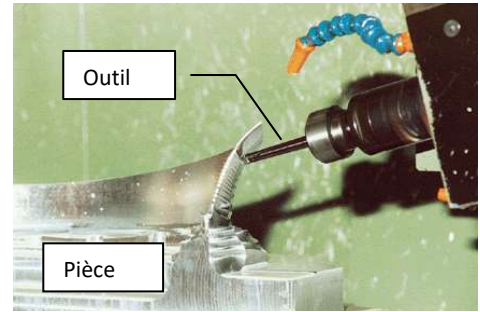


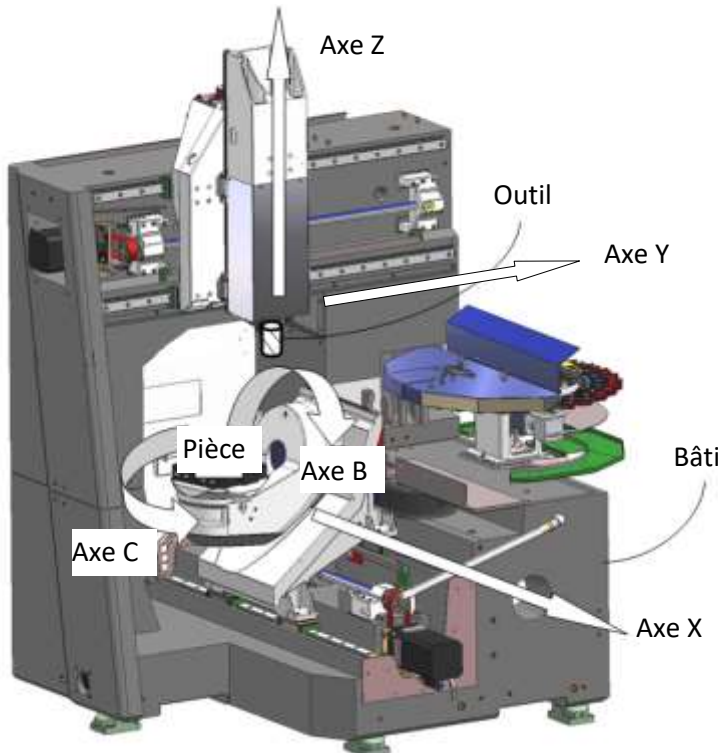
## Etude d'un centre d'usinage grande vitesse 5 axes

(Inspiré du concours ATS GM 2006)

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. On appelle le moyen de production associé à une opération d'usinage une machine outil ou un centre d'usinage. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante.



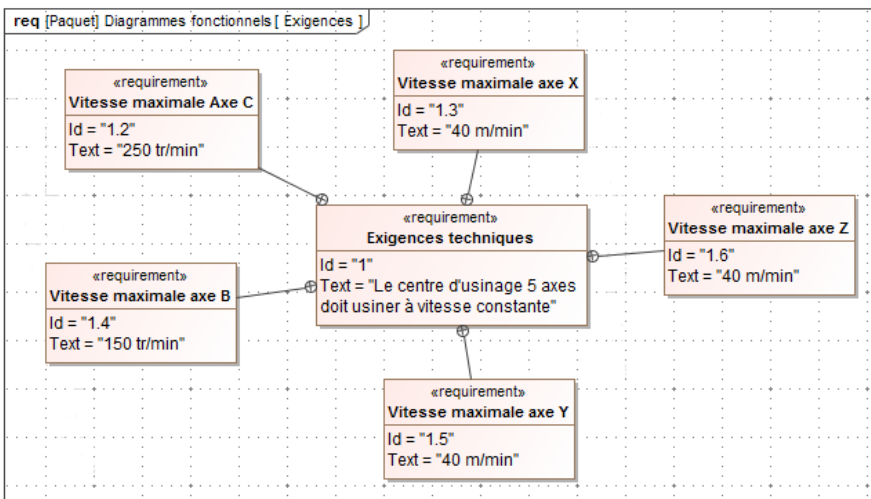
Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.



Exemple de pièce complexe obtenue par usinage

La figure ci-contre est un exemple de machine possédant 3 translations (X, Y et Z) et deux rotations (B et C). Une telle machine est appelée machine 5 axes (un axe est un ensemble qui gère un des mouvements élémentaire, translation ou rotation).

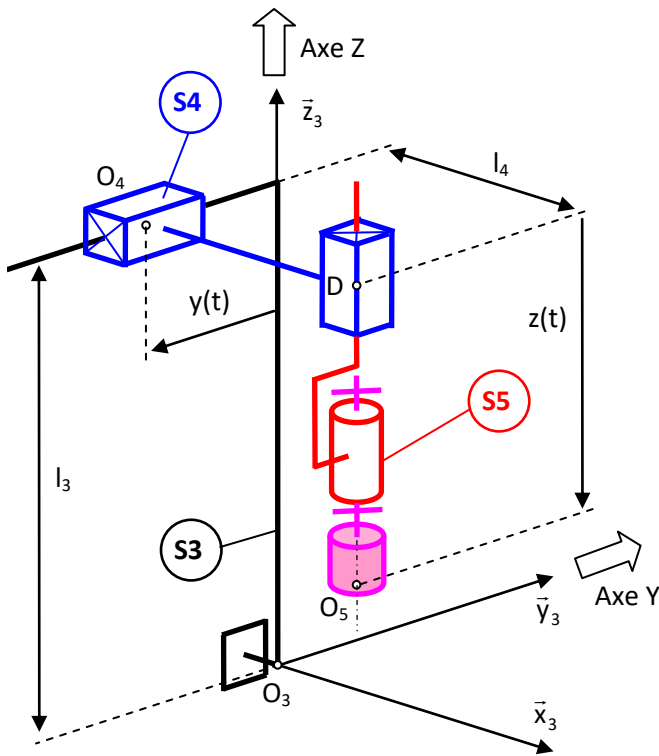
Sur cette machine, 2 axes sont utilisés pour mettre en mouvement l'outil par rapport au bâti (ce sont les translations Y et Z) et 3 axes sont utilisés pour mettre en mouvement la pièce par rapport au bâti (ce sont la translation X et les deux rotations B et C).



	Variable	Course
Axe X	$x(t)$	800mm
Axe Y	$y(t)$	600mm
Axe Z	$z(t)$	500mm
Axe B	$\theta_1(t)$	+30°/-110°
Axe C	$\theta_0(t)$	360°

L'objectif de cette étude est de déterminer les conditions cinématiques à imposer pour respecter le critère de qualité d'usinage du cahier des charges.

La chaîne cinématique pour déplacer l'outil par rapport au bâti est fournie sur la figure suivante.



Les solides S3, S4 et S5 sont associés aux repères suivants :  $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$   
 $R_4(O_4, \vec{x}_4 = \vec{x}_3, \vec{y}_4 = \vec{y}_3, \vec{z}_4 = \vec{z}_3)$   
 $R_5(O_5, \vec{x}_5 = \vec{x}_3, \vec{y}_5 = \vec{y}_3, \vec{z}_5 = \vec{z}_3)$

On pose :  $\vec{O_3O_4} = y \cdot \vec{y}_3 + l_3 \cdot \vec{z}_3$   
 $\vec{O_4D} = l_4 \cdot \vec{x}_4$   
 $\vec{DO_5} = z \cdot \vec{z}_5$

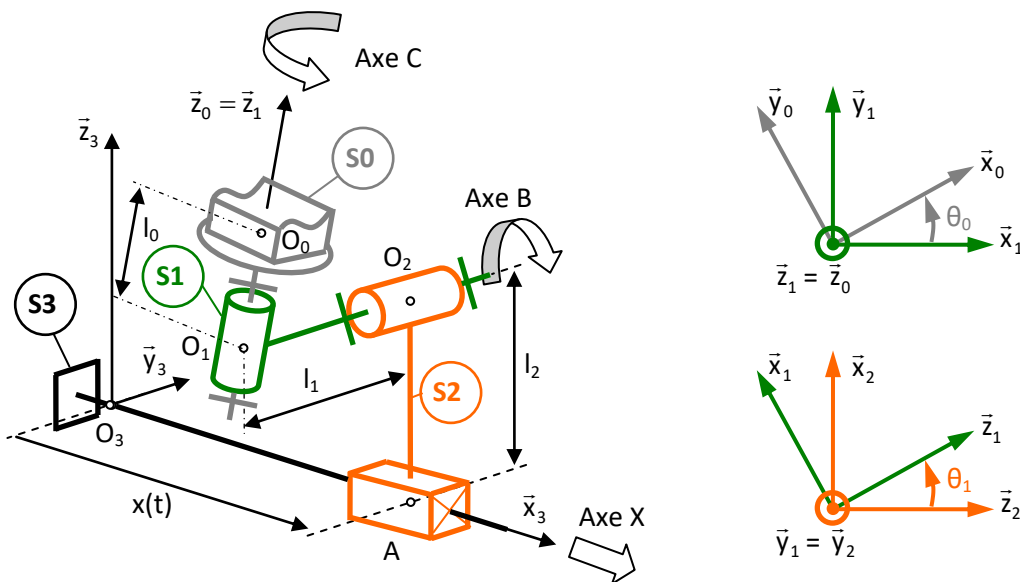
**Q.1.** Exprimer  $\vec{O_3O_5}$  dans la base du référentiel  $R_3$ .

**Q.2.** Définir et caractériser le lieu géométrique du point  $O_5$  (extrémité de l'outil) dans son mouvement par rapport au repère  $R_3$ , lorsque l'on commande les axes Y et Z.

**Q.3.** Donner l'expression de  $\vec{V}_{O_5 \in S/3}$ .

**Q.4.** Calculer la valeur maximale de la norme du vecteur vitesse  $\|\vec{V}_{O_5 \in S/3}\|$ .

La chaîne cinématique pour déplacer la pièce par rapport au bâti est fournie sur la figure suivante.



Les solides S3, S2, S1 et S0 sont associés aux repères suivants :  $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  ;  $R_2(O_2, \vec{x}_2 = \vec{x}_3, \vec{y}_2 = \vec{y}_3, \vec{z}_2 = \vec{z}_3)$  ;  $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1 = \vec{y}_2, \vec{z}_1)$  et  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0 = \vec{z}_1)$   
 On pose :  $\vec{O_3A} = x \cdot \vec{x}_3$  ;  $\vec{AO_2} = l_2 \cdot \vec{z}_3$  ;  $\vec{O_2O_1} = -l_1 \cdot \vec{y}_3$  ;  $\vec{O_1O_0} = l_0 \cdot \vec{z}_1$

**Q.5.** Caractériser le lieu géométrique du point  $O_0$  dans son mouvement par rapport au repère  $R_3$  lorsque l'on commande les axes X, B et C.

**Q.6.** Déterminer l'expression de  $\vec{V}_{O_0 \in 0/3}$ .

**Q.7.** Déterminer la valeur maximale de la norme de cette vitesse si  $l_0 = 0,1m$  et  $\dot{x} = 0$ .



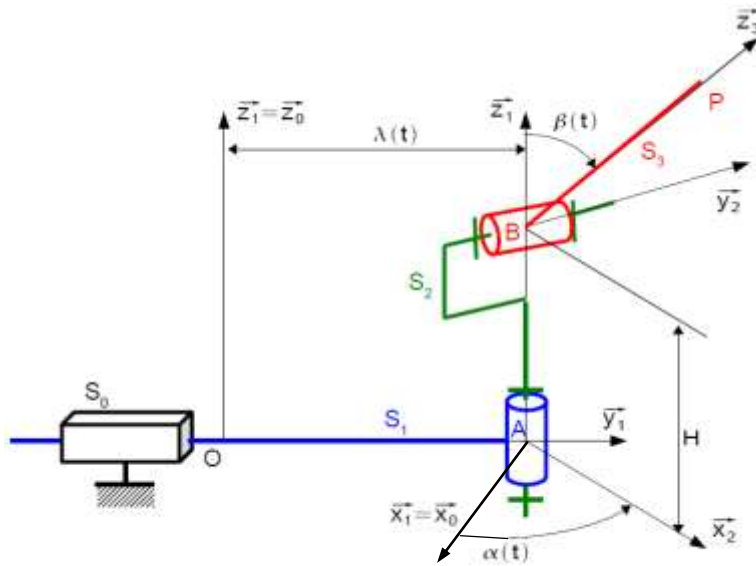
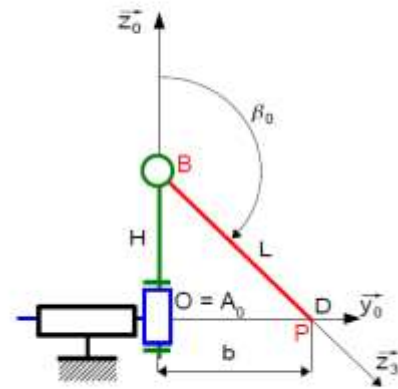


Schéma cinématique du robot



Position médiane (P est en D)

Le chariot  $S_1$ , auquel on associe le repère  $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , est en mouvement de translation de direction  $\vec{y}_0$  par rapport au bâti  $S_0$ , de repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . Le corps  $S_2$ , auquel on associe le repère  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , est en mouvement de rotation autour de l'axe  $(B, \vec{z}_0)$  avec le chariot  $S_1$ . Le bras  $S_3$ , auquel on associe le repère  $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , est en mouvement de rotation autour de l'axe  $(B, \vec{y}_2)$  avec le corps  $S_2$ .

**Q.1.** Construire les figures planes de repérage/paramétrage puis exprimer les vecteurs vitesse instantanée de rotation  $\vec{\Omega}_{1/0}$ ,  $\vec{\Omega}_{2/1}$ ,  $\vec{\Omega}_{3/2}$ .

**Q.2.** Déterminer  $\vec{V}_{A,1/0}$ ,  $\vec{V}_{B,2/0}$  et  $\vec{V}_{P,3/0}$ .

On désire que P décrive la droite  $(D, \vec{x}_0)$  à vitesse constante, conformément au cahier des charges. On a  $\vec{OD} = b \cdot \vec{y}_0$  avec  $b = \sqrt{(L^2 - H^2)}$ .

**Q.5.** Représenter le robot en position extrême (lorsque A est en D).

**Q.6.** Traduire, à l'aide de l'expression de  $\vec{V}_{P,3/0}$  exprimé dans le repère  $R_0$ , le fait que P se déplace à la vitesse V selon  $\vec{x}_0$ .

**Q.7.** En constatant que  $\dot{\beta} = 0$ , exprimer alors  $\dot{\lambda}$  et  $\dot{\alpha}$  en fonction de L, V,  $\alpha$  et  $\beta_0$ .

**Q.8.** A l'aide de la figure précédente, exprimer  $\beta_0$  en fonction de b et L.

**Q.9.** Exprimer  $\dot{\lambda}$  et  $\dot{\alpha}$  en fonction de V, b et  $\alpha$ .