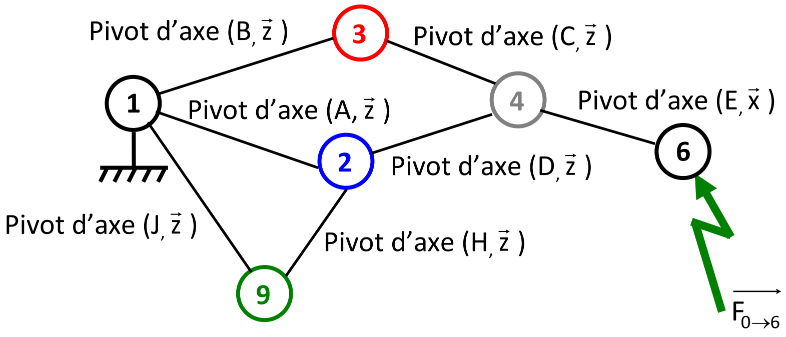
Suspension automobile - Corrigé

Graphe d'analyse



Hypothèse :

Problème de plan P(O $\vec x$ $\vec y$).

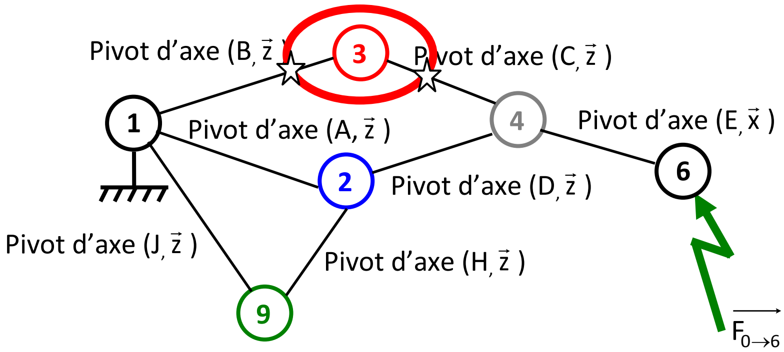
Le torseur d'action mécanique se simplifie systématiquement comme ci-dessous :

$$\left\{\begin{matrix} X_{ij} & \cancel{L_{ij}} \\ Y_{ij} & \cancel{M_{ij}} \\ \cancel{Z_{ij}} & N_{ij}\end{matrix}\right\}_{O\,(\vec x,\vec y,\vec z)}$$

Q.1. On isole le solide 3 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) : Solide soumis à 2 forces alors ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées.

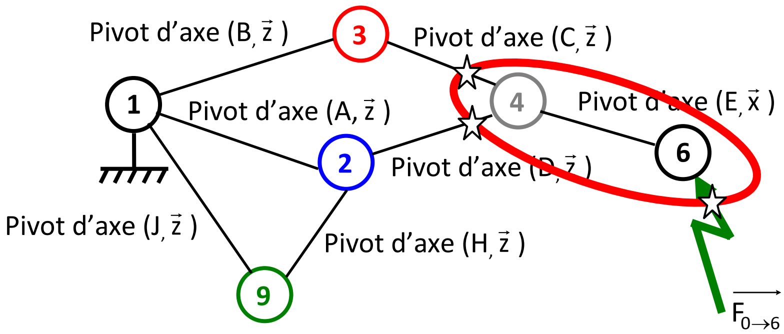
→ $X_{13} + X_{43} = 0$ et $Y_{13} = Y_{43} = 0$.

Graphe d'analyse



Q.2. On isole l'ensemble E={4+6} et on effectue le BAME :

Graphe d'analyse



- 2 → 4 : Liaison pivot d'axe (D, $\vec z$) :

$$\{F_{2\to 4}\} = \left\{\begin{matrix} X_{24} & 0 \\ Y_{24} & 0 \\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{D\,(\vec x,\vec y,\vec z)}$$

- 3 → 4 : Liaison pivot d'axe (C, $\vec z$) : $\{F_{3\to 4}\} = \left\{\begin{matrix} X_{34} & 0 \\ Y_{34} & 0 \\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{C\,(\vec x,\vec y,\vec z)}$ et $Y_{34} = 0$ (Q.1.)

- 0 → 6 : Action mécanique du sol sur la roue en L : $\{F_{0\to 6}\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ F_{06} & 0 \\ 0 & 0\end{matrix}\right\}_{L\,(\vec x,\vec y,\vec z)}$

On applique le PFS sur E={4+6} en D : $\sum\{F_{\bar E\to E}\} = \{0\} \rightarrow \{F_{3\to 4}\} + \{F_{2\to 4}\} + \{F_{0\to 6}\} = \{0\}$

$$\rightarrow \left\{\begin{matrix} \vec R_{3\to 4} \\ \overrightarrow{M_D}(\vec R_{3\to 4})\end{matrix}\right\}_D + \left\{\begin{matrix} \vec R_{2\to 4} \\ \overrightarrow{M_D}(\vec R_{2\to 4})\end{matrix}\right\}_D + \left\{\begin{matrix} \vec R_{0\to 6} \\ \overrightarrow{M_D}(\vec R_{0\to 6})\end{matrix}\right\}_D = \{0\}$$

Calcul du moment en D de $\{F_{3\to 4}\}$:

$\overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) = \overrightarrow{M_C}(\vec{R}_{3\to4}) + \overrightarrow{DC} \wedge \vec{R}_{3\to4} \rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) = \overrightarrow{DC} \wedge \vec{R}_{3\to4}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) = (c.\vec{x} - a.\vec{y}) \wedge X_{34}.\vec{x} = a.X_{34}.\vec{z}$

Calcul du moment en D de $\{F_{0\to6}\}$:

$\overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\to6}) = \overrightarrow{M_L}(\vec{R}_{0\to6}) + \overrightarrow{DL} \wedge \vec{R}_{0\to6} \rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\to6}) = \overrightarrow{DL} \wedge \vec{R}_{0\to6}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\to6}) = ((c+e).\vec{x} - (a+\mu).\vec{y})) \wedge F_{06}.\vec{y} = (c+e).F_{06}.\vec{z}$

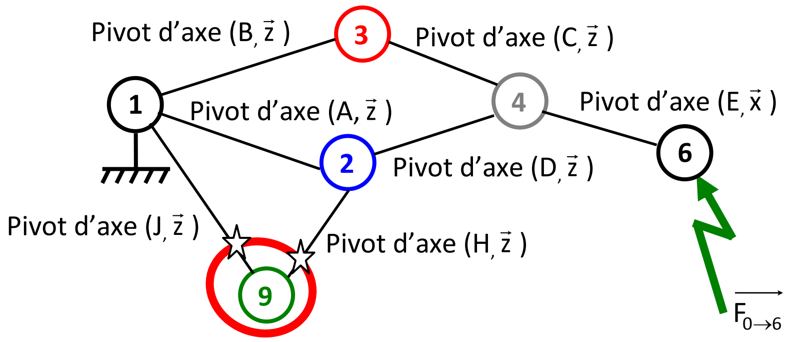
Ecriture des 3 équations scalaires issues du PFS (problème plan) :

$X_{34} + X_{24} = 0$ (1)

$Y_{24} + F_{06} = 0$ (2)

$a.X_{34} + (c+e).F_{06} = 0$ (3)

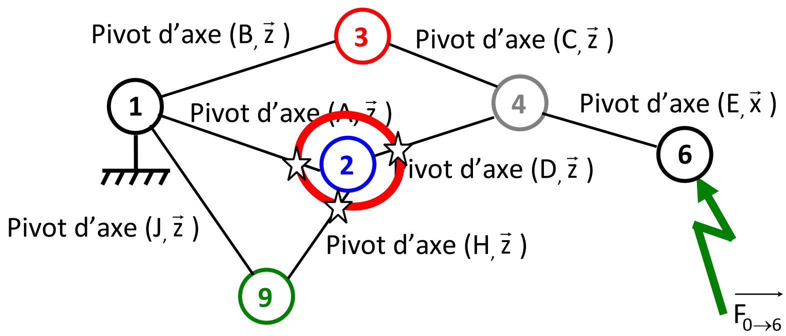
Graphe d'analyse



Q.3. On isole le solide 9 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) : Solide soumis à 2 forces alors ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées.

$\rightarrow Y_{19} + Y_{29} = 0$ et $X_{19} + X_{29} = 0$.

Graphe d'analyse



Q.2. On isole le solide 2 et on effectue le BAME :

- 9 → 2 : Action du ressort sur 2 en H: $\{F_{9\to2}\} = {}_H\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{92} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

- 1 → 2 : Liaison pivot d'axe (A, $\vec{z}$) : $\{F_{1\to2}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

- 4 → 2 : Liaison pivot d'axe (D, $\vec{z}$) : $\{F_{4\to2}\} = {}_D\begin{Bmatrix} X_{42} & 0 \\ Y_{42} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

On applique le PFS sur 2 en A : $\sum\{F_{\bar{E}\to E}\} = \{0\} \rightarrow \{F_{9\to2}\} + \{F_{1\to2}\} + \{F_{4\to2}\} = \{0\}$

$\rightarrow {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R}_{9\to2} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\to2}) \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R}_{1\to2} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{1\to2}) \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R}_{4\to2} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\to2}) \end{Bmatrix} = \{0\}$

Calcul du moment en A de $\{F_{9\to2}\}$:

$\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\to2}) = \overrightarrow{M_H}(\vec{R}_{9\to2}) + \overrightarrow{AH} \wedge \vec{R}_{9\to2} \rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\to2}) = \overrightarrow{AH} \wedge \vec{R}_{9\to2}$

→ $\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\to 2}) = (L.\vec{x} + h.\vec{y}) \wedge Y_{92}.\vec{y} = L.Y_{92}.\vec{z}$

Calcul du moment en A de $\{F_{4\to 2}\}$:

$\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\to 2}) = \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{4\to 2}) + \overrightarrow{AD} \wedge \vec{R}_{4\to 2}$ → $\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\to 2}) = \overrightarrow{AD} \wedge \vec{R}_{4\to 2}$

→ $\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\to 2}) = d.\vec{x} \wedge (X_{42}.\vec{x} + Y_{42}.\vec{y}) = d.Y_{42}.\vec{z}$

Ecriture des 3 équations scalaires issues du PFS (problème plan) :

$X_{12} + X_{42} = 0$ (4)

$Y_{92} + Y_{12} + Y_{42} = 0$ (5)

$L.Y_{92} + d.Y_{42} = 0$ (6)

Q.5. $X_{34} + X_{24} = 0$ (1)

$Y_{24} + F_{06} = 0$ (2)

$a.X_{34} + (c+e).F_{06} = 0$ (3)

$X_{12} + X_{42} = 0$ (4)

$Y_{92} + Y_{12} + Y_{42} = 0$ (5)

$L.Y_{92} + d.Y_{42} = 0$ (6)

On a 6 équations pour 6 inconnues → on peut résoudre le système.

(2) → $Y_{24} = -F_{06}$ (7)

(3) → $X_{34} = -\frac{(c+e)}{a}.F_{06}$ (8)

(1) + (8) → $X_{24} = -X_{34} = \frac{(c+e)}{a}.F_{06}$ (9)

(4) + (9) → $X_{12} = -X_{42} = X_{24} = \frac{(c+e)}{a}.F_{06}$ (10)

(6) +(7) → $Y_{92} = -\frac{d}{L}.Y_{42} = \frac{d}{L}.Y_{24} = -\frac{d}{L}.F_{06}$ (11)

(5) + (11) → $Y_{12} = -Y_{92} - Y_{42} = -Y_{92} + Y_{24} = \frac{d}{L}.F_{06} - F_{06}$ (12)

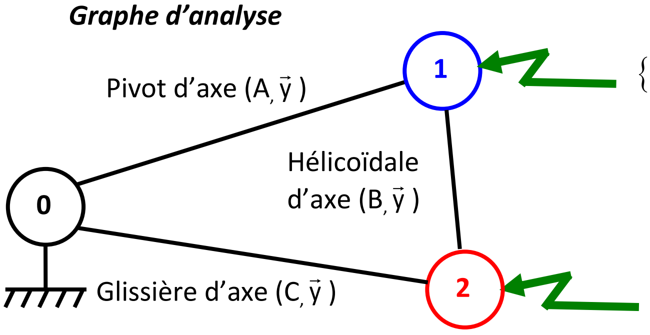
Q.6. $Y_{92} = -\frac{d}{L}.F_{06} = -\frac{25}{15}.\frac{2200}{4} \times 9{,}81 = -\ 8992{,}5$ N

$Y_{92} = k.y$ → $y = \frac{Y_{92}}{k} = -\frac{8992{,}5}{100000} = -0{,}0899$ m soit 9 cm < 12 cm → C.d.C.F. ok.

Machine de traction – Corrigé

Q.1.

Graphe d'analyse



$$\{F_{4\to1}\} = \left\{\begin{matrix} \vec{0} \\ M_{41}.\vec{y} \end{matrix}\right\}_A$$

Le respect de la condition de symétrie impose de diviser par 2 l'effort F.

$$\{F_{éprouvette\to2}\} = \left\{\begin{matrix} -\frac{F}{2}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_O$$

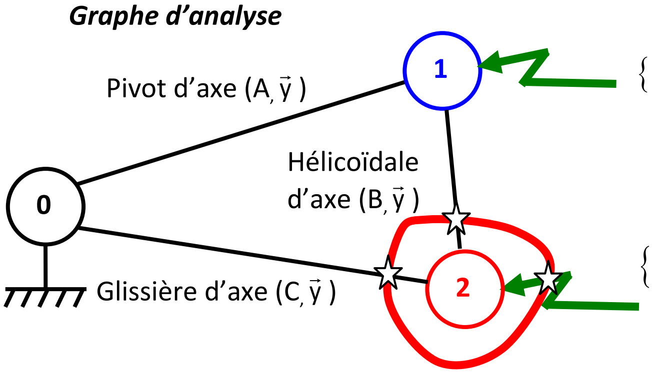
Q.2. 1/0 : Pivot d'axe (A, $\vec{y}$) : $\{F_{0\to1}\} = \left\{\begin{matrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & 0 \\ Z_{01} & N_{01} \end{matrix}\right\}_{A\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \left\{\begin{matrix} X_{01}.\vec{x}+Y_{01}.\vec{y}+Z_{01}.\vec{z} \\ L_{01}.\vec{x}+N_{01}.\vec{z} \end{matrix}\right\}_A$

2/0 : Glissière d'axe (C, $\vec{y}$) : $\{F_{0\to2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{02} & L_{02} \\ 0 & M_{02} \\ Z_{02} & N_{02} \end{matrix}\right\}_{C\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \left\{\begin{matrix} X_{02}.\vec{x}+Z_{02}.\vec{z} \\ L_{02}.\vec{x}+M_{02}.\vec{y}+N_{02}.\vec{z} \end{matrix}\right\}_C$

Q.3. 1 → 2 : Hélicoïdale d'axe (B, $\vec{y}$) : $\{F_{1\to2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{12}.\vec{x}+Y_{12}.\vec{y}+Z_{12}.\vec{z} \\ L_{12}.\vec{x}+M_{12}.\vec{y}+N_{12}.\vec{z} \end{matrix}\right\}_B$ avec $M_{12} = -\frac{pas}{2.\pi}Y_{12}$

Q.4. On isole le solide 2 + B.A.M.E. :

Graphe d'analyse



$$\{F_{4\to1}\} = \left\{\begin{matrix} \vec{0} \\ M_{41}.\vec{y} \end{matrix}\right\}_A$$

$$\{F_{éprouvette\to2}\} = \left\{\begin{matrix} -\frac{F}{2}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_O$$

B.A.M.E. :

- 0 → 2 : Glissière d'axe (C, $\vec{y}$) : $\{F_{0\to2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{02} & L_{02} \\ 0 & M_{02} \\ Z_{02} & N_{02} \end{matrix}\right\}_{O\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \left\{\begin{matrix} X_{02}.\vec{x}+Z_{02}.\vec{z} \\ L_{02}.\vec{x}+M_{02}.\vec{y}+N_{02}.\vec{z} \end{matrix}\right\}_O$
- 1 → 2 : Hélicoïdale d'axe (B, $\vec{y}$) : $\{F_{1\to2}\} = \left\{\begin{matrix} X_{12}.\vec{x}+Y_{12}.\vec{y}+Z_{12}.\vec{z} \\ L_{12}.\vec{x}+M_{12}.\vec{y}+N_{12}.\vec{z} \end{matrix}\right\}_B$ avec $M_{12} = -\frac{pas}{2.\pi}Y_{12}$
- éprouvette → 2 : $\{F_{éprouvette\to2}\} = \left\{\begin{matrix} -\frac{F}{2}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_O$

Etape 5 : On applique le PFS sur 2 au point B.

$$\sum\left\{F_{\bar{E}\to 2}\right\}=\left\{0\right\} \to \left\{F_{0\to 2}\right\}+\left\{F_{1\to 2}\right\}+\left\{F_{\text{éprouvette}\to 2}\right\}=\left\{0\right\}$$

$$\to {}_{B}\begin{Bmatrix} \vec{R}_{0\to 2} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to 2}) \end{Bmatrix} + {}_{B}\begin{Bmatrix} \vec{R}_{1\to 2} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{1\to 2}) \end{Bmatrix} + {}_{B}\begin{Bmatrix} \vec{R}_{\text{éprouvette}\to 2} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{\text{éprouvette}\to 2}) \end{Bmatrix} = \left\{0\right\}$$

Calcul du moment en B de $\left\{F_{0\to 2}\right\}$:

$$\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to 2})=\overrightarrow{M_C}(\vec{R}_{0\to 2})+\overrightarrow{BC}\wedge\vec{R}_{0\to 2}$$

$$\to \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{0\to 2})=L_{02}.\vec{x}+M_{02}.\vec{y}+N_{02}.\vec{z}+(D.\vec{x}+h.\vec{y})\wedge(X_{02}.\vec{x}+Z_{02}.\vec{z})$$

$$\to \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{0\to 2})=L_{02}.\vec{x}+M_{02}.\vec{y}+N_{02}.\vec{z}-D.Z_{02}.\vec{y}-h.X_{02}.\vec{z}+h.Z_{02}.\vec{x}$$

Calcul du moment en B de $\left\{F_{\text{éprouvette}\to 2}\right\}$:

$$\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{\text{éprouvette}\to 2})=\overrightarrow{M_O}(\vec{R}_{\text{éprouvette}\to 2})+\overrightarrow{BO}\wedge\vec{R}_{\text{éprouvette}\to 2}$$

$$\to \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{\text{éprouvette}\to 2})=D.\vec{x}\wedge-\frac{F}{2}.\vec{y}=-D.\frac{F}{2}.\vec{z}$$

Ecriture des 6 équations scalaires issues du PFS :

$$X_{02}+X_{12}=0 \qquad (1)$$

$$Y_{12}-\frac{F}{2}=0 \qquad (2)$$

$$Z_{02}+Z_{12}=0 \qquad (3)$$

$$L_{02}+h.Z_{02}+L_{12}=0 \qquad (4)$$

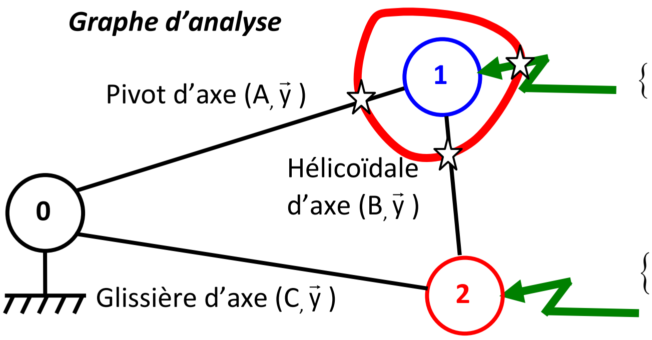
$$M_{02}-D.Z_{02}-\frac{pas}{2.\pi}Y_{12}=0 \qquad (5)$$

$$N_{02}-h.X_{02}-D.\frac{F}{2}+N_{12}=0 \qquad (6)$$

Le nombre d'inconnues Is > 6 → on ne peut pas résoudre le système seul
Il faut donc injecter des équations scalaires supplémentaires.

Q.5. On isole le solide 1 + B.A.M.E. :

Graphe d'analyse



$$\left\{F_{4\to 1}\right\}={}_{A}\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ M_{41}.\vec{y} \end{Bmatrix}$$

$$\left\{F_{\text{éprouvette}\to 2}\right\}={}_{O}\begin{Bmatrix} -\frac{F}{2}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

B.A.M.E. :

- 0 → 1 : Pivot d'axe (A, $\vec{y}$) : $\left\{F_{0\to 1}\right\}={}_{A}\begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & 0 \\ Z_{01} & N_{01} \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}={}_{A}\begin{Bmatrix} X_{01}.\vec{x}+Y_{01}.\vec{y}+Z_{01}.\vec{z} \\ L_{01}.\vec{x}+N_{01}.\vec{z} \end{Bmatrix}$

- 2 → 1 : Hélicoïdale d'axe (B, $\vec{y}$) : $\{F_{2\to1}\} = -\{F_{1\to2}\} = {}_B\begin{Bmatrix} -X_{12}.\vec{x} - Y_{12}.\vec{y} - Z_{12}.\vec{z} \\ -L_{12}.\vec{x} - M_{12}.\vec{y} - N_{12}.\vec{z} \end{Bmatrix}$ avec $M_{12} = -\dfrac{pas}{2.\pi} Y_{12}$
- Courroie 4 → 1 : $\{F_{4\to1}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ M_{41}.\vec{y} \end{Bmatrix}$

Etape 5 : On applique le PFS sur 1 au point B.

$$\sum\{F_{\bar{E}\to1}\} = \{0\} \to \{F_{0\to1}\} + \{F_{2\to1}\} + \{F_{4\to1}\} = \{0\} \to {}_B\begin{Bmatrix} \vec{R}_{0\to1} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to1}) \end{Bmatrix} + {}_B\begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to1} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{2\to1}) \end{Bmatrix} + {}_B\begin{Bmatrix} \vec{R}_{4\to1} \\ \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{4\to1}) \end{Bmatrix} = \{0\}$$

Calcul du moment en B de $\{F_{0\to1}\}$: $\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to1}) = \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{0\to1}) + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{R}_{0\to1}$

→ $\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to1}) = L_{01}.\vec{x} + N_{01}.\vec{z} + -L.\vec{y} \wedge (X_{01}.\vec{x} + Y_{01}.\vec{y} + Z_{01}.\vec{z})$

→ $\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{0\to1}) = L_{01}.\vec{x} + N_{01}.\vec{z} + L.X_{01}.\vec{z} - L.Z_{01}.\vec{x}$

$\{F_{4\to1}\}$: torseur couple → $\overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{4\to1}) = M_{41}.\vec{y}$

Ecriture des 6 équations scalaires issues du PFS :

$X_{01} - X_{12} = 0$ (7)

$Y_{01} - Y_{12} = 0$ (8)

$Z_{01} - Z_{12} = 0$ (9)

$L_{01} - L.Z_{01} - L_{12} = 0$ (10)

$M_{41} + \dfrac{pas}{2.\pi} Y_{12} = 0$ (11)

$N_{01} + L.X_{01} - N_{12} = 0$ (12)

Etape 6 : Le nombre d'inconnues Is = 10 > 6 → on ne peut pas résoudre le système seul

Q.6. (11) + (2) → $M_{41} + \dfrac{pas}{2.\pi} Y_{12} = 0$ et $Y_{12} - \dfrac{F}{2} = 0$ → $M_{41} = -\dfrac{pas}{4.\pi} F$

Q.7. C_{mot} = $2.M_{41} = -\dfrac{pas}{2.\pi} F$

Q.8. $F = -\dfrac{C_{mot}.2.\pi}{pas}$ A.N. : $F = -\dfrac{20.2.\pi}{3.10^{-3}}$ = 41800 N > 20000 N C.d.C.F. ok.