

CHAPITRE 1
ANALYSE DES SYSTEMES

1 QUALITE D'UN ASSERVISSEMENT

1.1 Stabilité

Chaîne directe	Système asservi
Le système est souvent stable. La présence d'un intégrateur dans le système le rend difficilement contrôlable .	Le système peut devenir instable (c'est la boucle de retour qui génère l'instabilité). Le risque augmente avec le gain et la présence d'un intégrateur.

1.2 Précision

Chaîne directe	Système asservi
Elle est fonction de la partie opérative et des perturbations.	Elle dépend de la qualité de l'amplificateur. Elle peut être indépendante des perturbations L'augmentation de la précision augmente le risque d'instabilité.

1.3 Rapidité

Chaîne directe	Système asservi
Elle est fixée par les éléments du système.	On peut améliorer la rapidité du système en calculant les composants et en ajoutant un correcteur.

1.4 Autres

- Une modification ou une maintenance sur un système bouclé ne modifie pas la réponse.
- Une erreur de modélisation du système peut être plus facilement compensée lorsque le système est bouclé.

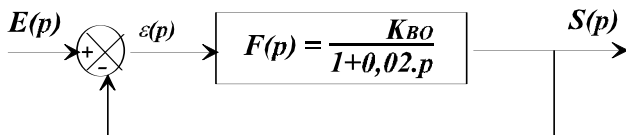
2 RAPIDITE DES SYSTEMES ASSERVIS

La rapidité d'un système asservi peut être caractérisée

soit par le temps de réponse à 5%,
soit par le temps de montée.

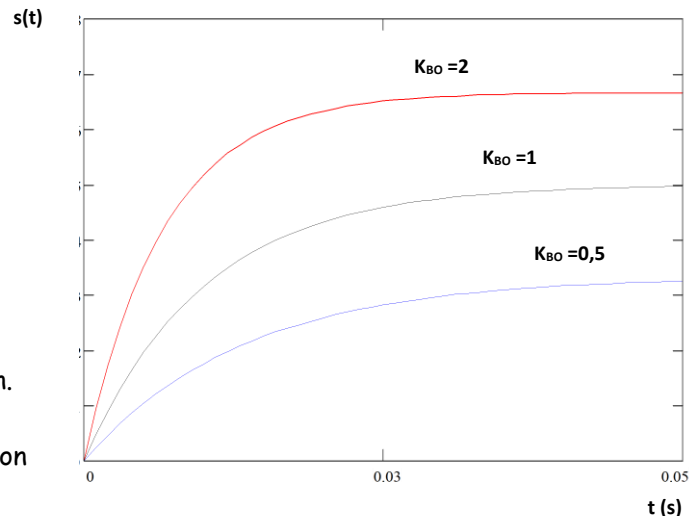
2.1 Influence du gain de la BO

2.1.1 Système du premier ordre



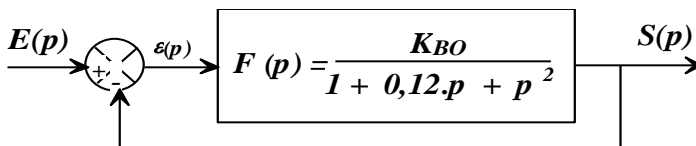
Les courbes ci contre définissent la réponse indicielle du système asservi donné pour différentes valeurs du gain.

Le temps de réponse à 5 % **DIMINUE** avec l'augmentation du gain K_{BO} de la boucle ouverte.



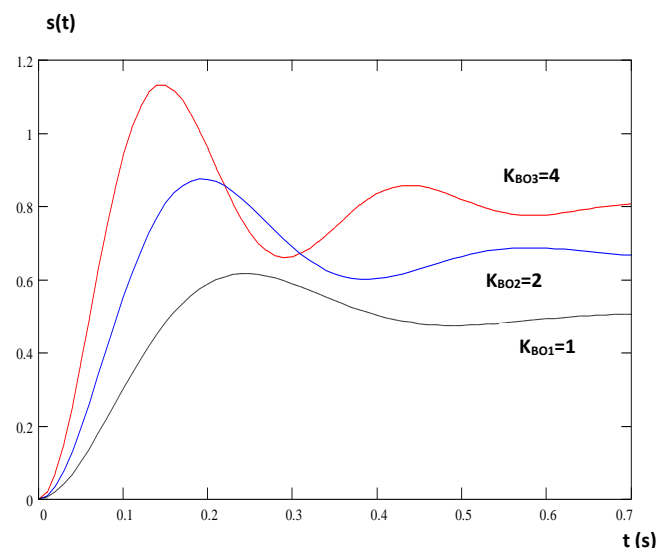
Conclusion: On augmente la rapidité d'un système du premier ordre en augmentant le gain de boucle K_{BO} .

2.1.2 Système du second ordre



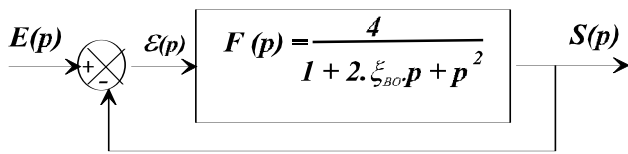
Les courbes ci-contre définissent la réponse indicielle du système asservi pour différentes valeurs du gain K_{BO} de la boucle ouverte.

- le temps de réponse à 5 % **DIMINUE** avec l'augmentation du gain.
- le temps de montée **DIMINUE** avec l'augmentation du gain.

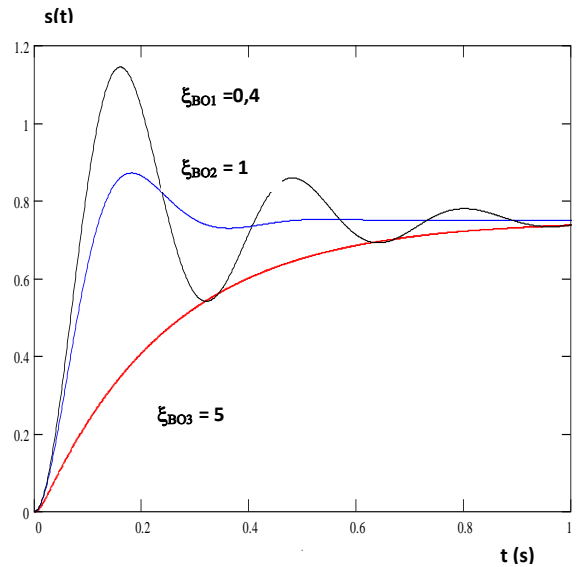


Conclusion: On augmente la rapidité d'un système du deuxième ordre en augmentant le gain de boucle K_{BO} mais il y a une valeur limite à cause des dépassements.

2.2 Influence du coefficient d'amortissement de la BO

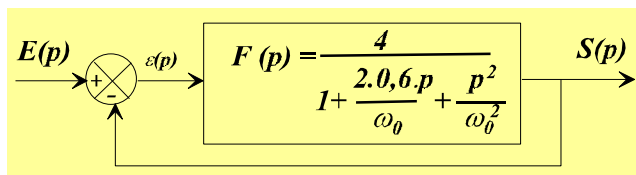


- le temps de réponse à 5 % **DIMINUE** avec la diminution de ξ_{BO} .
- le temps de montée **DIMINUE** avec la diminution de ξ_{BO} .

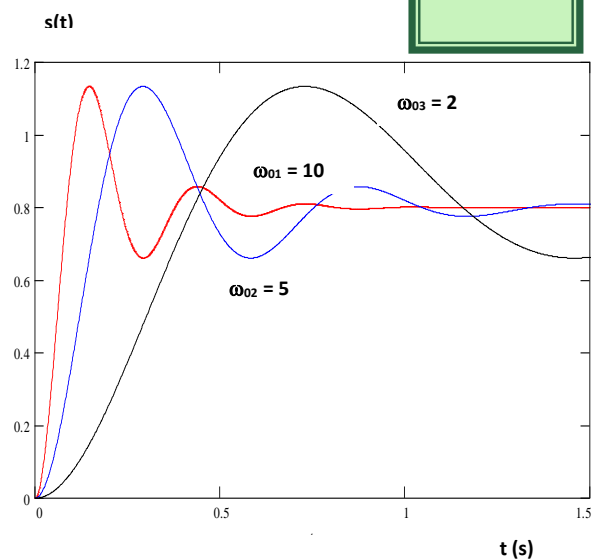


Conclusion: On augmente la rapidité d'un système du deuxième ordre en diminuant le coefficient d'amortissement ξ_{BO} mais il y a une valeur limite à cause des dépassements.

2.3 Influence de la pulsation propre non amortie de la BO



- le temps de réponse à 5 % **DIMINUE** avec l'augmentation de ω_0 .
- le temps de montée **DIMINUE** avec l'augmentation de ω_0 .



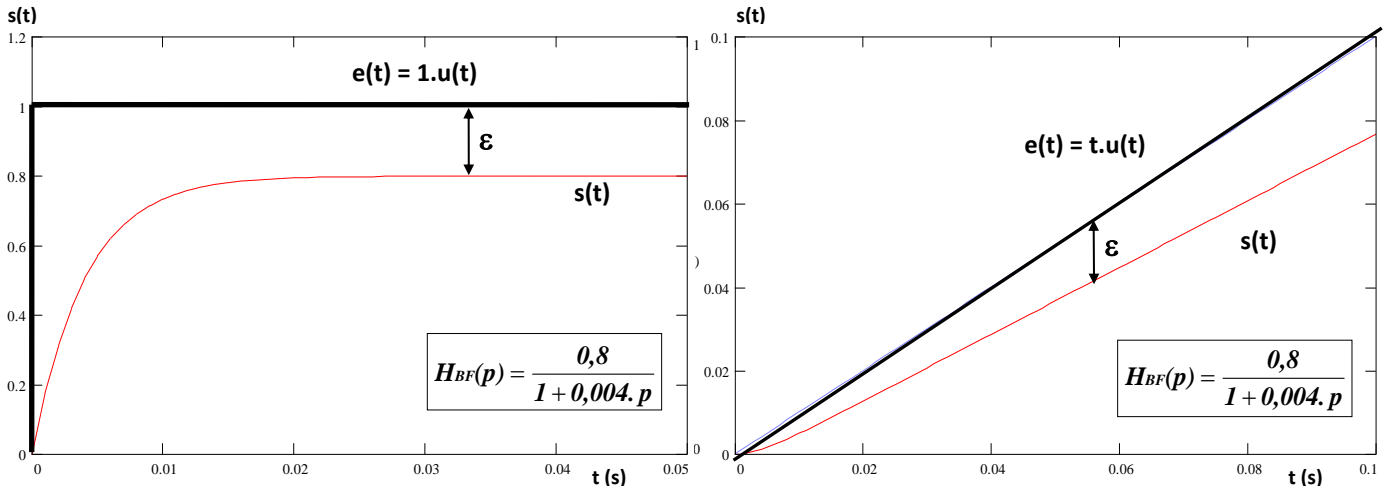
Conclusion: On augmente la rapidité d'un système du deuxième ordre en augmentant la pulsation propre non amortie ω_0 de la boucle mais il y a une valeur limite à cause des dépassements.

Remarque : On aurait pu exprimer la fonction de transfert en boucle fermée et raisonner directement sur les valeurs du gain K_{BF} , de ξ_{BF} et de ω_{0BF} en boucle fermée. On aurait alors retrouvé les deux courbes caractéristiques de la réponse d'un système du second ordre : dépassement relatif et temps de réponse réduit.

3 PRECISION DES SYSTEMES ASSERVIS

3.1 Précision d'un système asservi

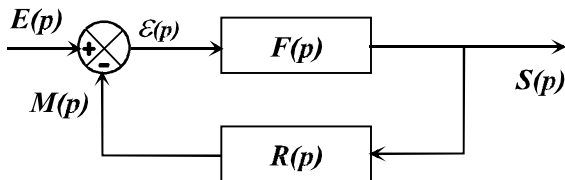
Pour un système asservi il peut y avoir un écart entre la consigne d'entrée $e(t)$ et la réponse $s(t)$. Cet écart peut être borné (réponse indicielle pour $F_{BO}(p) = \frac{4}{1 + 0,02.p}$ avec retour unitaire : figure 3-1) ou tendre vers l'infini (réponse à une rampe pour le même système: figure 3-2)



3.2 Définition de l'écart ϵ

L'écart est la différence entre la valeur visée (la consigne) et la valeur atteinte (la sortie).

On a donc : $\epsilon(p) = E(p) - R(p).S(p)$



L'écart ϵ est la limite de $\epsilon(t)$ lorsque t tend vers l'infini. Le théorème de la valeur finale permet de déterminer l'écart à partir de $\epsilon(p)$: $\epsilon = \lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} [p.\epsilon(p)]$.

Pour le système ci-contre, si $E(p) - R(p).S(p) = 0$ alors l'écart $\epsilon(p)$ est nul, le système est précis.

En réalité, cet écart est non nul pour deux raisons:

- **l'entrée varie au cours du temps** : minimiser l'écart $\epsilon(p)$ lorsque l'entrée du système varie c'est résoudre un problème de poursuite ou asservissement ;
- **le système subit des perturbations** : minimiser l'écart $\epsilon(p)$ malgré l'existence de ces perturbations c'est résoudre un problème de régulation.

Détermination de $\epsilon(p)$:

La FTBO peut s'écrire sous forme canonique :

avec :

- K = gain de la FTBO à ne pas confondre avec le rapport d'amplitude de l'étude fréquentielle.
- $N(p)$ et $D(p)$ s'écrivent sous la forme: $1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n$ avec $D(0) = N(0) = 1$
- α = classe de la FTBO : nombre d'intégrations dans la boucle.

L'expression de $\varepsilon(p)$ devient:

L'écart ε est donné par la limite de $p \cdot \varepsilon(p)$ lorsque p tend vers zéro (théorème de la valeur finale).
On voit que l'écart ε est fonction de $E(p)$, α et K .

D'après le théorème de la valeur finale on a :

3.3 Écart de position ou écart statique = ε_S

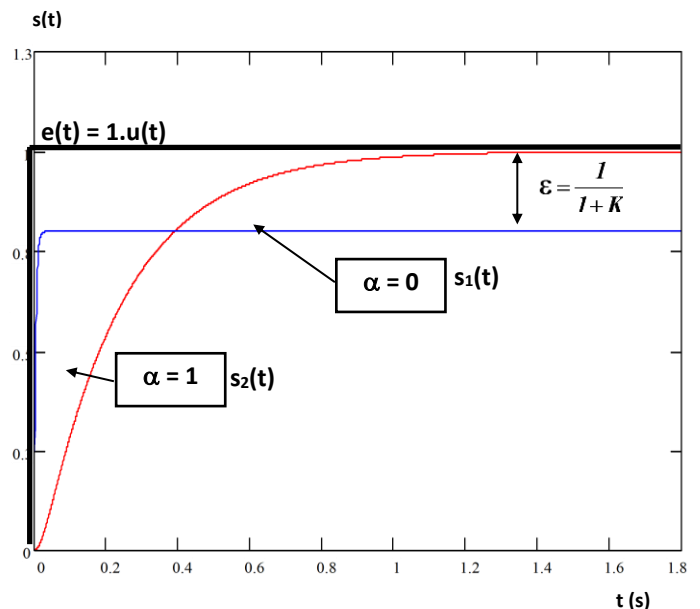
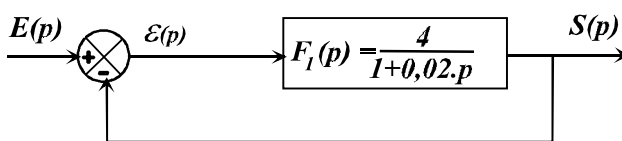
Le système est soumis à un échelon: $e(t) = a \cdot u(t)$. La transformée de Laplace de l'échelon est $E(p) = \frac{a}{p}$.

L'écart statique est obtenu en appliquant le théorème de la valeur finale :

3.3.1 Système de classe zéro ($\alpha = 0$) (pas d'intégration)

Dans ce cas l'écart statique est constant :

Exemple : La courbe $s_1(t)$ représente la réponse temporelle à un échelon du système ci-dessous.



3.3.2 Système de classe un ou plus ($\alpha > 0$)



Exemple : La courbe $s_2(t)$ représente la réponse temporelle à un échelon du système ci-contre.

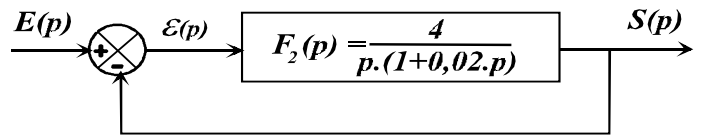


Figure 3-5

3.4 Écart de traînage ou écart dynamique = ϵ_v

Le système est soumis à une rampe : $e(t) = a.t.u(t)$. La transformée de Laplace d'une rampe est

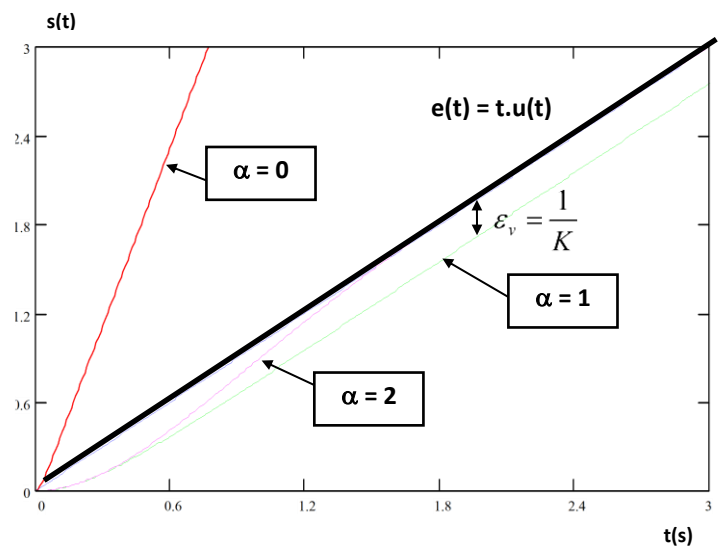
$$E(p) = \frac{a}{p^2}$$

L'écart dynamique est obtenu en appliquant le théorème de la valeur finale :

3.4.1 Système de classe zéro ($\alpha = 0$)

3.4.2 Système de classe un ($\alpha = 1$)

3.4.3 Système de classe 2 ou plus ($\alpha > 1$)



3.4.4 Conclusions sur la précision en régime permanent

$e(t)$	$E(p)$	Écart	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$
$a.u(t)$					
$a.t.u(t)$					

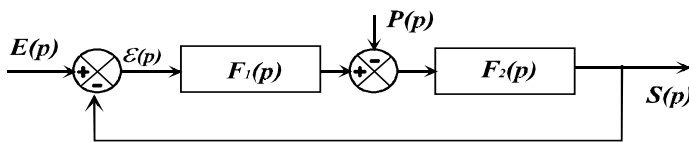
Conclusion :

- Pour un asservissement de vitesse (classe = 0) la vitesse obtenue est différente de la vitesse commandée ($\epsilon_s = \frac{a}{I+K}$) l'asservissement de vitesse est imprécis en l'absence de dispositions complémentaires comme un correcteur intégral par exemple.

- Un asservissement de position (classe = 1) est intrinsèquement précis ($\epsilon_s = 0$).

La sortie suit la consigne avec un retard ($\epsilon_v = \frac{a}{K}$).

3.5 Effet d'un échelon de perturbation sur $\epsilon(p)$



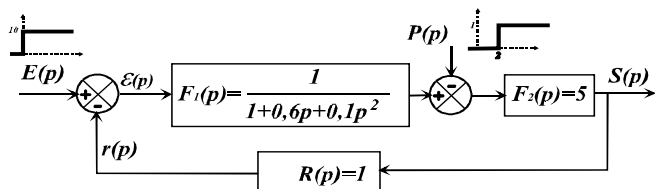
Nous ne considérerons que la perturbation seule : $E(p)=0$

Calcul de $\epsilon_{pert}(p)$

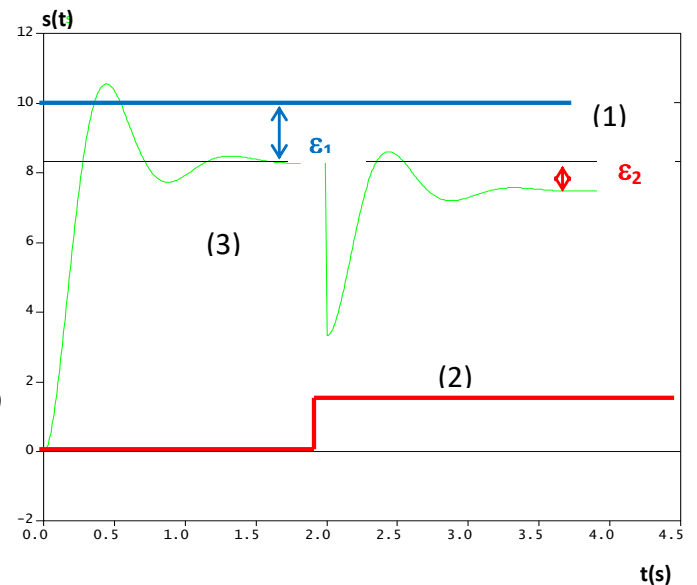
Application du théorème de la valeur finale :

3.5.1 F1 et F2 n'ont pas d'intégration

Exemple : La courbe ci contre illustre la réponse du système



Courbe (1) : consigne d'entrée = échelon d'amplitude 10
 Courbe (2) : perturbation = échelon d'amplitude 1 à partir de $t = 2s$
 Courbe (3) : réponse du système. Pour t inférieur à 2s, on a un écart de position ϵ_1 par rapport à la consigne. Un écart supplémentaire ϵ_2 apparaît après l'application de la perturbation.

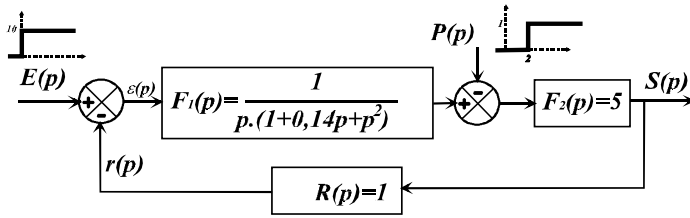


$$F_1(p) = K_1 \cdot \frac{1 + a_1p + a_2p^2 + \dots}{1 + b_1p + b_2p^2 + \dots} \text{ tend vers } K_1 \text{ quand } p \rightarrow 0 ; \quad F_2(p) = K_2 \cdot \frac{1 + c_1p + c_2p^2 + \dots}{1 + d_1p + d_2p^2 + \dots} \text{ tend vers } K_2 \text{ quand } p \rightarrow 0$$

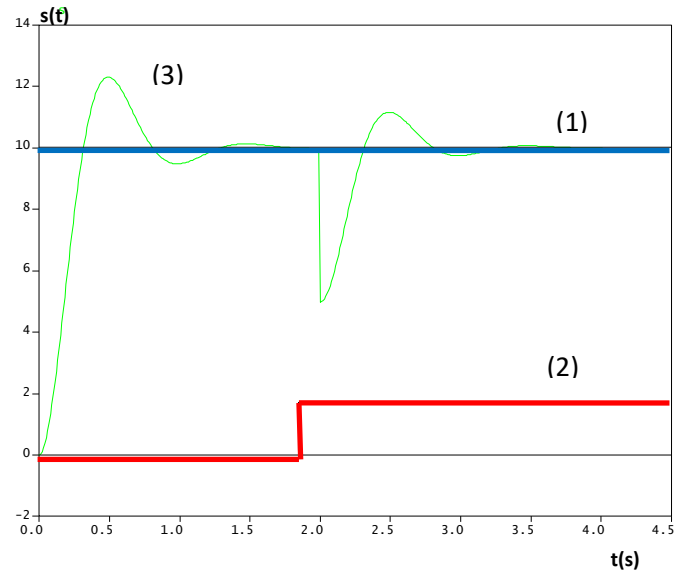
Conclusion:

3.5.2 F₁ possède une intégration, F₂ n'en a pas

Exemple : La courbe ci contre illustre la réponse du système .



Courbe (1) : consigne d'entrée = échelon d'amplitude 10
 Courbe (2) : perturbation = échelon d'amplitude 1 à partir de t = 2
 Courbe (3) : réponse du système. Pour t inférieur à 2, on n'a pas d'écart de position par rapport à la consigne. Après application de la perturbation le système retrouve rapidement la valeur de la consigne.



$F_1(p) = \frac{K_1 \cdot \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots}{p}}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots}$ tend vers ∞ quand $p \rightarrow 0$; $F_2(p) = K_2 \cdot \frac{1 + c_1 p + c_2 p^2 + \dots}{1 + d_1 p + d_2 p^2 + \dots}$ tend vers K_2 quand $p \rightarrow 0$

Conclusion:

3.5.3 F₂ possède une intégration, F₁ n'en a pas

Un calcul analogue aux précédents conduit au résultat :

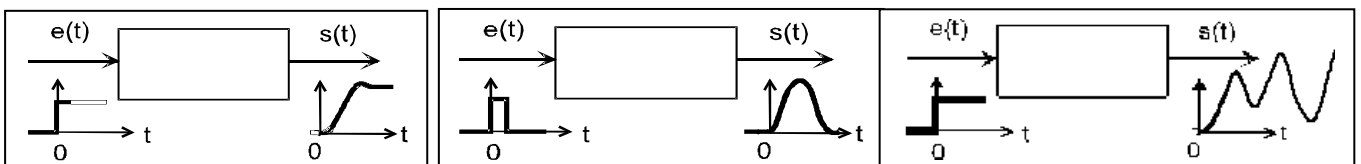
4 STABILITE DES SYSTEMES ASSERVIS

4.1 . Définition

Un système est stable si l'application d'un signal borné (entrée ou perturbation) produit un signal de sortie borné

Exemples de systèmes stables : figures 1-1 et 1-2 :

Exemple de système instable : figure 1-3.



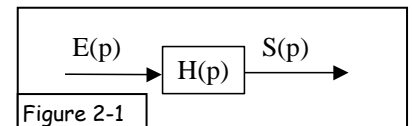
Nous allons développer deux types d'études, selon que l'on analyse la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) du système, ou bien la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO).

Deux types d'études peuvent être conduits :

- d'une part à partir de l'expression de la FTBF, ce qui nécessite d'avoir un modèle numérique de cette FTBF ;
- d'autre part à partir de la FTBO, qui peut être obtenue par expérimentation sur un système existant.

4.2 Méthodes d'étude de la stabilité à partir de la FTBF

4.2.1 Etude des pôles de la FTBF



4.2.1.1 Condition sur les pôles de la FTBF

La Fonction de Transfert en Boucle Fermée (figure 2-1) est de la forme :

$$H(p) = \frac{N(p)}{(p-p_1)(p-p_2)\dots(p-p_n)}$$

avec n = ordre de $H(p)$

p_i = pôles de $H(p)$ réels ou complexes

Etudions l'allure de la sortie $S(p)$:

On se place dans le cas où on applique à l'entrée une impulsion de Dirac : $e(t) = \delta(t)$; $E(p) = 1$

$$\Rightarrow S(p) = H(p).E(p) = H(p)$$

$$\Rightarrow S(p) = \frac{A}{(p-p_1)} + \frac{B}{(p-p_2)} + \dots + \frac{N}{(p-p_n)} \quad (\text{décomposition en éléments simples})$$

La transformée inverse de Laplace de $S(p)$ donne la réponse temporelle :

$$s(t) = A.e^{p_1 t} + B.e^{p_2 t} + \dots + N.e^{p_n t}$$

Condition de stabilité : pour que la sortie soit bornée, les exponentielles doivent toutes être décroissantes.

- Si les pôles sont tous réels : $s(t)$ ne tend vers 0 que si les p_i sont tous négatifs
- Si il y a des pôles complexes (conjugués deux à deux) : $\rightarrow p_1 = \alpha + j\omega$ et $p_2 = \alpha - j\omega$
 $\rightarrow s(t) = A.e^{(\alpha+j\omega)t} + B.e^{(\alpha-j\omega)t} = \mu.e^{\alpha t} . \cos(\omega t + \Phi)$ $s(t)$ tend vers 0 si $\alpha < 0$

Le système est stable si la FTBF possède :

- des pôles réels tous négatifs ;
- des pôles complexes ayant leur partie réelle négative.

La figure 2-2 traduit dans le plan complexe les zones d'instabilité en fonction de la position des pôles.

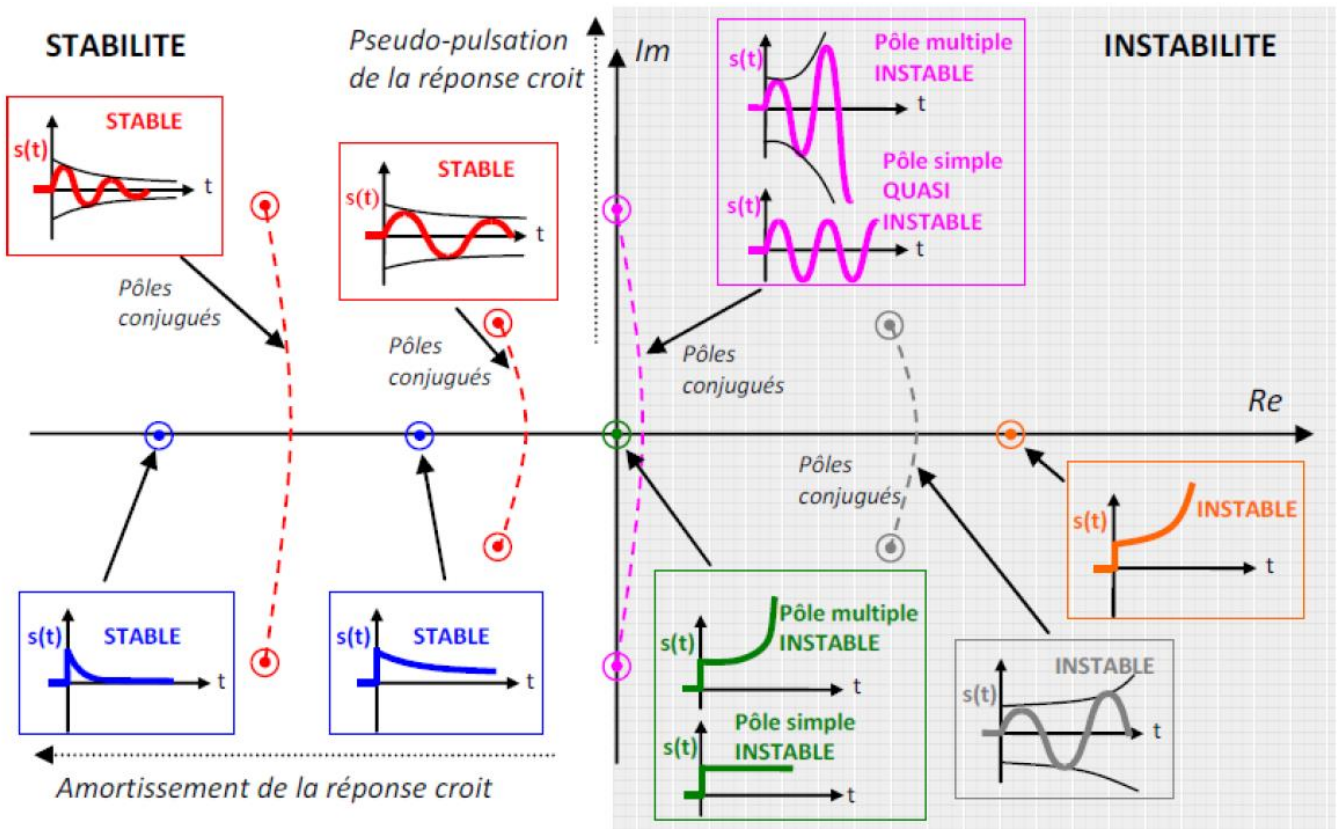


Figure 2-2 : allure de la réponse à l'impulsion selon la position du (des) pôle(s) de la FTBF du système

Cas particulier 1 : Un système présentant un certain nombre de pôles complexes à partie réelle nulle est un système **juste oscillant** (ou système marginalement stable ou quasi-instable).

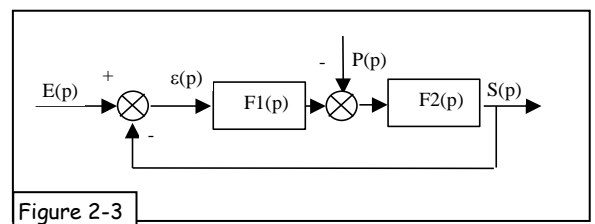
Cas particulier 2 : Un système « intégrateur pur » (de FTBF= 1/P) est un système instable car une entrée en « échelon » conduit à une sortie en « rampe ».

4.2.1.2 Etude d'un système subissant des perturbations :

Dans le cas d'un système subissant des perturbations P(p) (figure 2-3), si l'on étudie l'évolution de la sortie s(t),

- d'une part par rapport à l'entrée e(t),
- d'autre part par rapport à la perturbation p(t),

on observe que ces deux études se font avec la même FTBO :



$$S(p) = \frac{F2(p)F1(p)}{1 + F2(p)F1(p)} E(p) - \frac{F2(p)}{1 + F2(p)F1(p)} P(p)$$

On montre alors que les pôles de la FTBF $S(p) / E(p)$, et ceux de la fonction de transfert $S(p) / P(p)$ sont les mêmes

L'étude de stabilité du système comprenant les perturbations est donc la même que celle du système sans perturbation ; donc on ne fera qu'une seule étude de la stabilité : celle de la FTBF : $S(p) / E(p)$.

4.2.1.3 Notion de pôles dominants :

Certains des pôles de la fonction de transfert (FTBF) du système ont une contribution prépondérante sur le comportement de celui-ci : Il s'agit des **pôles** (à partie réelle négative) **les plus proches de l'axe des imaginaires**.

Ils sont appelés "**pôles dominants**" et on peut en général simplifier l'expression du dénominateur de la fonction de transfert (FTBF) en ne conservant que les termes correspondants aux pôles dominants.

Attention : le dénominateur doit être sous forme canonique avant d'effectuer la simplification !!

Exemple : Soit une fonction de transfert : $F(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$ avec $T_1 \ll T_2$

Les deux pôles de la fonction de transfert sont : $P_1 = -\frac{1}{T_1}$ et $P_2 = -\frac{1}{T_2}$ donc $P_1 \ll P_2$

La réponse temporelle du système pour une entrée impulsionnelle (figure 2-5) montre que l'on peut négliger la constante de temps la plus faible (T_1) pour utiliser la forme de $F(p)$ où le terme correspondant au pôle P_1 est supprimé : $F(p) = \frac{K}{(1+T_2p)}$;

correspondant au pôle P_1 est supprimé : $F(p) = \frac{K}{(1+T_2p)}$;

Justification : dans l'expression temporelle de $s(t)$:

$s(t) = \frac{K}{T_2 - T_1} (e^{-t/T_2} - e^{-t/T_1})$ le terme correspondant au pôle dominant devient prépondérant lorsque

le temps croît (de même pour la réponse à l'échelon figure 2-6).

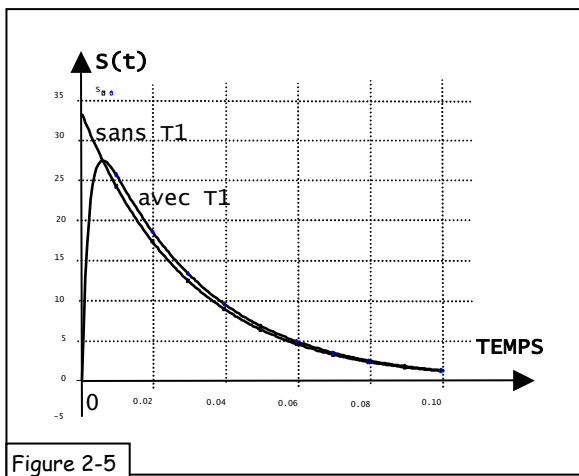


Figure 2-5

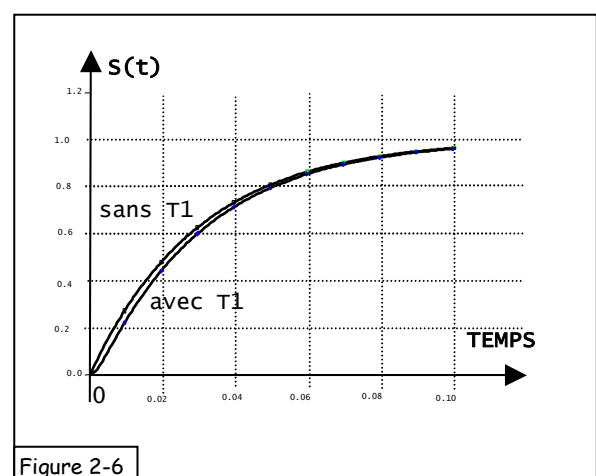


Figure 2-6

4.2.2 Critères algébriques de stabilité

Ils permettent de distinguer la limite de stabilité du système (à partir de l'analyse de sa FTBF), mais ne donnent aucun renseignement sur la robustesse de cette stabilité (contrairement aux études effectuées sur la FTBO).

4.2.2.1 Cas des systèmes du premier ordre

$$H(p) = \frac{N(p)}{a_1 p + a_0} \Rightarrow p = -\frac{a_0}{a_1}$$

$$p < 0 \Leftrightarrow \frac{a_0}{a_1} > 0 \quad (\text{en général } a_0 > 0 \text{ et } a_1 > 0)$$

4.2.2.2 Cas des systèmes du deuxième ordre

$$H(p) = \frac{N(p)}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \quad \boxed{p_i < 0 \Leftrightarrow a_2, a_1 \text{ et } a_0 > 0}$$

4.2.2.3 Cas des systèmes d'ordre supérieur à 2

Le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0.$$

Il est appelé « Polynôme caractéristique » associé à la FTBF.

a/ Si certains a_i sont négatifs ou nuls, alors $D(p)$ a des racines à partie réelle positive : le système est instable.

b/ Si tous les a_i sont positifs, on ne peut pas affirmer que les p_i sont à partie réelle négative. Pour conclure il faut utiliser le critère de ROUTH :

Critère de ROUTH

On écrit les deux premières lignes (P^n et P^{n-1}) du tableau suivant à partir des coefficients a_i . Les termes des lignes (P^{n-2} , ..., P^0) sont calculés à partir des relations suivantes :

- $L_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}} ; \quad L_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}} ;$
 $L_3 = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}} ; \dots$
- $K_1 = \frac{L_1 a_{n-3} - a_{n-1} L_2}{L_1} ; \quad K_2 = \frac{L_1 a_{n-5} - a_{n-1} L_3}{L_1} ;$
 $K_3 = \frac{L_1 a_{n-7} - a_{n-1} L_4}{L_1} ; \dots$
- ...
- $A_1 = \frac{B_1 C_2 - C_1 B_2}{B_1} ; \dots$

P^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
P^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}
P^{n-2}	L_1	L_2	L_3	...
P^{n-3}	K_1	K_2	K_3	...
...
P^2	C_1	C_2	C_3	...
P^1	B_1	B_2	B_3	...
P^0	A_1	A_2	A_3	...

a_{n-1} est le pivot de calcul de la ligne L,
 L_1 est le pivot de calcul de la ligne K.

ROUTH a établi que la condition nécessaire et suffisante de stabilité est que tous les coefficients de la première colonne du tableau ($a_n, a_{n-1}, L_1, K_1, \dots, B_1, A_1$) soient tous positifs.

De plus, S'il y a p changements de signe dans cette colonne, l'équation caractéristique possède p racines à parties réelles positives.

Conclusions sur le critère de ROUTH : Le critère de ROUTH :

- nécessite la connaissance algébrique de la fonction de transfert en boucle fermée du système.
- permet de savoir rapidement si un système a, ou non, des pôles instables;
- permet de déterminer le gain d'un système pour qu'il soit stable (voir exercices);
- ne renseigne pas sur la marge de stabilité du système.

4.3 Méthodes d'étude de la stabilité à partir de la FTBO

On appelle "**lieu de transfert**" les représentations graphiques de la réponse fréquentielle de FTBO(j ω). Nous utiliserons les trois lieux de transfert suivants : diagrammes de Bode, lieu de Black, lieu de Nyquist, pour des démarches essentiellement graphiques.

4.3.1 Lieux de transfert

	Diagrammes de Bode	Lieu de Black (pour info)	Lieu de Nyquist (pour info)
Principe de tracé	On représente séparément le rapport d'amplitude $A(\omega) = H(j\omega) $ en décibels et le déphasage $\Phi(\omega) = \text{Arg}(H(j\omega))$ de la FTBO : $H(j\omega)$, en fonction de la pulsation ω en échelle logarithmique : $\log(\omega)$.	C'est une représentation globale associant en abscisse le déphasage $\Phi(\omega)$ en degrés, et en ordonnée le rapport d'amplitude $A(\omega)$ (en dB); Le lieu doit obligatoirement être gradué en pulsations.	On représente le lieu du nombre complexe $H(j\omega) = \Re(\omega) + j \cdot \Im(\omega)$ dans le plan complexe. Le lieu doit obligatoirement être gradué en pulsations.
Intérêts	Si la fonction de transfert peut se mettre sous forme de produit de 2 transmittances, les diagrammes se tracent en effectuant la somme des lieux de Bode respectifs ; La multiplication par un facteur K se traduit simplement par la translation du diagramme des gains de $20\log K$, le diagramme des phases restant inchangé.	Il présente les mêmes avantages que les lieux de Bode : Translation verticale du lieu pour une variation du gain K . Le lieu de Black associé à l'abaque de Hall (ou Black-Nichols) permet d'obtenir , à partir du tracé de la FTBO, les propriétés de la FTBF ;	C'est une représentation utilisée par les chercheurs pour l'interprétation géométrique dans l'étude de stabilité (critère du revers).
Exemple dans le cas d'une F.T. du premier ordre	<p>Figure 3-1</p>	<p>Figure 3-2</p>	<p>Figure 3-3</p>

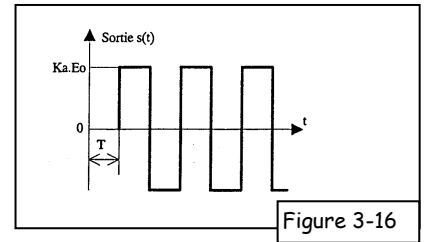
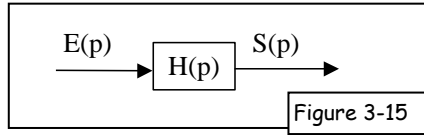
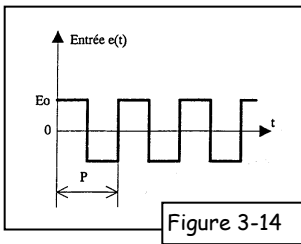
4.3.2 Condition de stabilité d'un système bouclé

Un système bouclé est stable si le gain de boucle ouverte est inférieur à 1 lorsque le déphasage atteint -180° .

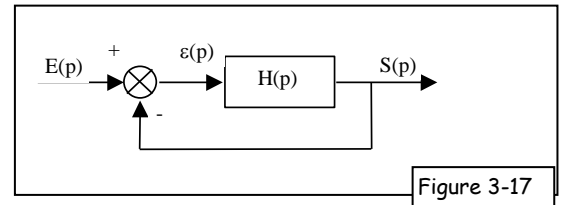
Justification :

Utilisons le cas simple d'un signal rectangulaire "e(t)", périodique d'amplitude E_0 et de période P (figure 3-14).

Considérons (figure 3-15) le système de FT en boucle ouverte H(p), de gain K_a , qui entraîne un retard T de 1/2 période : $T=P/2$. On obtient le signal "s(t)" retardé et amplifié, de la figure 3-16.

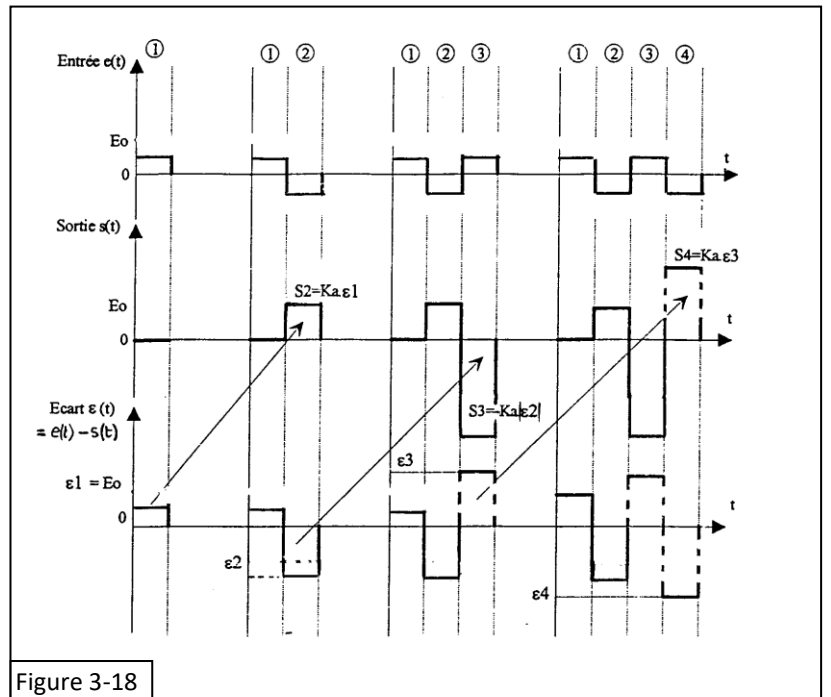


Bouclons ce système par un retour unitaire (figure 3-17) et soumettons le au même sigal rectangulaire. Le système de fonction H(p) est maintenant soumis à une entrée "ε(t)" qui est la différence entre deux signaux périodiques déphasés de 1/2 période :



La figure 3-18 montre l'évolution des différentes grandeurs, alternance par alternance.

Le tracé est effectué pour un gain K_a assez grand, et il montre le phénomène de "pompage" ou instabilité dans lequel la grandeur amplifiée "s(t)" provenant du retour s'ajoute au signal d'entrée "e(t)" qui lui-même est de nouveau amplifié ; le processus se reproduit de période en période et le signal de sortie diverge rapidement.



Traisons le problème mathématiquement :

Phase 1 : $\epsilon_1 = E_0$

Phase 2 : $\epsilon_2 = -E_0 - S_2 = -E_0 - K_a \cdot \epsilon_1 = -E_0 - K_a \cdot E_0 = -E_0(1 + K_a)$

Phase 3 : $\epsilon_3 = E_0 - S_3 = E_0 + K_a \cdot |\epsilon_2| = \dots = E_0(1 + K_a + K_a^2)$

Phase 4 : $\epsilon_4 = -E_0 - S_4 = -E_0 - K_a \cdot \epsilon_3 = \dots = -E_0(1 + K_a + K_a^2 + K_a^3) \dots$

On constate que l'écart tend en valeur absolue vers : $E_0(1 + K_a + K_a^2 + K_a^3 + \dots + K_a^n)$; c'est une suite qui converge ou diverge suivant les valeurs de K_a :

Si $|K_a| < 1$, la suite tend vers $\frac{1}{1-K_a}$; Si $|K_a| \geq 1$, la suite tend vers ∞ .

Ce résultat peut être généralisé à un signal sinusoïdal.

Ce point de fonctionnement où le déphasage atteint -180° pour un module de 1 (ou 0dB) ; (point -1 dans le plan complexe), est appelé "point critique".

4.3.3 Critères graphiques de stabilité

4.3.3.1 Critère de stabilité dans le lieu de Bode

Le point critique a pour module 1, et pour déphasage -180° .

Dans Bode le point critique est défini par $\varphi = -180^\circ$ et $A_{dB} = 20 \cdot \text{Log}(1) = 0$.

☞ Dans le tracé du diagramme de Bode de la FTBO, un système asservi est stable en boucle fermée si :

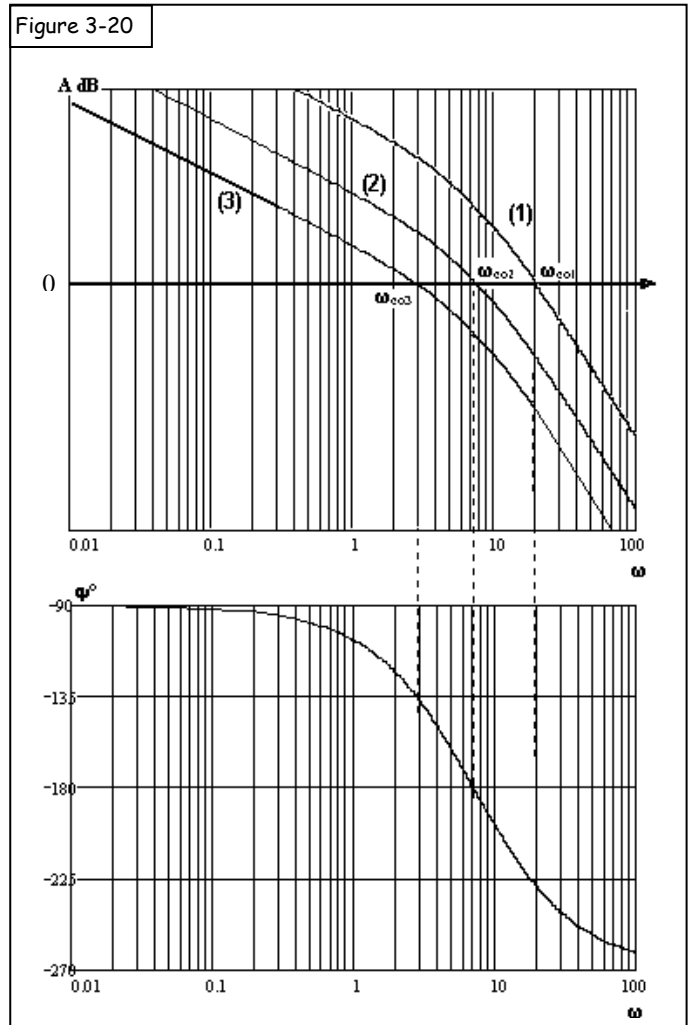
- à la pulsation $\omega_{\varphi 180}$ pour laquelle le déphasage de la réponse en fréquences en boucle ouverte $G(j\omega)$ est égal à -180° , on a $|G(j\omega_{\varphi 180})| < 0\text{dB}$;
- ou bien si :
- à la pulsation ω_{c0} pour laquelle $|G(j\omega_{c0})| = 0\text{dB}$, le déphasage de la réponse en fréquences en boucle ouverte $G(j\omega)$ est supérieur à -180° .

Sur la figure 3-20 : Indiquer si le système est stable ou non en boucle fermée :

a/ Courbe (1) :

b/ Courbe (2) :

c/ Courbe (3) :



4.3.3.2 Degré de stabilité (marges)

En pratique, il est nécessaire de faire fonctionner un système suffisamment loin de son point d'instabilité, ceci pour plusieurs raisons :

- Lors de la conception d'un système, on travaille souvent sur des modèles de fonctions de transfert qui sont imprécis (non prise en compte des phénomènes non-linéaires, retards ...)
- Lors de l'utilisation du système, les composants électroniques (résistances, amplificateurs, ...) ont des caractéristiques qui évoluent avec le temps (températures, vieillissement...)

Il est donc nécessaire de prévoir des « marges » vis à vis du problème d'instabilité.

4.3.3.3 Critère de la marge de phase

- graphiquement, la marge de phase (ou déphasage marginal) est la distance $\Delta\phi$ (en degré) mesurée à la pulsation correspondant à l'intersection de la courbe **de gain** avec la droite $A_{dB} = 0$ entre la courbe **de phase** et -180° .

- analytiquement on a : $\Delta\phi = 180^\circ + \text{Arg}(FTBO(j\omega))$

4.3.3.4 Critère de la marge de gain

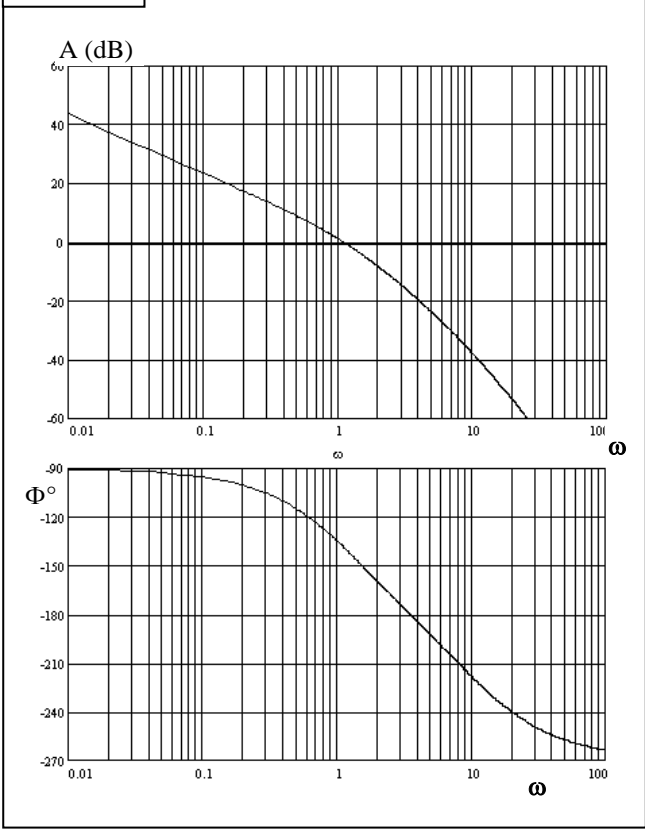
- graphiquement, la marge de gain (ou gain marginal) est la distance ΔG (en dB) mesurée à la pulsation correspondant à l'intersection de la courbe **de phase** avec la droite $\phi = -180^\circ$ entre la courbe **de gain** et 0dB.

- analytiquement on a : $\Delta G_{dB} = -20 \log \|FTBO(j\omega_{\phi 180})\|$

Un système stable possède des marges de stabilité positives.
 Les valeurs de **marge de phase égale à 45°** et de **marge de gain égale à 10dB** sont considérées comme satisfaisantes pour la plupart des systèmes asservis (elles seront néanmoins modulées selon la qualité des modèles utilisés).

4.3.3.5 Marges de stabilité dans Bode

Figure 3-24



Indiquer sur les figures 3-24 :

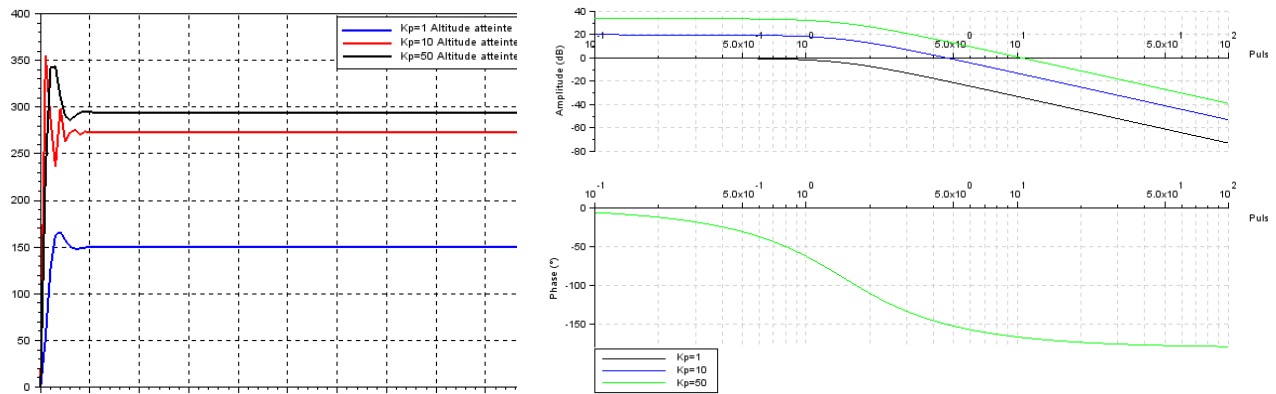
la marge de gain :

la marge de phase :

4.3.4 Compromis : stabilité - précision

4.3.4.1 Influence du gain sur la stabilité

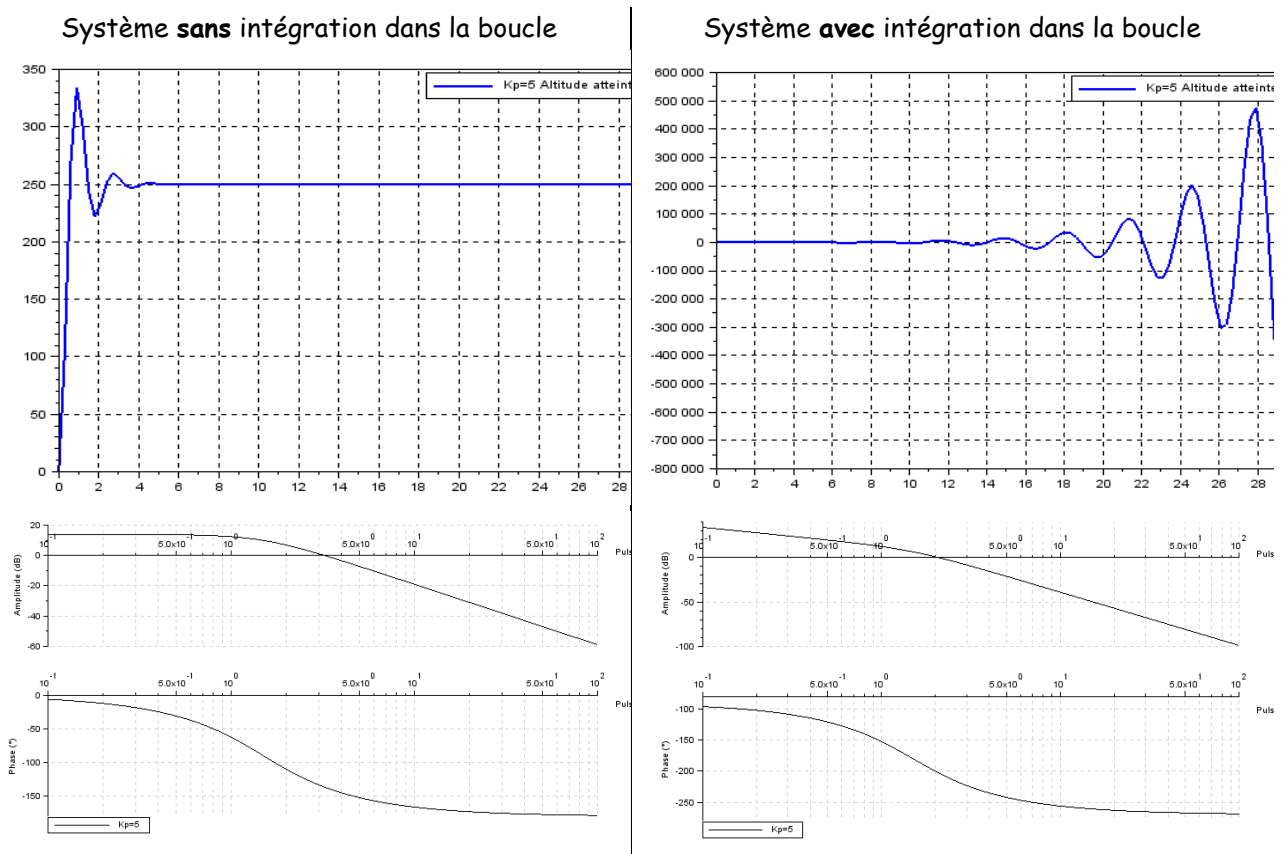
Nous avons vu dans le cours sur la précision, que l'augmentation du gain K_{bo} était bénéfique pour la précision du système. Sur les figures ci-dessous on fait croître le gain K_{bo} .



☞ Pour certains systèmes, on constate que l'augmentation du gain K_{bo} conduit à un risque d'instabilité. Le choix du gain sera un compromis entre la précision désirée et le risque d'instabilité que l'on accepte.

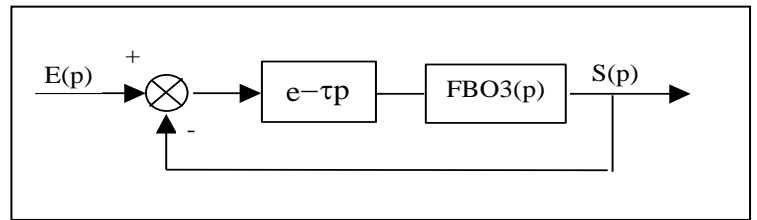
4.3.4.2 Influence de la présence d'intégrateur sur la stabilité

Nous avons vu dans le cours sur la précision, que la présence d'un intégrateur dans la FTBO améliore les qualités de précision du système ; Par contre, la présence de cet intégrateur dans la FTBO apporte un déphasage de -90° , ce qui rapproche le lieu de transfert du point critique, donc tend à déstabiliser le système



4.3.4.3 Influence de la présence d'un retard pur sur la stabilité

Le schéma-bloc du système comporte un retard pur de τ seconde, :



Ce retard conduit à rendre le système moins stable, la phase augmente et la courbe se rapproche du point critique .