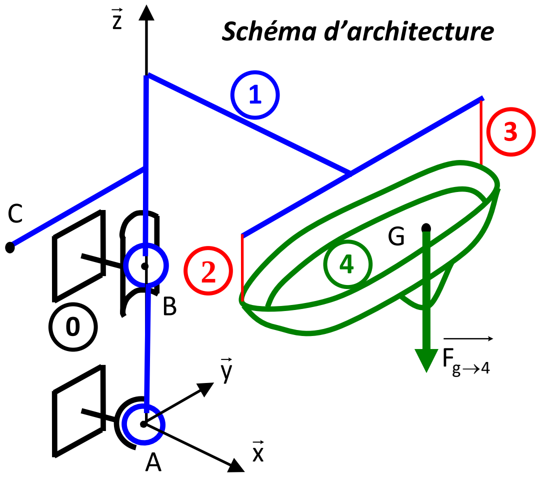
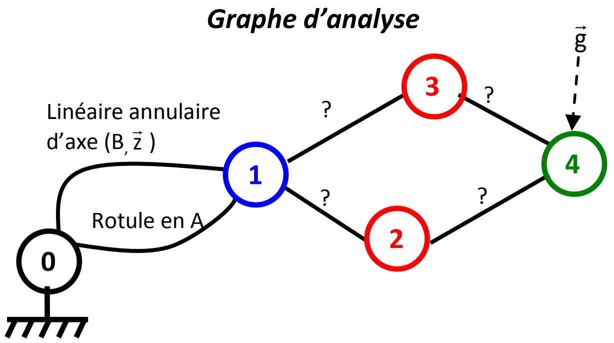
Console portante de bateau - Corrigé

Q.1. (0)/(1) : Liaison rotule en A : $\left\{F_{rotule\,0\to1}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{rotule\,0\to1} & 0 \\ Y_{rotule\,0\to1} & 0 \\ Z_{rotule\,0\to1} & 0 \end{matrix}\right\}_{A\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Q.2. (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe (B, $\vec{z}$): $\left\{F_{L.A.0\to1}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{L.A.0\to1} & 0 \\ Y_{L.A.0\to1} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{B\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

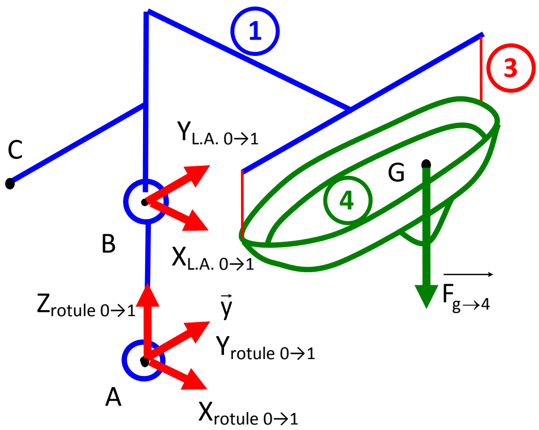
Q.3.

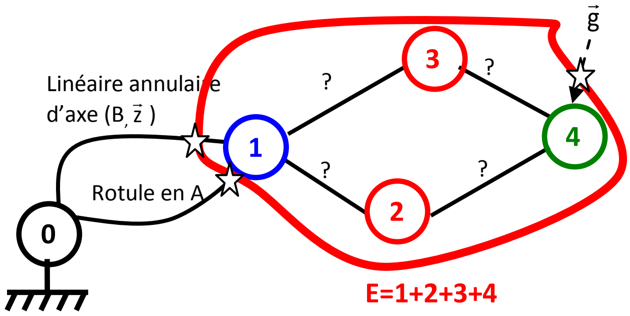




Objectif d'étude: on cherche toutes les inconnues de liaison entre la console 1 et le quai 0 en A et B

On isole l'ensemble E=1+2+3+4 et on effectue le B.A.M.E :





B.A.M.E. :

- 0 → 1 : Liaison rotule en A.
- 0 → 1 : Liaison linéaire annulaire d'axe (B, $\vec{z}$).
- Pesanteur → 4 : $\overrightarrow{F_{g\to4}} = -m.g.\vec{z}$ en G : $\left\{F_{g\to4}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m.g & 0 \end{matrix}\right\}_{G\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

On applique le PFS sur l'ensemble E au point A : $\sum\left\{F_{\bar{E}\to E}\right\} = \left\{0\right\} \to \left\{F_{rotule\,0\to1}\right\} + \left\{F_{L.A.0\to1}\right\} + \left\{F_{g\to4}\right\} = \left\{0\right\}$

$$\rightarrow \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{rotule\ 0\to1} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{rotule\ 0\to1}) \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{L.A.0\to1} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\to1}) \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{g\to4} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\to4}) \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{L.A.0\to1}\}$:

$$\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\to1}) = \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{L.A.0\to1}) + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R}_{L.A.0\to1} \rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\to1}) = \overrightarrow{AB} \wedge \vec{R}_{L.A.0\to1}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\to1}) = z_B.\vec{z} \wedge (X_{L.A.0\to1}.\vec{x} + Y_{L.A.0\to1}.\vec{y}) = z_B.X_{L.A.0\to1}.\vec{y} - z_B.Y_{L.A.0\to1}.\vec{x}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{g\to4}\}$:

$$\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\to4}) = \overrightarrow{M_G}(\vec{R}_{g\to4}) + \overrightarrow{AG} \wedge \vec{R}_{g\to4} \rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\to4}) = \overrightarrow{AG} \wedge \vec{R}_{g\to4}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\to4}) = (x_G.\vec{x} + y_G.\vec{y} + z_G.\vec{z}) \wedge (-m.g.\vec{z}) = x_G.m.g.\vec{y} - y_G.m.g.\vec{x}$$

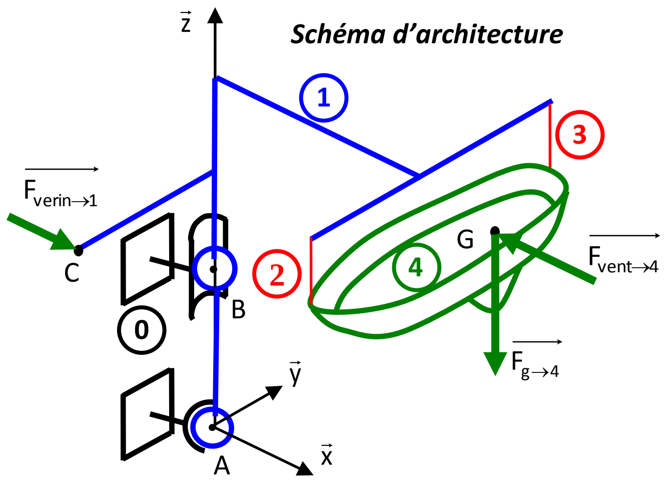
Ecriture des 6 équations scalaires issues du PFS :

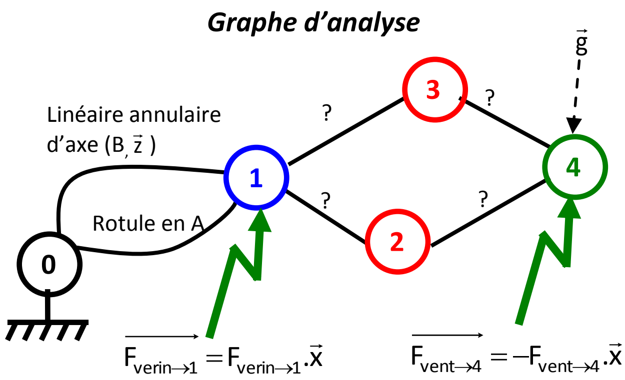
$X_{rotule\ 0\to1} + X_{L.A.0\to1} = 0$	(1)	$-z_B.Y_{L.A.0\to1} - y_G.m.g = 0$	(4)
$Y_{rotule\ 0\to1} + Y_{L.A.0\to1} = 0$	(2)	$z_B.X_{L.A.0\to1} + x_G.m.g = 0$	(5)
$Z_{rotule\ 0\to1} - m.g = 0$	(3)	$0 = 0$	(6)

Le nombre d'inconnues Is = 5 ≤ 6 → on peut résoudre.

(3) → $\boxed{Z_{rotule\ 0\to1} = m.g}$	(7)	(1)+(9) → $\boxed{X_{rotule\ 0\to1} = \frac{x_G}{z_B}.m.g}$	(10)
(4) → $\boxed{Y_{L.A.0\to1} = -\frac{y_G}{z_B}.m.g}$	(8)	(2)+(8) → $\boxed{Y_{rotule\ 0\to1} = \frac{y_G}{z_B}.m.g}$	(11)
(5) → $\boxed{X_{L.A.0\to1} = -\frac{x_G}{z_B}.m.g}$	(9)		

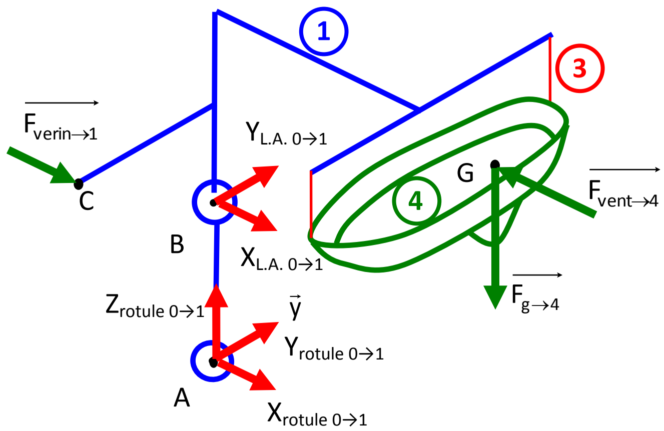
Q.4.

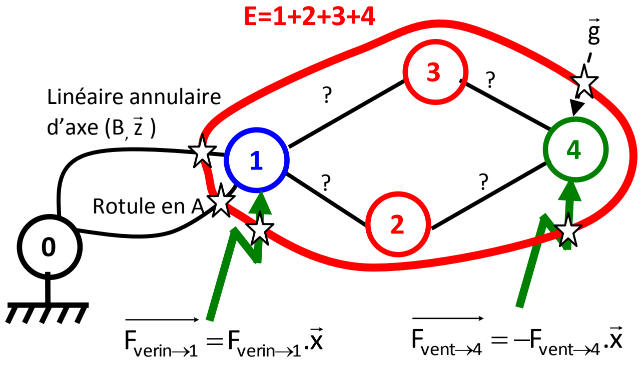




Objectif d'étude: on cherche l'expression de l'inconnue $F_{verin\to1}$

Etape 4 : On isole l'ensemble E=1+2+3+4 et on effectue le B.A.M.E :





B.A.M.E. :

- $0 \to 1$: Liaison rotule en A.
- $0 \to 1$: Liaison linéaire annulaire d'axe (B, $\vec{z}$).
- Pesanteur $\to$ 4 : $\overrightarrow{F_{g\to4}} = -m.g.\vec{z}$ en G.
- Vent $\to$ 4 : $\overrightarrow{F_{vent\to4}} = -F_{vent\to4}.\vec{x}$ en G.
- Vérin $\to$ 1 : $\overrightarrow{F_{verin\to1}} = F_{verin\to1}.\vec{x}$ en C.

L'inconnue recherchée est $F_{verin\to1}$, les actions mécaniques connues sont $\overrightarrow{F_{vent\to4}}$ et $\overrightarrow{F_{g\to4}}$ $\to$ L'écriture du théorème du moment statique au point B projeté sur l'axe $\vec{z}$ permet d'obtenir une équation scalaire qui relie directement $F_{verin\to1}$ aux données connues du problème.

Théorème du moment statique au point B projeté sur l'axe $\vec{z}$:

$$\left(\overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{rotule\,0\to1}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{L.A.0\to1}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{g\to4}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{vent\to4}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{verin\to1})\right).\vec{z} = 0$$

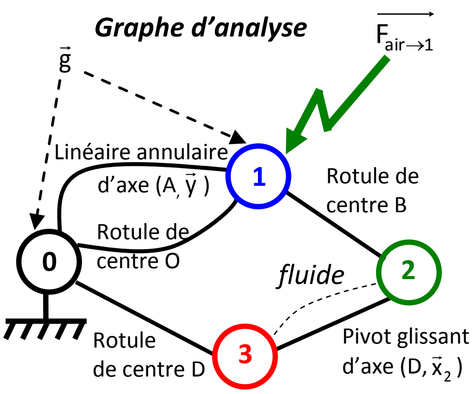
$$\overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{vent\to4}).\vec{z} + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{verin\to1}).\vec{z} = 0$$

$$y_G.F_{vent\to4} + y_C.F_{verin\to1} = 0$$

$$\boxed{F_{verin\to1} = -\frac{y_G}{y_C}.F_{vent\to4}} \to \boxed{\overrightarrow{F_{verin\to1}} = -\frac{y_G}{y_C}.F_{vent\to4}.\vec{x}}$$

A.N. : $F_{1\to verin} = \frac{2}{4}.15000 = 7500\,N$ < 10000 N $\to$ C.d.C.F. ok.

Bouche de Climatisation - Corrigé



Q.1. (0)/(1) : Liaison rotule en A : $\left\{F_{rotule\,0\to1}\right\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{rotule\,0\to1} & 0 \\ Y_{rotule\,0\to1} & 0 \\ Z_{rotule\,0\to1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

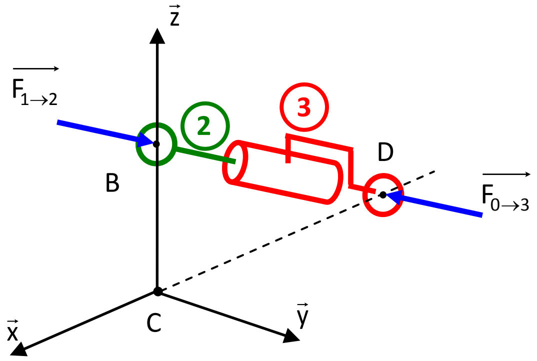
Q.2. (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe (O, $\vec{y}$):

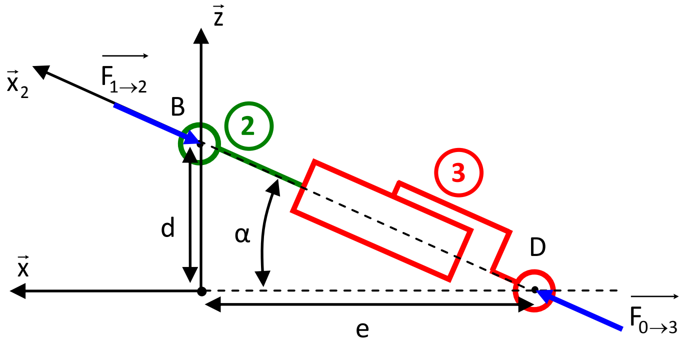
$$\left\{F_{L.A.0\to1}\right\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_{L.A.0\to1} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{L.A.0\to1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Q.3. On isole l'ensemble 2+3 et on effectue le B.A.M.E. :

- Action de 1 sur 2 rotule de centre B : $\{F_{1\to2}\} = {}_B\begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_{1\to2}} = -p.S.\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ (donné)
- Action de 0 sur 3 rotule de centre D : $\{F_{0\to3}\} = {}_D\begin{Bmatrix} X_{0\to3} & 0 \\ Y_{0\to3} & 0 \\ Z_{0\to3} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

L'ensemble est soumis à 2 forces : ces forces ont même norme et sont directement opposées.



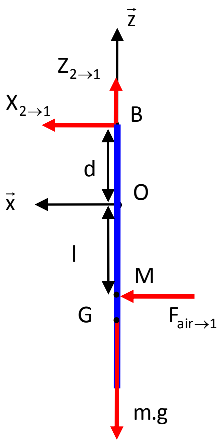


D'où : $\{F_{1\to2}\} = {}_B\begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_{1\to2}} = -p.S.\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{1\to2} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{1\to2} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ où $X_{1\to2} = -p.S.\cos\alpha$ et $Y_{1\to2} = -p.S.\sin\alpha$

et $\{F_{0\to3}\} = {}_D\begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_{0\to3}} = p.S.\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = {}_D\begin{Bmatrix} X_{0\to3} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{0\to3} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ où $X_{0\to3} = p.S.\cos\alpha$ et $Z_{0\to3} = p.S.\sin\alpha$

Q.4. On isole le solide 1et on effectue le B.A.M.E. :

- Action de 2 sur 1 rotule de centre B : $\overrightarrow{F_{2\to1}} = p.S.\vec{x}_2$
- (0)/(1) : Liaison rotule en A.
- (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe $(O,\vec{y})$.
- Action de l'air sur 1 en M : $\overrightarrow{F_{air\to1}} = F_{air\to1}.\vec{x}$



On applique le P.F.S. sur 1 au point O et on utilise le théorème du moment statique projeté sur l'axe $\vec{y}$

$$\left(\overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{air\to1}) + \overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{Rotule\,0\to1}) + \overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{LA0\to1}) + \overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{g\to1}) + \overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{2\to1})\right).\vec{y} = 0$$

$$\left(\overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{air\to1}) + \overrightarrow{M_O}(\vec{F}_{2\to1})\right).\vec{y} = 0 \rightarrow \left(\overrightarrow{OM}\wedge\overrightarrow{F_{air\to1}} + \overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{F_{2\to1}}\right).\vec{y} = 0$$

$$\rightarrow -l.F_{air\to1} + d.p.S.\cos\alpha = 0 \rightarrow \boxed{p.S = \frac{l}{d.\cos\alpha}.F_{air\to1}}$$

Q.5. $p.S = \dfrac{l}{d.\cos\alpha}.F_{air\to1} \rightarrow \boxed{p = \dfrac{l.F_{air\to1}}{S.d.\cos\alpha}}$

A.N. : $p = \dfrac{40\times150}{20.10^{-4}\times20\times\cos(\arctan\frac{20}{30})}$ = 180300 Pa = 0,18 MPa = 1,8 Bars << 10 Bars → C.d.C.F. ok.