CD Rom - Corrigé

Q.1. En appliquant le changement de variable proposé à l'équation différentielle, on obtient :

$$m\frac{d^2(z_0+z^*(t))}{dt^2}=-k_z.(z_0+z^*(t))-mg+nBl.i(t) \Leftrightarrow \boxed{m\frac{d^2z^*(t)}{dt^2}=-k_z.z^*(t)+nBl.i(t)}$$

Car à l'équilibre i=0 la dérivée de z est nulle aussi donc $-k_z.z_0-mg=0$

Q.2. On passe dans le domaine de Laplace

$$mp^2Z^*(p)=-k_z.Z^*(p)+nBl.I(p)$$

Ainsi $\boxed{H_1(p)=\frac{Z^*(p)}{I(p)}=\frac{nBl}{mp^2+k_z}}$

Q3. Dans le domaine de Laplace : $U(p)=Lp.I(p)$

Ainsi : $\boxed{H_2(p)=\frac{Z^*(p)}{U(p)}=\frac{Z^*(p)}{I(p)}.\frac{I(p)}{U(p)}=\frac{nBl}{mp^2+k_z}.\frac{1}{Lp}}$

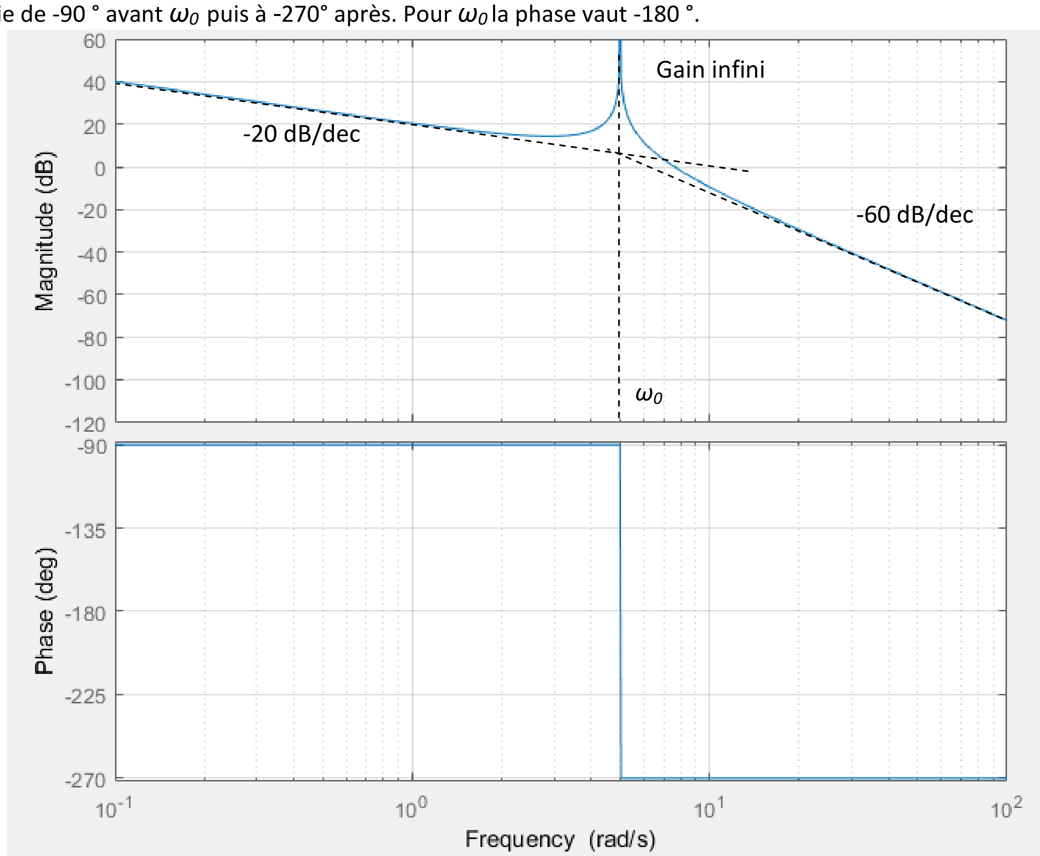
Q4. On peut mettre la forme précédente sous forme canonique :

$\boxed{H_2(p)=\frac{nBl}{mp^2+k_z}.\frac{1}{Lp}=\frac{K}{p(1+p^2/\omega_0^2)}}$ avec $\boxed{K=\frac{nBl}{Lk_z}}$ et $\boxed{\omega_0=\sqrt{\frac{k_z}{m}}}$

Q5. On a donc le diagramme de Bode suivant :

- avant ω_0 pente à -20db/décades (intégrateur qui coupe en ***K=10***)
- après ω_0 pente à -60db/décades (second ordre + intégrateur)
- gain infini en ω_0= *5 rad/s (z=0)*

La phase varie de -90 ° avant ω_0 puis à -270° après. Pour ω_0 la phase vaut -180 °.



Q6. Le diagramme de gain présente deux cassures et que le gain est initialement avec une pente nulle puis une pente de 20 dB/dec après ω_1 et une pente nulle après ω_2.
On peut donc proposer l'inverse d'un premier ordre de constante de temps 1/ ω_1 multipliée par une fonction du premier ordre de constante de temps 1/ ω_2.

Soit $\boxed{H_a(p) = K.\dfrac{1+p/\omega_1}{1+p/\omega_2}}$ avec $\boxed{K = 10^{\frac{G_0}{20}}}$

Q7. $H_3(p) = \dfrac{Z^*(p)}{U_1(p)} = H_2(p).H_a(p)$ donc on superpose les deux diagramme de Bode.

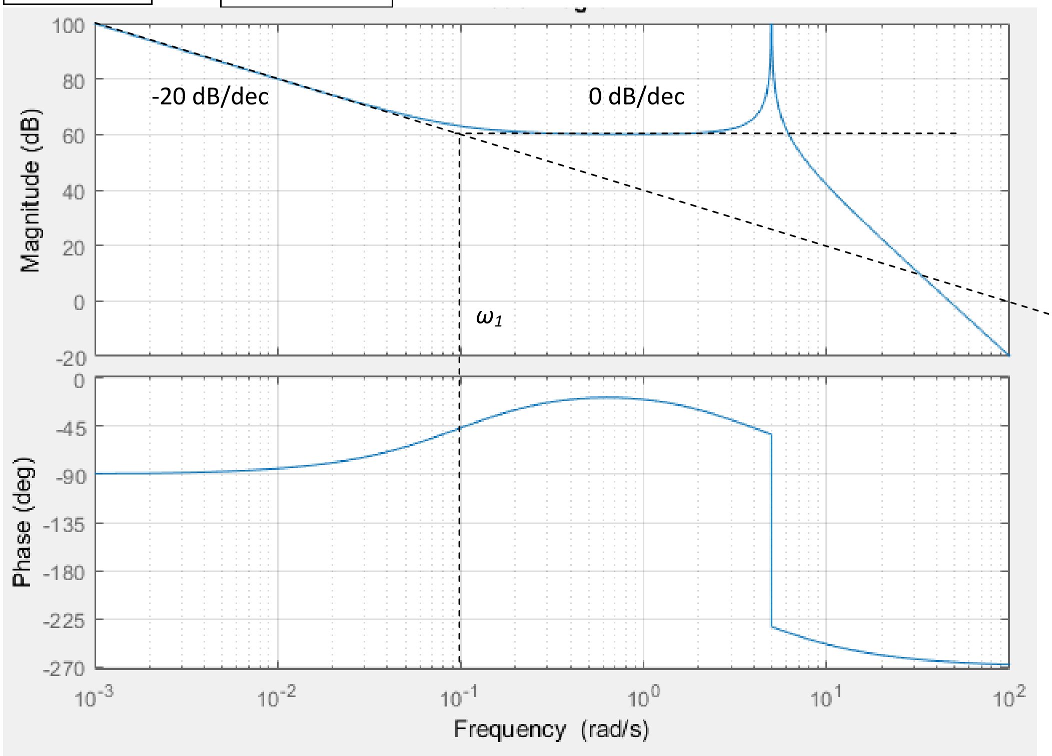
Sachant que la pulsation ω_2 est plus petite que ω_0, les variations de gain vont être les suivantes :

- jusqu'à ω_1 : 20 dB/dec pour le gain et -90° pour la phase.
- puis de ω_1 à ω_2 : 0 dB/dec pour le gain et 0° pour la phase
- puis de ω_2 à ω_0 : -20 dB/dec pour le gain et -90° pour la phase.
- Enfin après ω_0 : -60 dB/dec pour le gain et -270° pour la phase.

Q8. Pour réaliser l'asservissement, on mesure z^* par un capteur de gain K_c . On compare ensuite le signal image (tension) à une tension de référence image de la consigne de position *«Réf»* à l'aide d'un adaptateur de même gain. Ainsi, en déplaçant le comparateur avant le gain K_c de l'adaptateur, on se ramène à un schéma-blocs avec retour unitaire. **Le gain K_c est alors inclus dans le bloc cible-photodiode.**

Q9.
En se plaçant dans un domaine de fréquences inférieures à 1rad/s et donc < ω_2, H_2 est équivalente à K/p ; on approche la fonction de transfert en boucle ouverte par la fonction de transfert suivante :

$\boxed{K.\dfrac{1+p/\omega_1}{p}}$ avec $\boxed{K = \dfrac{nBl}{Lk_z}.10^{\frac{G_0}{20}}}$



Q10. L'intégrateur coupe l'axe des abscisses en $K = 10.10^{\frac{G_0}{20}} = 10^{1+\frac{G_0}{20}}$ = 100 rad/s

Ainsi $1+\dfrac{G_0}{20} = 2 \rightarrow G_0 = 20\,\text{dB}$ On lit de plus la fréquence de coupure à ω_1*=0.1 rad/s*

Q11. $H_4(p) = \dfrac{Z^*(p)}{Réf(p)} = \dfrac{K.\dfrac{1+p/\omega_1}{p}}{1+K.\dfrac{1+p/\omega_1}{p}} = \dfrac{1+p/\omega_1}{1+p(1/K+1/\omega_1)}$ avec $K = \dfrac{nBl}{Lk_z}.10^{\frac{G_0}{20}} = 100$ et *ω_1=0.1 rad/s*

Q12. La fonction de transfert en boucle fermée possède un gain unitaire donc la sortie converge vers l'entrée, l'erreur statique en boucle de focalisation est donc nulle

→ On peut le prouver avec le théorème de la valeur finale en prenant un échelon de consigne unitaire *1/p*

En conclusion la boucle de focalisation a rendu précis le système même si le CD est déformé, ce que nous demandait le cahier des charges.