Etude d'un centre d'usinage grande vitesse 5 axes - Corrigé

Q.1. $\overrightarrow{O_3O_5} = \overrightarrow{O_3O_4} + \overrightarrow{O_4D} + \overrightarrow{DO_5} = y.\vec{y}_3 + l_3.\vec{z}_3 + l_4.\vec{x}_4 + z.\vec{z}_5 = l_4.\vec{x}_3 + y.\vec{y}_3 + (z + l_3).\vec{z}_3$

Q.2. Le point O_5 extrémité de l'outil se déplace dans le plan x(t) = cte = l_4

Q.3. $\overrightarrow{V_{O_5\in5/3}} = \overrightarrow{V_{O_5/3}} = \dfrac{d}{dt}\overrightarrow{O_3O_5}\Big|_3 = \dfrac{d}{dt} l_4.\vec{x}_3 + y.\vec{y}_3 + (z + l_3).\vec{z}\Big|_3 = \dot{y}.\vec{y}_3 + \dot{z}.\vec{z}_3$

(O_5 a une réalité physique sur le solide 5, on peut appliquer le calcul direct).

Q.4. $\left\|\overrightarrow{V_{O_5\in5/3}}\right\| = \sqrt{(\dot{y}.\vec{y}_3 + \dot{z}.\vec{z})^2} = \sqrt{\dot{y}^2 + \dot{z}^2}$

On a vitesse maximale sur l'axe Y : 40 m/min et vitesse maximale sur l'axe Z : 40 m/min.

→ $\left\|\overrightarrow{V_{O_5\in5/3}}\right\| = \sqrt{40^2 + 40^2} = 56.5$ m/min.

Q.5. Le point O_0 se déplace dans le plan y(t) = cte = l_1.

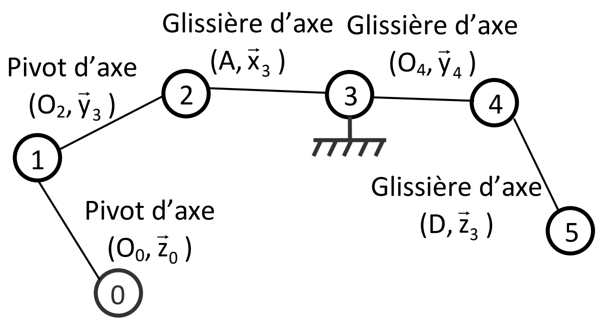
Q.6. $\overrightarrow{V_{O_0\in0/3}} = \overrightarrow{V_{O_0/3}} = \dfrac{d}{dt}\overrightarrow{O_3O_0}\Big|_3 = \dfrac{d}{dt}(x.\vec{x}_3 + l_2.\vec{z}_3 - l_1.\vec{y}_3 + l_0.\vec{z}_1)\Big|_3 = \dot{x}.\vec{x}_3 + l_0.\dfrac{d}{dt}\vec{z}_1\Big|_3 = \dot{x}.\vec{x}_3 + l_0.\dot{\theta}_1.\vec{x}_1$

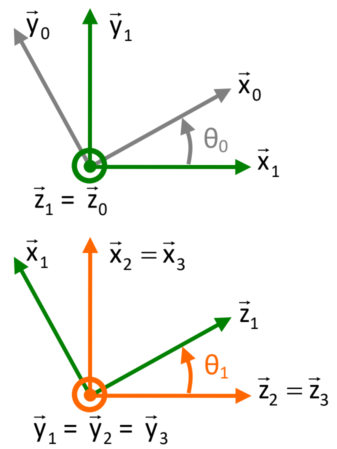
(O_0 a une réalité physique sur le solide 0, on peut appliquer le calcul direct).

Q.7. l_0=0,1m et $\dot{x} = 0$ → $\overrightarrow{V_{O_0\in0/3}} = 0{,}1.\dot{\theta}_1.\vec{x}_1$ → $\left\|\overrightarrow{V_{O_0\in0/3}}\right\| = 0{,}1.\dot{\theta}_1$ m/s.

Avec $\dot{\theta}_1 = \dfrac{2.\pi}{60}.150 = 15{,}7$ rad/s → $\left\|\overrightarrow{V_{O_0\in0/3}}\right\| = 1{,}57$ m/s.

Q.8.





Q.9. $\overrightarrow{\Omega_{S0/R3}} = \overrightarrow{\Omega_{0/3}} = \overrightarrow{\Omega_{0/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/2}} + \overrightarrow{\Omega_{2/3}} = \dot{\theta}_0.\vec{z}_1 + \dot{\theta}_1.\vec{y}_1$

Q.10. $\overrightarrow{V_{M\in0/3}} = \overrightarrow{V_{O_0\in0/3}} + \overrightarrow{MO_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{0/3}}$ (Champ des vecteurs vitesse).

Avec $\overrightarrow{MO_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{0/3}} = -(x_M.\vec{x}_0 + y_M.\vec{y}_0 + z_M.\vec{z}_0) \wedge (\dot{\theta}_0.\vec{z}_0 + \dot{\theta}_1.\vec{y}_1)$

→ $\overrightarrow{MO_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{0/3}} = -(-x_M.\dot{\theta}_0.\vec{y}_0 + y_M.\dot{\theta}_0.\vec{x}_0 + x_M.\dot{\theta}_1.\cos\theta_0.\vec{z}_0 - y_M.\dot{\theta}_1.\sin\theta_0.\vec{z}_0 - z_M.\dot{\theta}_1.\vec{x}_1)$

→ $\overrightarrow{MO_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{0/3}} = x_M.\dot{\theta}_0.\vec{y}_0 - y_M.\dot{\theta}_0.\vec{x}_0 - x_M.\dot{\theta}_1.\cos\theta_0.\vec{z}_0 + y_M.\dot{\theta}_1.\sin\theta_0.\vec{z}_0 + z_M.\dot{\theta}_1.\vec{x}_1$

D'où : $\overrightarrow{V_{M\in0/3}}.\vec{y}_3 = (\dot{x}.\vec{x}_3 + l_0.\dot{\theta}_1.\vec{x}_1 + x_M.\dot{\theta}_0.\vec{y}_0 - y_M.\dot{\theta}_0.\vec{x}_0 - x_M.\dot{\theta}_1.\cos\theta_0.\vec{z}_0 + y_M.\dot{\theta}_1.\sin\theta_0.\vec{z}_0 + z_M.\dot{\theta}_1.\vec{x}_1).\vec{y}_3$

→ $\overrightarrow{V_{M\in0/3}}.\vec{y}_3 = x_M.\dot{\theta}_0.\cos\theta_0 - y_M.\dot{\theta}_0.\sin\theta_0$

*

Q.11. $\overrightarrow{V_{O_5\in 5/3}} = \overrightarrow{V_{O_5\in 5/0}} + \overrightarrow{V_{O_5\in 0/3}}$ (Composition de mouvement).

Et $\overrightarrow{V_{O_5\in 0/3}} = \overrightarrow{V_{M\in 0/3}} + \overrightarrow{O_5M}\wedge\overrightarrow{\Omega_{S0/R3}}$ (Champ des vecteurs vitesse).

D'où : $\overrightarrow{V_{O_5\in 5/3}} = \overrightarrow{V_{O_5\in 5/0}} + \overrightarrow{V_{M\in 0/3}} + \overrightarrow{O_5M}\wedge\overrightarrow{\Omega_{S0/R3}}$

Q.12. O_5 se déplace sur la surface usinée des points M : O_5 et M sont des points coïncidents de contact.

$\overrightarrow{V_{O_5\in 5/3}} = \overrightarrow{V_{O_5\in 5/0}} + \overrightarrow{V_{M\in 0/3}} + \overrightarrow{O_5M}\wedge\overrightarrow{\Omega_{S0/R3}}$ devient : $\overrightarrow{V_{O_5\in 5/3}} = \overrightarrow{V_{O_5\in 5/0}} + \overrightarrow{V_{M\in 0/3}}$

Q.13. Le cahier des charges impose une vitesse d'usinage constante. La relation de la question 12 devient :

$\overrightarrow{V_{O_5\in 5/0}} = \overrightarrow{V_{O_5\in 5/3}} - \overrightarrow{V_{M\in 0/3}}$

→ $\overrightarrow{V_{O_5\in 5/0}} = \dot{y}.\vec{y}_3 + \dot{z}.\vec{z}_3 - \left(v_{x_M}.\vec{x}_3 + v_{y_M}.\vec{y}_3 + v_{z_M}.\vec{z}_3\right)$

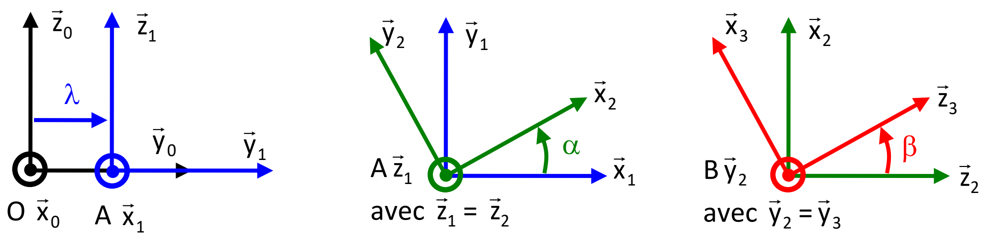
→ $\overrightarrow{V_{O_5\in 5/0}} = -v_{x_M}.\vec{x}_3 + \left(\dot{y} - v_{y_M}\right)\vec{y}_3 + \left(\dot{z} - v_{z_M}\right)\vec{z}_3$

→ $\left\|\overrightarrow{V_{O_5\in 5/0}}\right\| = \sqrt{{v_{x_M}}^2 + \left(\dot{y} - v_{y_M}\right)^2 + \left(\dot{z} - v_{z_M}\right)^2}$

Pour respecter le cahier des charges il faut donc que : $\sqrt{{v_{x_M}}^2 + \left(\dot{y} - v_{y_M}\right)^2 + \left(\dot{z} - v_{z_M}\right)^2} = cte$

Robot de peinture - Corrigé

Q.1.



$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0}$ $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\alpha}.\vec{z}_2$ $\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \dot{\beta}.\vec{y}_2$

Q.2. $\overrightarrow{V_{A,1/0}} = \overrightarrow{V_{A/0}} = \left.\frac{d}{dt}\overrightarrow{OA}\right|_0 = \left.\frac{d}{dt}\lambda.\vec{y}_1\right|_0 = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 \rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{A,1/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_1}$

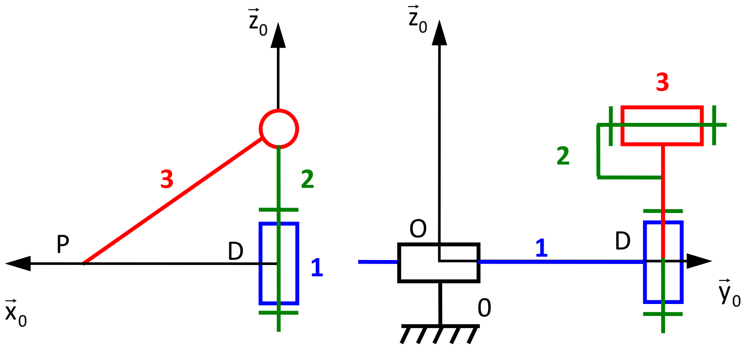
Q.3. $\overrightarrow{V_{B,2/0}} = \overrightarrow{V_{B/0}} = \left.\frac{d}{dt}\overrightarrow{OB}\right|_0 = \left.\frac{d}{dt}(\lambda.\vec{y}_1 + H.\vec{z}_1)\right|_0 = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 \rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{B,2/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_1}$

Q.4. $\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \overrightarrow{V_{P/0}} = \left.\frac{d}{dt}\overrightarrow{OP}\right|_0 = \left.\frac{d}{dt}(\lambda.\vec{y}_1 + H.\vec{z}_1 + L.\vec{z}_3)\right|_0 = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 + L.\left.\frac{d}{dt}\vec{z}_3\right|_0$

Avec : $\left.\frac{d}{dt}\vec{z}_3\right|_0 = \left.\frac{d}{dt}\vec{z}_3\right|_3 + \overrightarrow{\Omega_{3/0}}\wedge\vec{z}_3 = \left(\dot{\alpha}.\vec{z}_2 + \dot{\beta}.\vec{y}_2\right)\wedge\vec{z}_3 = \dot{\alpha}.\vec{z}_2\wedge\vec{z}_3 + \dot{\beta}.\vec{y}_3\wedge\vec{z}_3 = \dot{\alpha}.\sin\beta.\vec{y}_2 + \dot{\beta}.\vec{x}_3$

D'où : $\boxed{\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 + L.\left(\dot{\alpha}.\sin\beta.\vec{y}_2 + \dot{\beta}.\vec{x}_3\right)}$

Q.5.



Q.6. il faut projeter $\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_1 + L.\left(\dot{\alpha}.\sin\beta.\vec{y}_2 - \dot{\beta}.\vec{x}_3\right)$ dans le repère R_0.

A l'aide des figures planes on obtient :

$\vec{y}_1 = \vec{y}_0$

$\vec{y}_2 = -\sin\alpha.\vec{x}_1 + \cos\alpha.\vec{y}_1 = -\sin\alpha.\vec{x}_0 + \cos\alpha.\vec{y}_0$

$\vec{x}_3 = -\sin\beta.\vec{z}_2 + \cos\beta.\vec{x}_2 = -\sin\beta.\vec{z}_1 + \cos\beta.(\cos\alpha.\vec{x}_1 + \sin\alpha.\vec{y}_1) = -\sin\beta.\vec{z}_0 + \cos\beta.(\cos\alpha.\vec{x}_0 + \sin\alpha.\vec{y}_0)$

D'où : $\boxed{\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_0 + L.\left(\dot{\alpha}.\sin\beta.(-\sin\alpha.\vec{x}_0 + \cos\alpha.\vec{y}_0) + \dot{\beta}.(-\sin\beta.\vec{z}_0 + \cos\beta.(\cos\alpha.\vec{x}_0 + \sin\alpha.\vec{y}_0))\right)}$

$\rightarrow \boxed{V = -L.\dot{\alpha}.\sin\beta.\sin\alpha + L.\dot{\beta}.\cos\beta.\cos\alpha}$

Q.7. $\dot{\beta} = 0$ et $\beta = \beta_0 \rightarrow \overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda}.\vec{y}_0 + L.\left(\dot{\alpha}.\sin\beta_0.(-\sin\alpha.\vec{x}_0 + \cos\alpha.\vec{y}_0)\right)$

$\rightarrow V = -L.\dot{\alpha}.\sin\beta_0.\sin\alpha$

$\rightarrow \dot{\lambda} + L.\dot{\alpha}.\sin\beta_0.\cos\alpha = 0$

D'où : $\boxed{\dot{\alpha} = -\frac{V}{L.\sin\beta_0.\sin\alpha}}$ et $\dot{\lambda} = -L.\dot{\alpha}.\sin\beta_0.\cos\alpha \rightarrow \dot{\lambda} = L.\frac{V}{L.\sin\beta_0.\sin\alpha}.\sin\beta_0.\cos\alpha \rightarrow \boxed{\dot{\lambda} = \frac{V}{\tan\alpha}}$

Q.8. $\sin(\pi - \beta_0) = \sin(\beta_0) = \frac{b}{L}$

Q.9. $\boxed{\dot{\alpha} = -\frac{V}{b.\sin\alpha}}$ et $\boxed{\dot{\lambda} = \frac{V}{\tan\alpha}}$ après intégration on obtient les lois du mouvement.