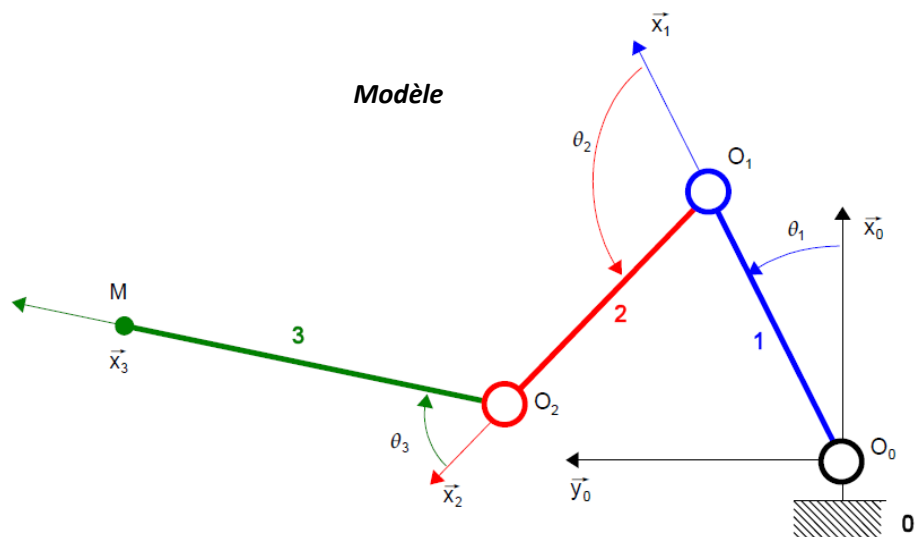
On étudie un robot ramasseur de fruits. Il permet à un agriculteur de cueillir, de manière automatique, les fruits mûrs dans les arbres, et de les mettre dans un conteneur spécifique.



Exigences techniques	Critère	Niveau
Exigence 1.4	Vitesse d'approche du fruit	< 3 cm/s

Le bras 1 tourne autour de l'axe (O_0, \vec{z}_0) par rapport au bâti 0. Le bras 2 tourne autour de l'axe (O_1, \vec{z}_0) par rapport à 1. Le bras 3 tourne autour de l'axe (O_2, \vec{z}_0) par rapport à 2. On pose :

$$\begin{aligned} \vec{O_0O_1} &= R \cdot \vec{x}_1 \\ \vec{O_1O_2} &= R \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{O_2M} &= L \cdot \vec{x}_3 \end{aligned}$$



Q.1. Construire les figures planes de repérage/paramétrage puis exprimer les vecteurs vitesse instantanée de rotation $\vec{\Omega}_{1/0}$, $\vec{\Omega}_{2/1}$, $\vec{\Omega}_{3/2}$.

Q.2. Déterminer $\vec{V}_{O_1,1/0}$.

Q.3. Déterminer $\vec{V}_{O_2,2/0}$.

Q.4. Déterminer $\vec{V}_{M,3/0}$.

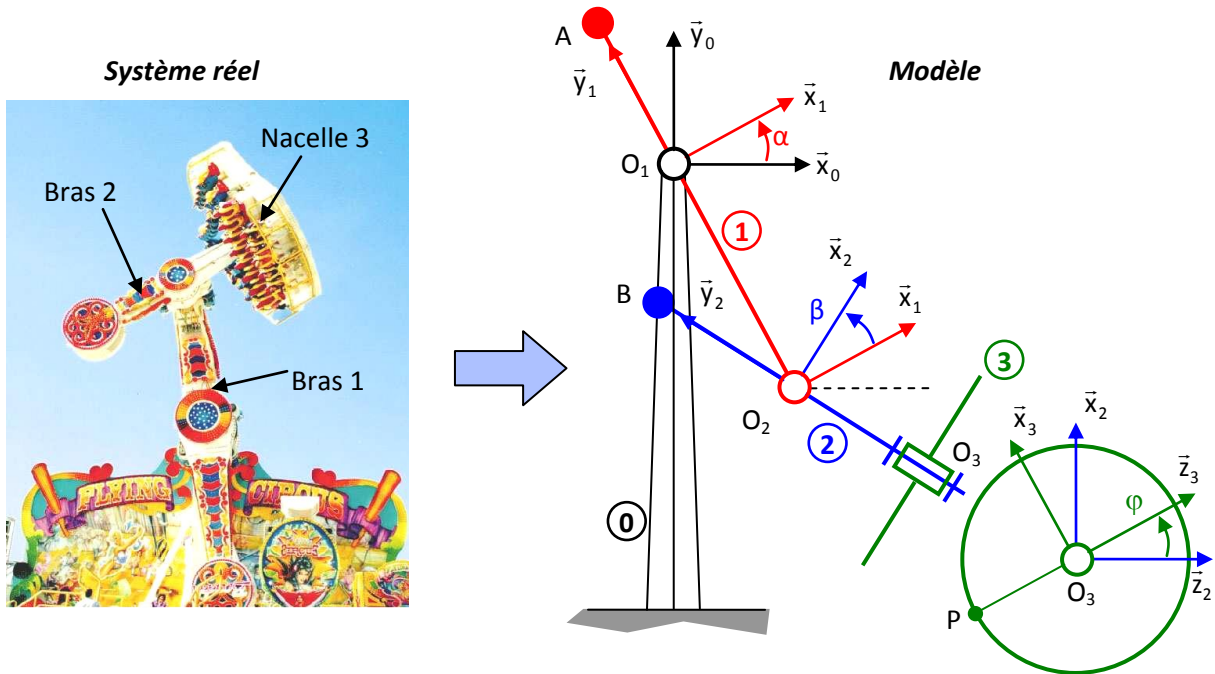
Q.5. Dans la configuration de rapprochement horizontal, ($\theta_2 = \pi - 2\theta_1$ et $\theta_3 = \theta_1 - \frac{\pi}{2}$) montrer que

$\vec{V}_{M,3/0} \cdot \vec{x}_0 = 0$ et déterminer $\|\vec{V}_{M,3/0}\|$.

Q.6. Déterminer la valeur numérique de la vitesse maximale ($R = 48$ cm, $L = 72$ cm et $\dot{\theta}_1 = 0,08$ tr/min) et conclure quant à la capacité du robot à satisfaire le critère de vitesse d'approche du fruit du cahier des charges.

Manège Magic Arms

Le manège Magic-Arms dont on la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel, est composé d'une structure métallique d'environ 12 m de haut avec deux bras mobiles. Les passagers s'assoient sur 39 sièges disposés sur une plate-forme tournante. Dès que tous les passagers sont assis et attachés, la nacelle tourne autour de son axe, le bras principal (bras 1) et le bras secondaire (bras 2), liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner. Après 9 secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre. Tous les mouvements sont pilotés par un ordinateur.



Exigences techniques	Critère	Niveau
Exigence 1.2	Accélération subie par le passager	2,5g maxi

Le manège dont on donne la modélisation ci dessus comporte :

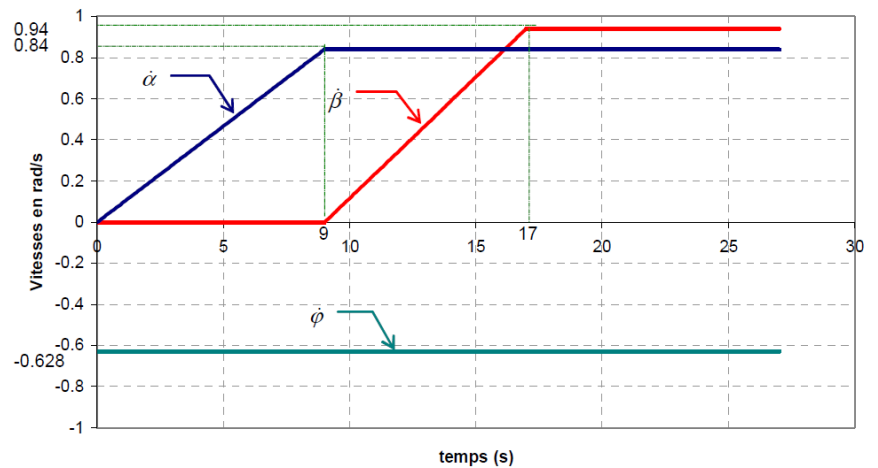
- un bras principal 1 assimilé à une barre AO_1O_2 . Il est en liaison pivot parfaite d'axe (O_1, \vec{z}_1) caractérisé par le paramètre α avec le bâti 0. On pose $\vec{O_1O_2} = -l_1 \cdot \vec{y}_1$.
- un bras secondaire 2 assimilé à une barre BO_2O_3 . Il est en liaison pivot parfaite d'axe (O_2, \vec{z}_2) caractérisé par le paramètre β avec le bras principal 1. On pose $\vec{O_2O_3} = -l_2 \cdot \vec{y}_2$.
- une nacelle 3 assimilée à un disque de centre O_3 et de rayon R . Elle est en liaison pivot parfaite d'axe (O_3, \vec{z}_3) caractérisé par le paramètre φ avec le bras 2. On s'intéresse plus particulièrement à un passager considéré comme un point matériel P tel que $\vec{O_3P} = -R \cdot \vec{z}_3$.

Q.1. Construire les figures planes de repérage/paramétrage puis Exprimer les vecteurs vitesses instantanés de rotation $\vec{\Omega}_{10}$, $\vec{\Omega}_{20}$ et $\vec{\Omega}_{30}$ de chacun des solides 1,2 et 3 dans leur mouvement respectif par rapport au bâti 0.

Q.2. Déterminer l'expression générale de la vitesse du point P associé au passager par rapport au bâti 0, notée $\vec{V}_{P,3/0}$.

On donne ci-contre l'évolution des vitesses angulaires des moteurs du manège en fonction du temps.

Q.3. Déterminer les valeurs des paramètres $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ et $\dot{\varphi}$ puis l'expression analytique des positions angulaires $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\varphi(t)$ dans l'intervalle de temps [17-27] secondes en sachant qu'à l'instant $t=17s$, on a $\alpha= 10,5$ rad, $\beta= 3,76$ rad et $\gamma = -10,676$ rad.

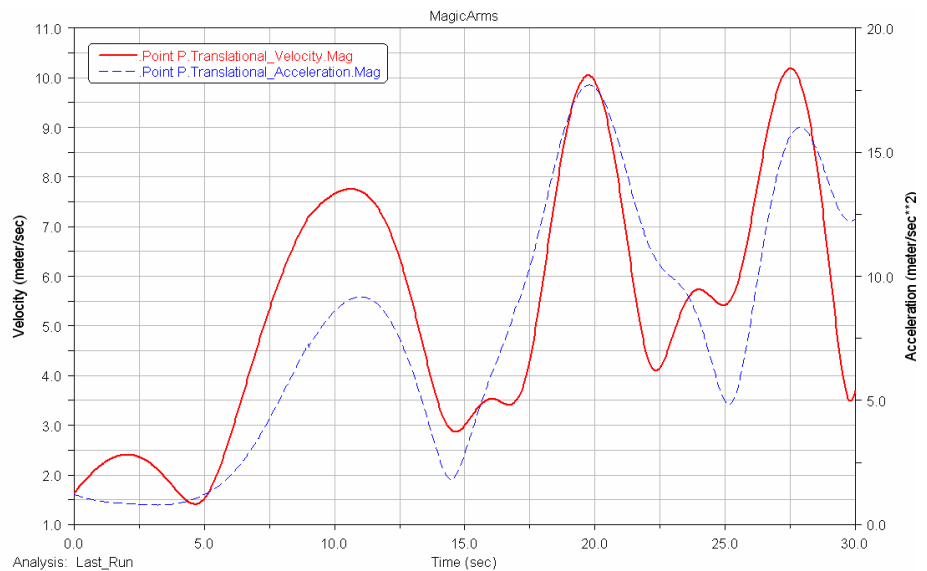


Q.4. Déterminer à partir des équations obtenues Q.3. les valeurs numériques à l'instant $t_1=19,8$ s de α , β et φ .

Q.5. On pose $\vec{V}_{P,3/0} = V_{x2} \cdot \vec{x}_2 + V_{y2} \cdot \vec{y}_2 + V_{z2} \cdot \vec{z}_2$. Déterminer les expressions littérales de V_{x2} , V_{y2} et V_{z2} puis les valeurs numériques de V_{x2} , V_{y2} et V_{z2} à l'instant $t_1=19,8s$. (Données : $l_1 = 3,9m$, $l_2 = 2,87m$, $R = 2,61m$).

Q.6. Déterminer l'expression générale de l'accélération du point P associé au passager par rapport au bâti 0, notée $\vec{\Gamma}_{P,3/0}$ dans l'intervalle de temps [17-27] secondes pour lequel les vitesses angulaires sont constantes.

Le graphe ci-contre, obtenu par simulation numérique, présente le module de la vitesse du passager P par rapport au bâti 0 ainsi que le module de l'accélération du passager P par rapport au bâti 0 en fonction du temps.



Q.7. Comparer les résultats obtenus Q.4. à ceux du graphe pour temps $t_1=19,8$ s.

Q.8. Relever l'accélération maximale subie par le passager et conclure vis-à-vis du C.d.C.F..