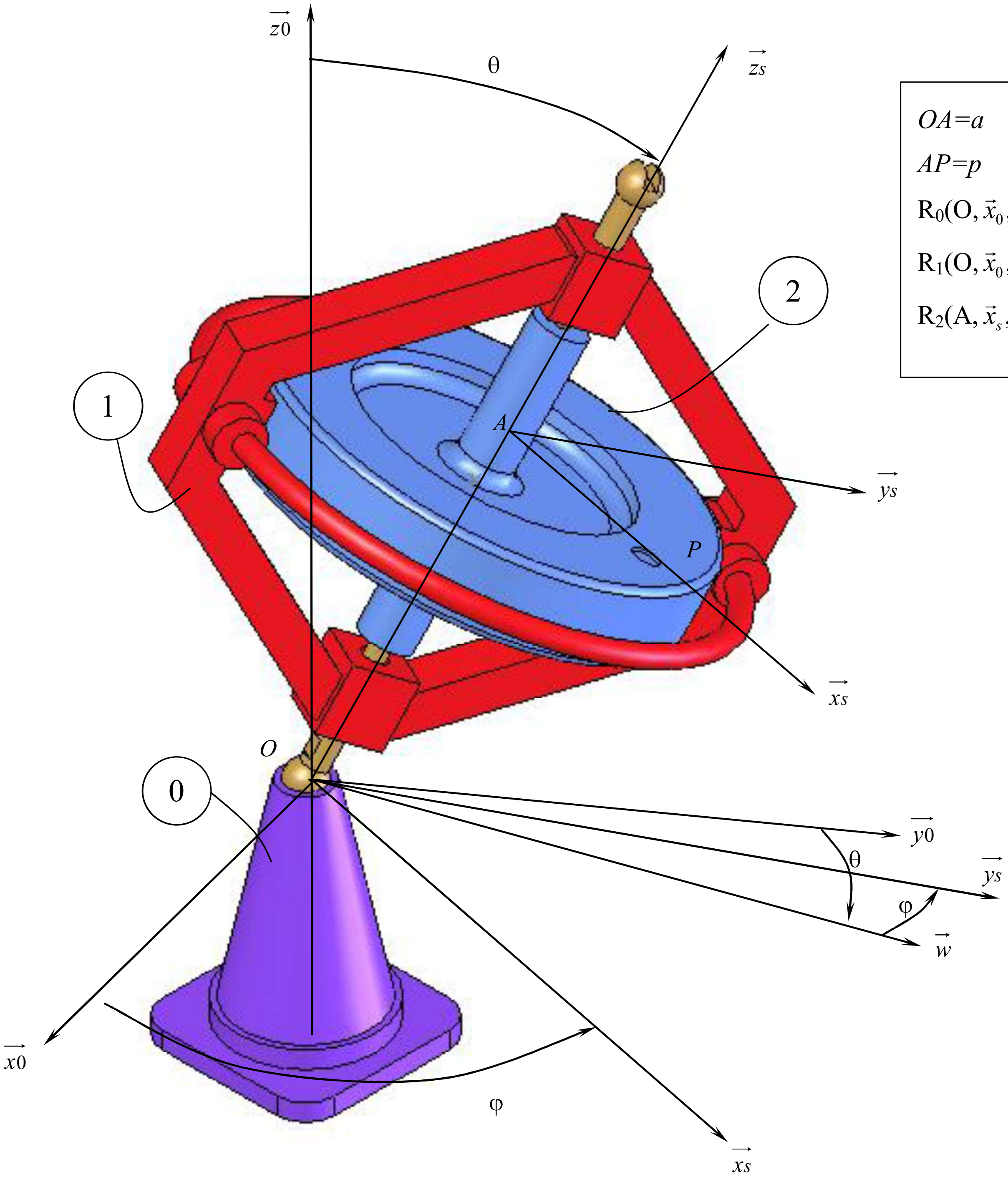
GYROSCOPE



$OA=a$

$AP=p$

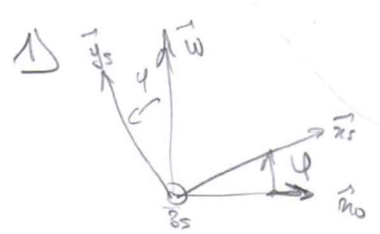
$R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$

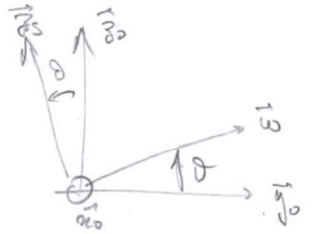
$R_1(O,\vec{x}_0,\vec{w},\vec{z}_s)$

$R_2(A,\vec{x}_s,\vec{y}_s,\vec{z}_s)$

1. **Effectuer les 2 figures de projection, puis donner** $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}, \overrightarrow{\Omega_{1/0}}, \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$
2. **Calculer la vitesse de A appartenant au solide S2 par rapport au socle 0** $\overrightarrow{V_{A,2/0}}$
3. **Calculer ensuite la vitesse de P appartenant au solide S2 par rapport au socle 0** $\overrightarrow{V_{P,2/0}}$
4. **Calculer l'accélération de A et celle de P par rapport à R_0** $\overrightarrow{\gamma_{A,2/0}}$ **et** $\overrightarrow{\gamma_{P,2/0}}$
5. **Calculer ensuite l'accélération de P comme un point appartenant à S1 par rapport à R_0 puis celle de P par rapport à R_1**
6. **Comparer les trois résultats précédents à l'accélération de Coriolis**
   $\overrightarrow{\gamma Coriolis} = 2\overrightarrow{\Omega e} \wedge \overrightarrow{Vr} = 2\overrightarrow{\Omega S1/S0} \wedge \overrightarrow{VP/R1}$

1)





$\vec\Omega_{2/1} = \dot\varphi\,\vec z_s$

$\vec\Omega_{1/0} = \dot\theta\,\vec x_0$

$\vec\Omega_{2/0} = \dot\varphi\,\vec z_s + \dot\theta\,\vec x_0$

$R_2 = (A, \vec x_s, \vec y_s, \vec z_s)$

$R_1 = (O, \vec x_0, \vec w, \vec z_s)$

Démonstration coriolis : • d'un côté calcul direct de $\vec\gamma_{P2/0}$

• de l'autre $\vec\gamma_{P2/R_1} + \vec\gamma_{P1/0} + 2\vec\Omega_{1/0}\wedge\vec V_{P\in 2/1}$

* Calcul direct : $\vec\gamma_{P2/0} = \frac{d}{dt}\left(\vec V_{P2/0}\right)_{R_0} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(\vec{OP}\right)_{R_0}\right)_{R_0} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(a\,\vec z_s + p\,\vec x_s\right)_{R_0}\right)_{R_0}$

Avec : $\frac{d}{dt}(\vec z_s)_{R_0} = \cancel{\frac{d}{dt}(\vec z_s)_{R_1}} + \vec\Omega_{1/0}\wedge\vec z_s = \dot\theta\,\vec x_0\wedge\vec z_s = -\dot\theta\,\vec w$

$\frac{d}{dt}(\vec x_s)_{R_0} = \frac{d}{dt}(\vec x_s)_{R_2} + \vec\Omega_{2/0}\wedge\vec x_s = \left(\dot\varphi\,\vec z_s + \dot\theta\,\vec x_0\right)\wedge\vec x_s = \dot\varphi\,\vec y_s + \dot\theta\sin\varphi\,\vec z_s$ ⚠

donc $\vec\gamma_{P2/0} = \frac{d}{dt}\left(-a\dot\theta\,\vec w + p\left(\dot\varphi\,\vec y_s + \dot\theta\sin\varphi\,\vec z_s\right)\right)_{R_0}$

⚠ ne oublie pas de dériver les angles avant les vecteurs (multiplication !)

$\vec\gamma_{P2/0} = -a\left(\ddot\theta\,\vec w + \dot\theta\left[\cancel{\left(\frac{d\vec w}{dt}\right)_{R_1}} + \underbrace{\vec\Omega_{1/0}\wedge\vec w}_{\dot\theta\,\vec x_0\wedge\vec w = \dot\theta\,\vec z_s}\right]\right) + p\left(\ddot\varphi\,\vec y_s + \left(\ddot\theta\sin\varphi + \dot\theta\dot\varphi\cos\varphi\right)\vec z_s\right) + \dot\varphi\left(\dot\theta\cos\varphi\,\vec z_s - \dot\varphi\,\vec x_s\right)$

$- \dot\theta^2\sin\varphi\,\vec w$

Avec $\frac{d\vec y_s}{dt}\Big)_{R_0} = \cancel{\frac{d\vec y_s}{dt}\Big)_{R_2}} + \vec\Omega_{2/0}\wedge\vec y_s = \left(\dot\varphi\,\vec z_s + \dot\theta\,\vec x_0\right)\wedge\vec y_s = -\dot\varphi\,\vec x_s + \dot\theta\cos\varphi\,\vec z_s$

donc $\boxed{\vec\gamma_{P2/0} = -a\left(\ddot\theta\,\vec w + \dot\theta^2\,\vec z_s\right) + p\left[\ddot\varphi\,\vec y_s - \dot\varphi^2\,\vec x_s + \ddot\theta\sin\varphi\,\vec z_s + \boxed{\dot\theta\dot\varphi\cos\varphi\,\vec z_s + \dot\varphi\dot\theta\cos\varphi\,\vec z_s} - \dot\theta^2\sin\varphi\,\vec w\right]}$

* $\vec\Gamma_{P\in 1/R_0}$ pas de rotation entre 2/1 ($\dot\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \text{cste}$) → $\dot\varphi = 0$ ⚠

$\vec V_{P1/0} = \vec V_{A1/0} + \vec{PA}\wedge\vec\Omega_{1/0} = \frac{d\,a\vec z_s}{dt}\Big/_{R_0} - p\,\vec x_s\wedge\dot\theta\,\vec x_0 = -a\dot\theta\,\vec w + p\,\dot\theta\sin\varphi\,\vec z_s$

Donc $\vec\Gamma_{P1/0} = \frac{d}{dt}\left(-a\dot\theta\,\vec w - p\dot\theta\sin\varphi\,\vec z_s\right)_{R_0} = -a\ddot\theta\,\vec w - a\dot\theta^2\,\vec z_s + p\,\ddot\theta\sin\varphi\,\vec z_s + \cancel{p\,\dot\theta\dot\varphi\cos\varphi}\,\vec z_s - p\,\dot\theta^2\sin\varphi\,\vec w$

* $\vec\Gamma_{P2/1} = \frac{d}{dt}\left(\vec V_{P2/1}\right)_{R_1} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(\vec{AP}\right)_{R_1}\right)_{R_1} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\left(p\,\vec x_s\right)_{R_1}\right)_{R_1} = \frac{d}{dt}\left(p\,\dot\varphi\,\vec y_s\right)_{R_1}$ ⚠

$= p\,\ddot\varphi\,\vec y_s - p\,\dot\varphi^2\,\vec x_s$

$\frac{d\vec x_s}{dt}\Big)_{R_1} = \frac{d\vec x_s}{dt}\Big)_{R_2} + \vec\Omega_{2/1}\wedge\vec x_s = \dot\varphi\,\vec z_s\wedge\vec x_s = \dot\varphi\,\vec y_s$

* Accélération de coriolis : $2\vec\Omega_{R_1/R_0}\wedge\vec V_{P2/R_1} = 2\dot\theta\,\vec x_0\wedge p\,\dot\varphi\,\vec y_s = \boxed{2\,\dot\theta\dot\varphi\,p\cos\varphi\,\vec z_s}$