

Système de positionnement de radar – Corrigé

Q.1. On utilise une fermeture géométrique.

$$\vec{AA} = \vec{0} \rightarrow \vec{AD} + \vec{DC} + \vec{CA} = \vec{0} \rightarrow \lambda \cdot \vec{x}_2 + -x \cdot \vec{x}_3 + d \cdot \vec{y}_1 = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \lambda \cdot \cos \theta - x \cdot \cos \gamma = 0 \\ \lambda \cdot \sin \theta - x \cdot \sin \gamma + d = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos \gamma = \frac{\lambda \cdot \cos \theta}{x} \\ \sin \gamma + d = \frac{\lambda \cdot \sin \theta + d}{x} \end{cases}$$

$$\left(\frac{\lambda \cdot \cos \theta}{x}\right)^2 + \left(\frac{\lambda \cdot \sin \theta + d}{x}\right)^2 = 1 \rightarrow \lambda^2 + d^2 + 2 \cdot d \cdot \lambda \cdot \sin \theta = x^2 \rightarrow \sin \theta = \frac{x^2 - \lambda^2 - d^2}{2 \cdot d \cdot \lambda} \rightarrow \theta = \arcsin \frac{x^2 - \lambda^2 - d^2}{2 \cdot d \cdot \lambda}$$

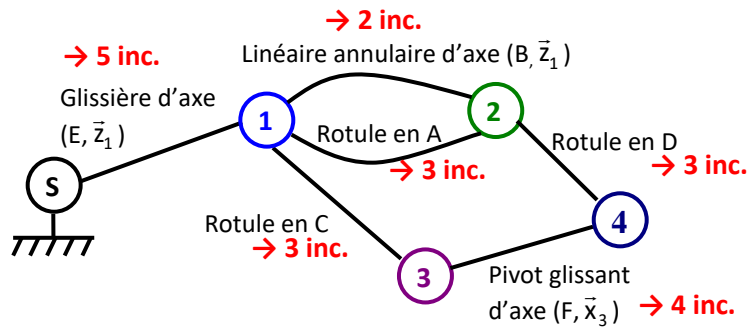
Q.2. A.N. :

Pour $x = 500 \text{ mm} \rightarrow \theta = \arcsin \frac{500^2 - 710^2 - 230^2}{2 \times 230 \times 710} = -70^\circ$

Pour $x = 920 \text{ mm} \rightarrow \theta = \arcsin \frac{920^2 - 710^2 - 230^2}{2 \times 230 \times 710} = +62^\circ$

C.d.C.F. : $-60^\circ \leq \theta \leq 60^\circ \rightarrow$ C.d.C.F. respecté.

Q.3. Graphe de structure.



Q.4. $\{F_{1 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{13} & 0 \\ Y_{13} & 0 \\ Z_{13} & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)}$ $\{F_{3 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{34} & M_{34} \\ Z_{34} & N_{34} \end{Bmatrix}_{(B3)}$ $\{F_{2 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} & 0 \\ Y_{24} & 0 \\ Z_{24} & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)}$

Q.5. On isole l'ensemble {3+4} et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME). Le système isolé est soumis à 2 forces \rightarrow ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées. Direction de $\vec{R}_{1 \rightarrow 3}$ et de $\vec{R}_{2 \rightarrow 4} : \vec{x}_3$. Par conséquent on a :

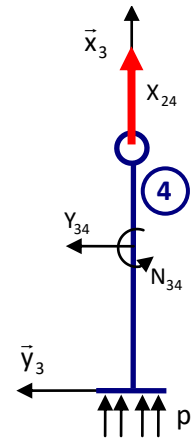
$$\{F_{1 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{13} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)}$$

$$\{F_{2 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)}$$

Q.6. On isole la tige 4 seule, on effectue le BAME et on applique le PFS.
Hypothèse : la haute pression est dans la cavité inférieure du vérin.

$$X_{24} + p.S = 0 \rightarrow X_{24} = -p.S_p$$

$$\|\vec{R}_{2 \rightarrow 4}\| = p.S_p$$



Q.7. On isole le solide 2, on effectue le BAME et on applique le PFS.

BAME :

$$\bullet \left\{ F_{\text{pesanteur} \rightarrow 2} \right\}_G = \begin{Bmatrix} -P \cdot \vec{z}_g \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\bullet \left\{ F_{\text{lin annulaire } 1 \rightarrow 2} \right\}_B = \begin{Bmatrix} X'_{12} & 0 \\ Y'_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(B1)}$$

$$\bullet \left\{ F_{4 \rightarrow 2} \right\}_D = \begin{Bmatrix} X_{42} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)}$$

$$\bullet \left\{ F_{\text{rotule } 1 \rightarrow 2} \right\}_A = \begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{(B1)}$$

Théorème du moment statique au point A projetée sur \vec{z}_2 :

$$(\vec{AG} \wedge -P \cdot \vec{z}_g + \vec{AD} \wedge X_{42} \cdot \vec{x}_3) \cdot \vec{z}_2 = 0$$

$$\text{Avec } \vec{z}_g = \sin \alpha \cdot \vec{y}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{z}_0 ; \vec{AG} = R_2 \cdot \vec{x}_2 - h_2 \cdot \vec{z}_2 ; \vec{AD} = \lambda \cdot \vec{x}_2$$

Calcul de $(\vec{AG} \wedge -P \cdot \vec{z}_g) \cdot \vec{z}_2$:

$$[(R_2 \cdot \vec{x}_2 - h_2 \cdot \vec{z}_2) \wedge -P \cdot (\sin \alpha \cdot \vec{y}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{z}_0)] \cdot \vec{z}_2 = -P \cdot R_2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\beta + \theta)$$

Calcul de $(\vec{AD} \wedge X_{42} \cdot \vec{x}_3) \cdot \vec{z}_2$: $(\lambda \cdot \vec{x}_2 \wedge X_{42} \cdot \vec{x}_3) \cdot \vec{z}_2 = \lambda \cdot X_{42} \cdot \sin(\gamma - \theta)$

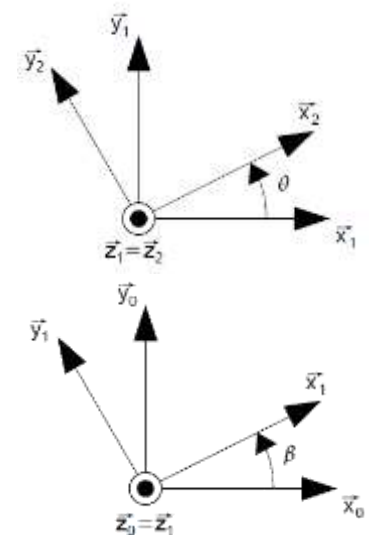
$$\text{D'où : } -P \cdot R_2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\beta + \theta) + \lambda \cdot X_{42} \cdot \sin(\gamma - \theta) = 0$$

$$\rightarrow X_{42} = \frac{P \cdot R_2 \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \beta + \theta)}{\lambda \cdot \sin(\gamma - \theta)}$$

Q.8. et Q.9. A.N. : $X_{24} = -p.S_p \rightarrow p = \frac{X_{42}}{S_p}$

$$X_{42} = \frac{P \cdot R_2 \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \beta + \theta)}{\lambda \cdot \sin(\gamma - \theta)} = \frac{400 \times 1200 \times \sin 15 \cdot \cos 0}{710 \times \sin(18 - 0)}$$

$$X_{42} = 566 \text{ N} \rightarrow p = \frac{566}{28000} = 0,02 \text{ MPa} = 0,2 \text{ Bars} < 10 \text{ Bars} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$$



Système triangulé – Etude d'un pont – Corrigé

Q.1. On isole l'ensemble de la structure, on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) et on applique le PFS au point A.

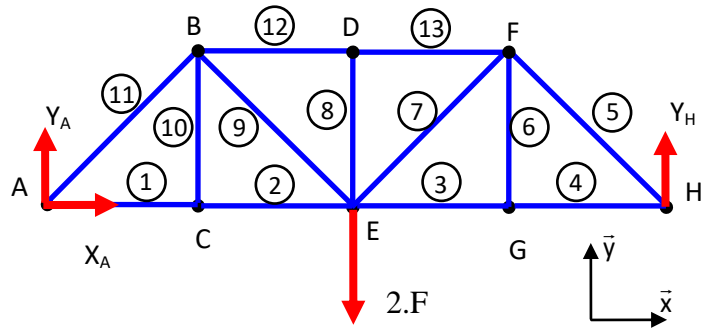
$$X_A = 0$$

$$Y_A + Y_H - 2.F = 0$$

$$4.L.Y_H - 2.L \times 2.F = 0$$

Soit après résolution $Y_A = Y_H = F$

On numérote toutes les barres et on nomme tous les points.

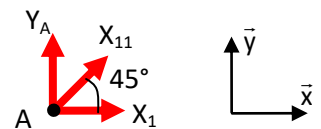


Q.3. Hypothèse : toutes les barres sont tendues.

On isole le nœud A on effectue le BAME et on applique le théorème de la résultante statique.

$$X_1 + X_{11} \cdot \cos 45 = 0 \rightarrow X_1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot X_{11} = 0 \rightarrow \boxed{X_1 = F}$$

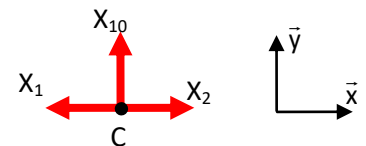
$$Y_A + X_{11} \cdot \sin 45 = 0 \rightarrow F + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot X_{11} = 0 \rightarrow \boxed{X_{11} = -\sqrt{2} \cdot F}$$



On isole le nœud C on effectue le BAME et on applique le théorème de la résultante statique.

$$-X_1 + X_2 = 0 \rightarrow \boxed{X_2 = F}$$

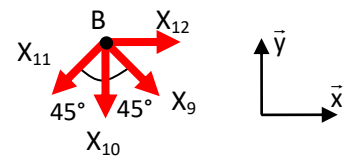
$$X_{10} = 0 \rightarrow \boxed{X_{10} = 0}$$



On isole le nœud B on effectue le BAME et on applique le théorème de la résultante statique.

$$X_{12} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot X_9 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot X_{11} = 0 \rightarrow \boxed{X_{12} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot X_{11} = -2.F}$$

$$-X_{10} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot X_9 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot X_{11} = 0 \rightarrow \boxed{X_9 = -X_{11} = \sqrt{2} \cdot F}$$



Par symétrie, on obtient les mêmes résultats pour les nœuds H, G et F. D'où :

$$\boxed{X_4 = F}$$

$$\boxed{X_5 = -\sqrt{2} \cdot F}$$

pour le nœud H

$$\boxed{X_3 = F}$$

$$\boxed{X_6 = 0}$$

pour le nœud G

$$\boxed{X_{13} = -2.F}$$

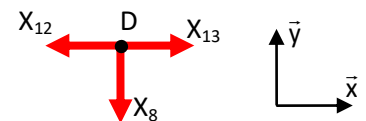
$$\boxed{X_7 = \sqrt{2} \cdot F}$$

pour le nœud F

On isole le nœud D on effectue le BAME et on applique le théorème de la résultante statique.

$$-X_8 = 0 \rightarrow \boxed{X_8 = 0}$$

$$-X_{12} + X_{13} = 0 \rightarrow \boxed{X_{12} = X_{13}}$$



On connaît à présent les actions mécaniques exercées sur chacune des barres. L'étude statique du nœud E permet de vérifier l'équilibre statique à partir de tous les résultats précédents.

Q.4. Si $X_i > 0$ alors la barre est tendue (T), si $X_i < 0$, la barre est comprimée (C).

Barre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Xi	F	F	F	F	$-\sqrt{2}.F$	0	$\sqrt{2}.F$	0	$\sqrt{2}.F$	0	$-\sqrt{2}.F$	$-2.F$	$-2.F$
Nature sollicitation	T	T	T	T	C		T		T		C	C	C

Pour cette charge appliquée, les barres 11, 12, 13 et 5 sont comprimées, les barres 1, 2, 3, 4, 7 et 9 sont tendues et les barres 6, 8 et 10 ne sont pas sollicitées. → C.d.C.F. ok.

Griffe et lame de bulldozer - Corrigé

Q.1. On isole la griffe 13 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME).

Solide 13 = solide en équilibre sous l'action unique de 3 glisseurs ($\vec{F}_{\text{sol} \rightarrow \text{griffe}}$, $\vec{F}_{9 \rightarrow 13}$ et $\vec{F}_{12 \rightarrow 13}$) alors les résultantes des 3 glisseurs sont coplanaires, concourantes ou parallèles et de somme vectorielle nulle.

On ne connaît que $\vec{F}_{\text{sol} \rightarrow \text{griffe}}$, il faut déterminer au moins une direction supplémentaire d'effort appliqué sur le solide 13.

On isole l'ensemble 8+9 et on effectue le BAME. Le système isolé est soumis à 2 forces → ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées. Direction de la force $\vec{F}_{9 \rightarrow 13}$: (GH)
Les résultantes des 3 glisseurs sont concourantes en J.

Graphiquement on obtient $\|\vec{F}_{9 \rightarrow 13}\|$ 4,6 cm mesuré soit $\|\vec{F}_{9 \rightarrow 13}\| = 230 \text{ kN}$

$$p = \frac{230 \cdot 10^3}{2500 \cdot \pi} = 29,3 \text{ Mpa} \rightarrow p = 293 \text{ Bars}$$

On isole le solide 12 et on effectue le BAME.

Solide 12 = solide en équilibre sous l'action unique de 3 glisseurs ($\vec{F}_{13 \rightarrow 12}$, $\vec{F}_{11 \rightarrow 12}$ et $\vec{F}_{1 \rightarrow 12}$) alors les résultantes des 3 glisseurs sont coplanaires, concourantes ou parallèles et de somme vectorielle nulle.

On ne connaît que $\vec{F}_{13 \rightarrow 12} = -\vec{F}_{12 \rightarrow 13}$, il faut déterminer au moins une direction supplémentaire d'effort appliqué sur le solide 12.

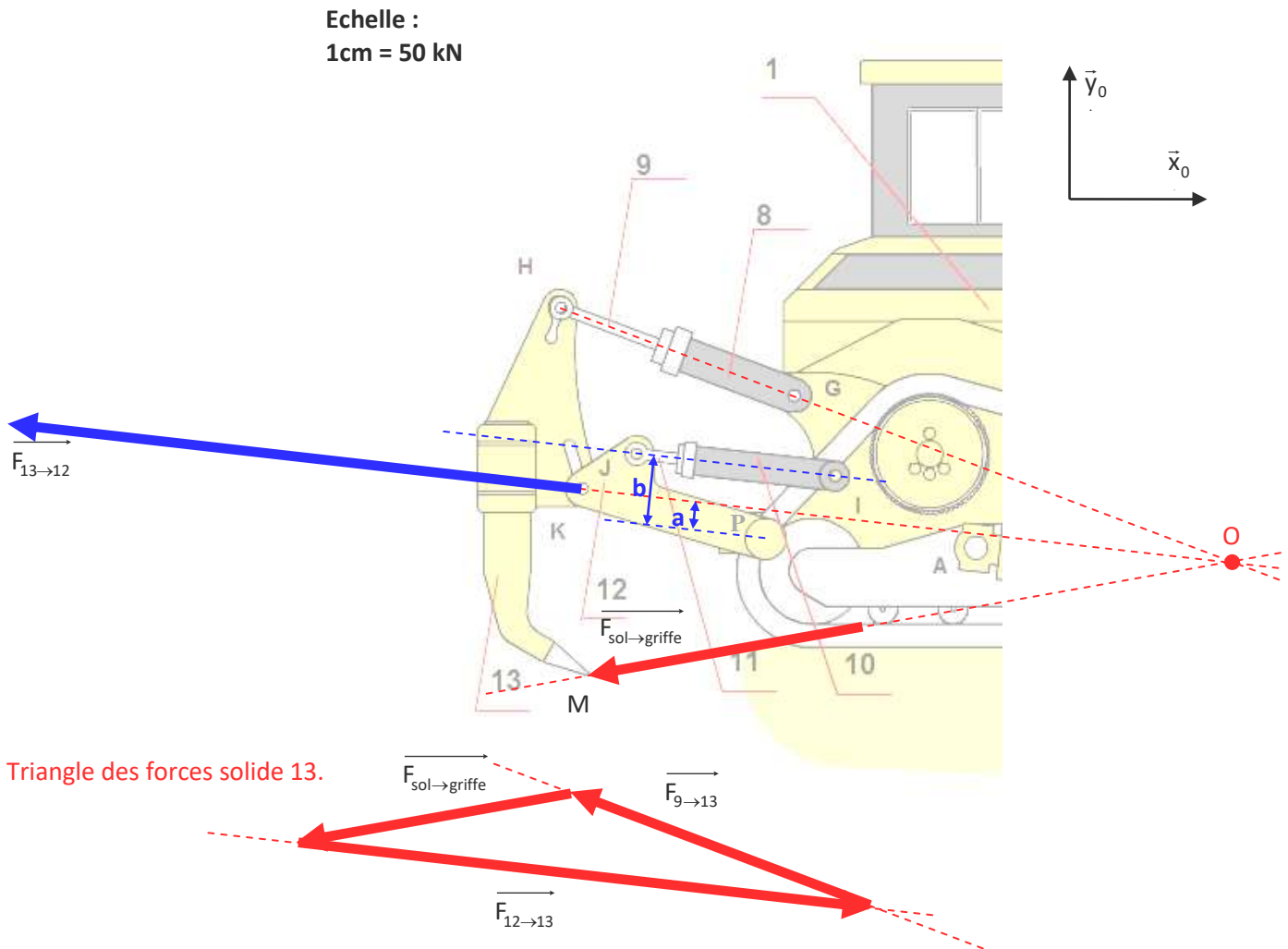
On isole l'ensemble 10+11 et on effectue le BAME. Le système isolé est soumis à 2 forces → ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées. Direction de la force $\vec{F}_{11 \rightarrow 12}$: (IJ)

(IJ) parallèle à $\vec{F}_{13 \rightarrow 12}$ alors $\vec{F}_{1 \rightarrow 12}$ est parallèle à (IJ).

On utilise le théorème du moment statique en P avec la technique du bras de levier.

Graphiquement on obtient $\|\vec{F}_{9 \rightarrow 12}\| = \frac{a}{b} \cdot \|\vec{F}_{13 \rightarrow 12}\| \rightarrow \|\vec{F}_{9 \rightarrow 12}\| = \frac{0,4}{1} \cdot 8,3 = 3,3 \text{ cm}$ soit $\|\vec{F}_{9 \rightarrow 12}\| = 166 \text{ kN}$

$$p = \frac{166 \cdot 10^3}{2500 \cdot \pi} = 21,1 \text{ Mpa} \rightarrow p = 211 \text{ Bars}$$



Q.2. On isole l'ensemble 2+3+4+5 et on effectue le BAME.

Ensemble 2+3+4+5 = ensemble en équilibre sous l'action unique de 3 glisseurs ($\vec{F}_{sol \rightarrow lame}$, $\vec{F}_{1 \rightarrow 3}$ et $\vec{F}_{7 \rightarrow 2}$) alors les résultantes des 3 glisseurs sont coplanaires, concourantes ou parallèles et de somme vectorielle nulle.

On ne connaît que $\vec{F}_{sol \rightarrow lame}$, il faut déterminer au moins une direction supplémentaire d'effort appliqué sur le système.

On isole l'ensemble 6+7 et on effectue le BAME. Le système isolé est soumis à 2 forces \rightarrow ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées. Direction de la force $\vec{F}_{7 \rightarrow 2}$: (CF)

Les résultantes des 3 glisseurs sont concourantes en Q.

Graphiquement on obtient $\|\vec{F}_{7 \rightarrow 2}\|$ 1,8 cm mesuré soit $\|\vec{F}_{7 \rightarrow 2}\| = 36 \text{ kN}$

$$p = \frac{36 \cdot 10^3}{2500 \cdot \pi} = 4,6 \text{ Mpa} \rightarrow p = 46 \text{ Bars}$$

On isole le solide 3 et on effectue le BAME.

Solide 3 = solide en équilibre sous l'action unique de 3 glisseurs ($\vec{F}_{1 \rightarrow 3}$, $\vec{F}_{4 \rightarrow 3}$ et $\vec{F}_{2 \rightarrow 3}$) alors les résultantes des 3 glisseurs sont coplanaires, concourantes ou parallèles et de somme vectorielle nulle.

On ne connaît que $\vec{F}_{1 \rightarrow 3}$, il faut déterminer au moins une direction supplémentaire d'effort appliqué sur le solide 3.

On isole l'ensemble 4+5 et on effectue le BAME. Le système isolé est soumis à 2 forces \rightarrow ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées. Direction de la force $\vec{F}_{4 \rightarrow 3}$: (DE)
Les résultantes des 3 glisseurs sont concourantes en O.

Graphiquement on obtient $\|\vec{F}_{4 \rightarrow 3}\|$ 2,6 cm mesuré soit $\|\vec{F}_{4 \rightarrow 3}\| = 52 \text{ kN}$

$$p = \frac{52 \cdot 10^3}{2500 \cdot \pi} = 6,6 \text{ Mpa} \rightarrow p = 66 \text{ Bars}$$

Q.3. La pression dans les 4 vérins est inférieure à 350 Bars \rightarrow C.d.C.F. ok.

Document réponse 2 :

