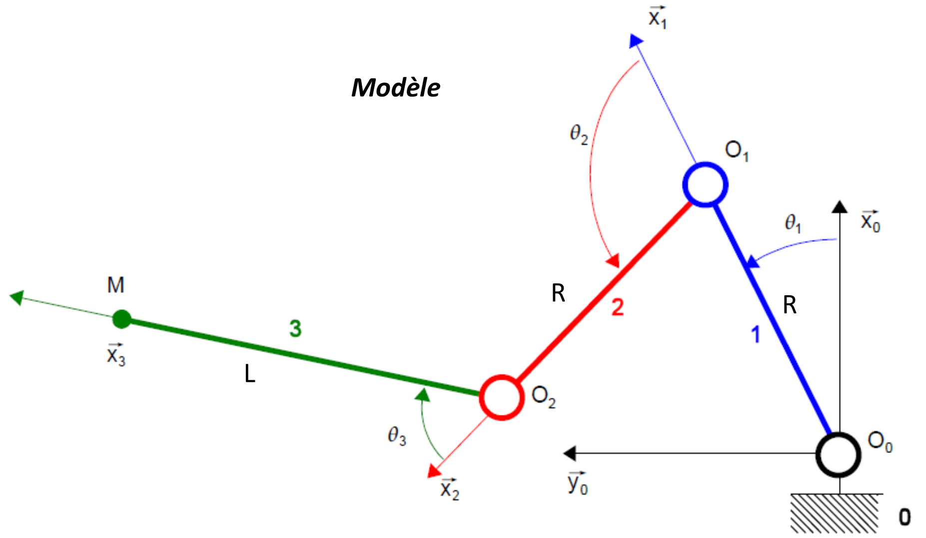
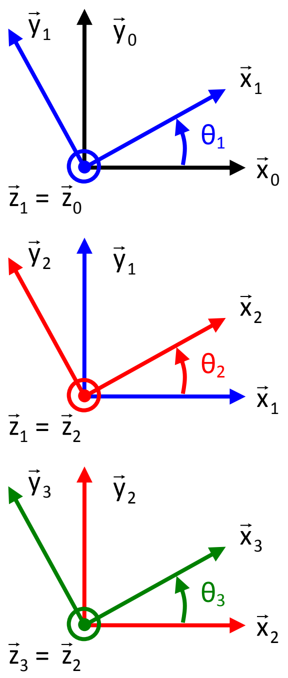
Robot ramasseur de fruits - Corrigé



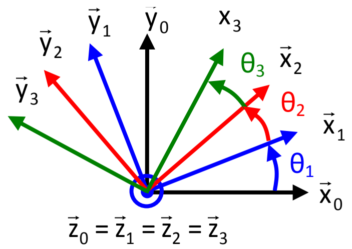


On a :

$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\theta}_1.\vec{z}_0$

$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\theta}_2.\vec{z}_0$

$\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \dot{\theta}_3.\vec{z}_0$



Q.1. Nature du mouvement de 1/0 ? : Mouvement de rotation simple autour de l'axe $(O_0, \vec{z}_0)$:

On applique le champ des vitesses : $\overrightarrow{V_{O_1\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O_0\in 1/0}} + \overrightarrow{O_1O_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$

Avec $\overrightarrow{V_{O_0\in 1/0}} = \vec{0}$ → $\overrightarrow{O_1O_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = -R.\vec{x}_1 \wedge \dot{\theta}_1.\vec{z}_1 = R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1$ → $\boxed{\overrightarrow{V_{O_1\in 1/0}} = R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1}$

Q.2. Nature du mouvement de 2/0 ? : Mouvement complexe, on décompose en mouvements simples :

→ 2/0 = 2/1 + 1/0 → $\overrightarrow{V_{O_2,2/0}} = \overrightarrow{V_{O_2,2/1}} + \overrightarrow{V_{O_2,1/0}}$ (composition de mouvement)

$$\overrightarrow{V_{O_2,2/0}} = \overrightarrow{V_{O_2,2/1}} + \overrightarrow{V_{O_2,1/0}}$$

Nature du mouvement de 2/1 ? :
Rotation autour de l'axe $(O_1, \vec{z}_0)$

Champ des vitesses

$$\overrightarrow{V_{O_2\in 2/1}} = \overrightarrow{V_{O_1\in 2/1}} + \overrightarrow{O_2O_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}}$$

Avec $\overrightarrow{V_{O_2\in 2/1}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{O_2O_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = -R.\vec{x}_2 \wedge \dot{\theta}_2.\vec{z}_2$$

$$\overrightarrow{O_2O_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = R.\dot{\theta}_2.\vec{y}_2$$

→ $\overrightarrow{V_{O_2\in 2/1}} = R.\dot{\theta}_2.\vec{y}_2$

Nature du mouvement de 1/0 ? :
Rotation autour de l'axe $(O_0, \vec{z}_0)$

Champ des vitesses

$$\overrightarrow{V_{O_2\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O_0\in 1/0}} + \overrightarrow{O_2O_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$$

Avec $\overrightarrow{V_{O_0\in 1/0}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{O_2O_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = (-R.\vec{x}_2 - R.\vec{x}_1) \wedge \dot{\theta}_1.\vec{z}_1$$

$$\overrightarrow{O_2O_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_2 + R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1$$

→ $\overrightarrow{V_{O_2\in 1/0}} = R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_2 + R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1$

→ $\boxed{\overrightarrow{V_{O_2 \in 2/0}} = R.(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2).\vec{y}_2 + R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1}$

Q.3. Nature du mouvement de 3/0 ? : Mouvement complexe, on décompose en mouvements simples :
→ 3/0 = 3/2 + 2/1 +1/0 → $\overrightarrow{V_{M,3/0}} = \overrightarrow{V_{M,3/2}} + \overrightarrow{V_{M,2/1}} + \overrightarrow{V_{M,1/0}}$ (composition de mouvement)

$$\overrightarrow{V_{M,3/0}} = \overrightarrow{V_{M,3/2}} + \overrightarrow{V_{M,2/1}} + \overrightarrow{V_{M,1/0}}$$

Nature du mouvement de 3/2 ? : Rotation autour de l'axe (O_2, $\vec{z}_0$)

Champ des vitesses

$$\overrightarrow{V_{M\in 3/2}} = \overrightarrow{V_{O_2 \in 3/2}} + \overrightarrow{MO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}}$$

Avec $\overrightarrow{V_{O_2 \in 3/2}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{MO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}} = -L.\vec{x}_3 \wedge \dot{\theta}_3.\vec{z}_3$$

$$\overrightarrow{MO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}} = L\dot{\theta}_3.\vec{y}_3$$

→ $\overrightarrow{V_{M\in 3/2}} = L\dot{\theta}_3.\vec{y}_3$

Nature du mouvement de 2/1 ? : Rotation autour de l'axe (O_1, $\vec{z}_0$)

Champ des vitesses

$$\overrightarrow{V_{M\in 2/1}} = \overrightarrow{V_{O_1 \in 2/1}} + \overrightarrow{MO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}}$$

Avec $\overrightarrow{V_{O_2 \in 2/1}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{MO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = (-L.\vec{x}_3 - R.\vec{x}_2) \wedge \dot{\theta}_2.\vec{z}_1$$

$$\overrightarrow{MO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = L.\dot{\theta}_3.\vec{y}_3 + R.\dot{\theta}_2.\vec{y}_2$$

→ $\overrightarrow{V_{O_2 \in 2/1}} = R.\dot{\theta}_2.\vec{y}_2$

Nature du mouvement de 1/0 ? : Rotation autour de l'axe (O_0, $\vec{z}_0$)

Champ des vitesses

$$\overrightarrow{V_{M\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O_0 \in 1/0}} + \overrightarrow{MO_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$$

Avec $\overrightarrow{V_{O_0 \in 1/0}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{MO_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = (-L.\vec{x}_3 - R.\vec{x}_2 - R.\vec{x}_1) \wedge \dot{\theta}_1.\vec{z}_1$$

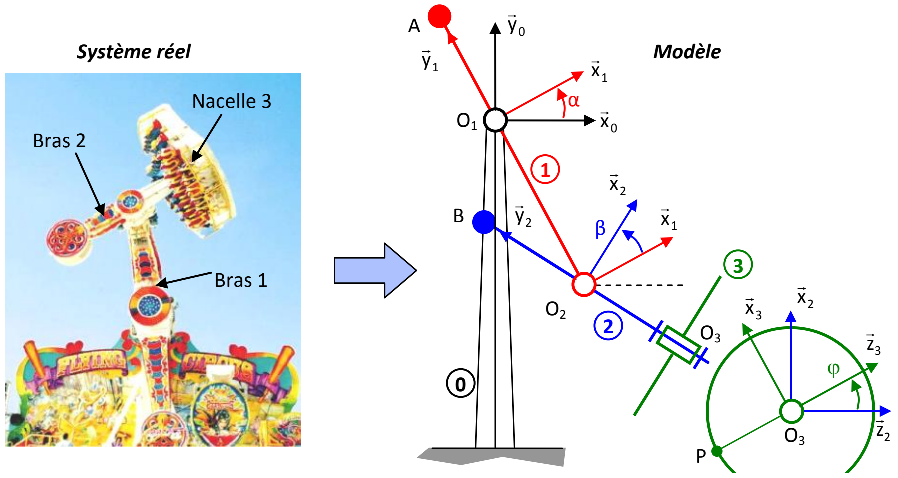
$$\overrightarrow{MO_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = L.\dot{\theta}_1.\vec{y}_3 + R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_2 + R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1$$

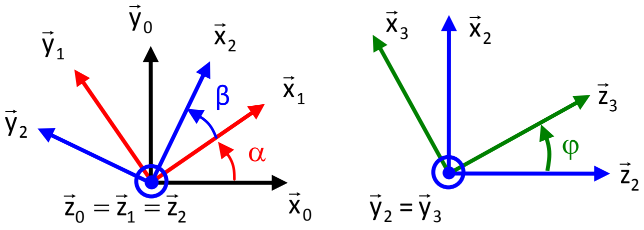
→ $\overrightarrow{V_{M\in 1/0}} = L.\dot{\theta}_1.\vec{y}_3 + R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_2 + R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1$

→ $\boxed{\overrightarrow{V_{M,3/0}} = R.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1 + R.(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2).\vec{y}_2 + L.(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3).\vec{y}_3}$

Q.4. Les résultats obtenus par calcul direct (TD 11) et ceux obtenus ici par champ des vitesses + composition de mouvement sont (bien évidemment) les mêmes (ce qui est plutôt rassurant ^^).

Manège Magic Arms - Corrigé





$$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\alpha}.\vec{z}_0$$
$$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\beta}.\vec{z}_0$$
$$\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \dot{\varphi}.\vec{y}_2$$

Q.1. Nature du mouvement de 3/0 ? : Mouvement complexe, on décompose en mouvements simples :

→ 3/0 = 3/2 + 2/1 +1/0 → $\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \overrightarrow{V_{P,3/2}} + \overrightarrow{V_{P,2/1}} + \overrightarrow{V_{P,1/0}}$ (composition de mouvement)

$$\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \overrightarrow{V_{P,3/2}} + \overrightarrow{V_{P,2/1}} + \overrightarrow{V_{P,1/0}}$$

Nature du mouvement de 3/2 ? : Rotation autour de l'axe $(O_3, \vec{x}_1)$

Champ des vitesses

$$\overrightarrow{V_{P\in 3/2}} = \overrightarrow{V_{O_3\in 3/2}} + \overrightarrow{PO_3} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}}$$

Avec $\overrightarrow{V_{O_3\in 3/2}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{PO_3} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}} = R.\vec{z}_3 \wedge \dot{\varphi}.\vec{y}_3$$
$$\overrightarrow{PO_3} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}} = -R.\dot{\varphi}.\vec{x}_3$$

→ $\overrightarrow{V_{P\in 3/2}} = -R.\dot{\varphi}.\vec{x}_3$

Nature du mouvement de 2/1 ? : Rotation autour de l'axe $(O_2, \vec{z}_1)$

Champ des vitesses

$$\overrightarrow{V_{P\in 2/1}} = \overrightarrow{V_{O_2\in 2/1}} + \overrightarrow{PO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}}$$

Avec $\overrightarrow{V_{O_2\in 2/1}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{PO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = (R.\vec{z}_3 + l_2.\vec{y}_2) \wedge \dot{\beta}.\vec{z}_2$$
$$\overrightarrow{PO_2} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = -R.\dot{\beta}.\sin\varphi.\vec{y}_2 + l_2.\dot{\beta}.\vec{x}_2$$

→ $\overrightarrow{V_{P\in 2/1}} = -R.\dot{\beta}.\sin\varphi.\vec{y}_2 + l_2.\dot{\beta}.\vec{x}_2$

Nature du mouvement de 1/0 ? : Rotation autour de l'axe $(O_1, \vec{z}_1)$

Champ des vitesses

$$\overrightarrow{V_{P\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O_1\in 1/0}} + \overrightarrow{PO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$$

Avec $\overrightarrow{V_{O_1\in 1/0}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{PO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = (R.\vec{z}_3 + l_2.\vec{y}_2 + l_1.\vec{y}_1) \wedge \dot{\alpha}.\vec{z}_2$$
$$\overrightarrow{PO_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = -R.\dot{\beta}.\sin\varphi.\vec{y}_2 + l_2.\dot{\beta}.\vec{x}_2 + l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1$$

→ $\overrightarrow{V_{P\in 2/1}} = -R.\dot{\alpha}.\sin\varphi.\vec{y}_2 + l_2.\dot{\alpha}.\vec{x}_2 + l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1$

→ $\boxed{\overrightarrow{V_{P,3/0}} = l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1 + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta})\vec{x}_2 - R.(\dot{\alpha}+\dot{\beta})\sin\varphi.\vec{y}_2 - R.\dot{\varphi}.\vec{x}_3}$