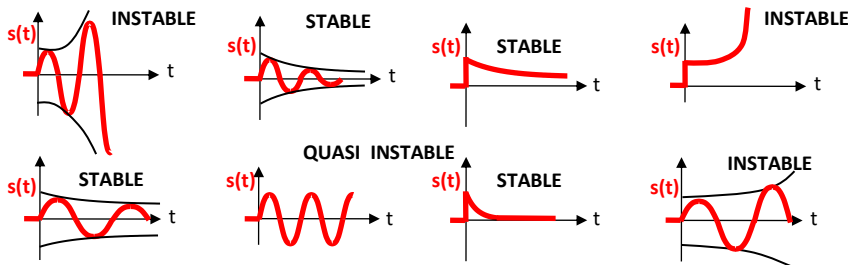


## CHAPITRE 1

## PERFORMANCES DES SLCI - STABILITE

## CORRECTION

## 1 EXERCICE 1 : REPONSES DE SYSTEMES A L'IMPULSION DE DIRAC



## 2 EXERCICE 2 : STABILITE A PARTIR DES POLES DE LA FTBF

Un système asservi est stable si sa FTBF possède :

- des pôles réels tous négatifs,
- des pôles complexes ayant leur partie réelle négative.

Système 1 :  $-1 ; -2 \rightarrow$  STABLE

Système 2 :  $-3, -2, 0 \rightarrow$  MARGINALEMENT STABLE

Système 3 :  $-2+j, -2-j, 2j, -2j \rightarrow$  MARGINALEMENT STABLE

Système 4 :  $-2+3j, -2-3j, -2 \rightarrow$  STABLE

Système 5 :  $-j, j, -1, 1 \rightarrow$  INSTABLE

Système 6 :  $-1, +1 \rightarrow$  INSTABLE

Système 7 :  $-1+j, -1-j \rightarrow$  STABLE

Système 8 :  $2, -1, -3 \rightarrow$  INSTABLE

Système 9 :  $-6, -4, 7 \rightarrow$  INSTABLE

**3 EXERCICE 3 : APPLICATION DU CRITERE DE ROUTH**

Q.1.  $H_1(p) = \frac{2}{p^4 + 3p^3 - 3p^2 + 6p + 1} \rightarrow D_1(p) = p^4 + 3p^3 - 3p^2 + 6p + 1 \rightarrow$  Il y a un  $a_i < 0 \rightarrow$  Système instable.

$H_2(p) = \frac{7}{p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 6p + 1} \rightarrow D_2(p) = p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 6p + 1 \rightarrow$  1<sup>er</sup> examen ok.

Construction du tableau de Routh :

$p^4$		1	3	1
$p^3$		3	6	0
$p^2$		$\frac{3 \times 3 - 6 \times 1}{3} = 1$	$\frac{1 \times 3 - 0 \times 1}{3} = 1$	$\frac{0 \times 3 - 0 \times 1}{3} = 0$
$p^1$		$\frac{6 \times 1 - 3 \times 1}{1} = 3$	$\frac{0 \times 1 - 3 \times 0}{1} = 0$	
$p^0$		$\frac{3 \times 1 - 0 \times 1}{3} = 1$		

$\rightarrow$  Tous les termes de la 1<sup>ère</sup> colonne  $> 0 \rightarrow$  Système stable.

Q.2. Calcul de la FTBF :

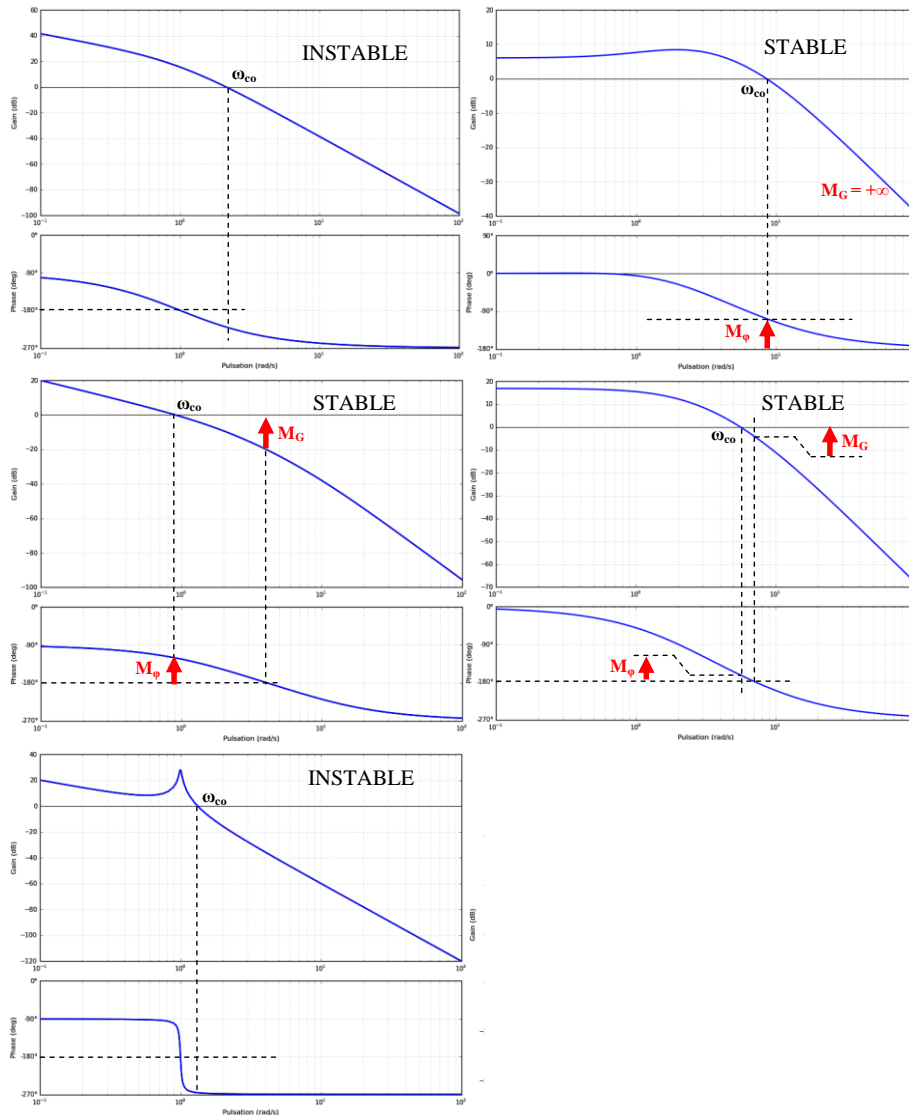
$$F(p) = \frac{\frac{K_i}{T_i} \cdot \frac{2}{1+2p+20p^2}}{1 + \frac{K_i}{T_i} \cdot \frac{2}{1+2p+20p^2}} = \frac{2 \cdot K_i}{T_i \cdot p \cdot (1+2p+20p^2) + 2 \cdot K_i} = \frac{2 \cdot K_i}{2 \cdot K_i + T_i \cdot p + 2 \cdot T_i \cdot p^2 + 20 \cdot T_i \cdot p^3}$$

$$D(p) = 2 \cdot K_i + T_i \cdot p + 2 \cdot T_i \cdot p^2 + 20 \cdot T_i \cdot p^3$$

$p^3$		$20 \cdot T_i$	$T_i$
$p^2$		$2 \cdot T_i$	$2 \cdot K_i$
$p^1$		$\frac{-20 \cdot T_i \times 2 \cdot K_i + 2 \cdot T_i \times T_i}{2 \cdot T_i} = -20 \cdot K_i + T_i$	0
$p^0$		$\frac{(-20 \cdot K_i + T_i) \times 2 \cdot K_i - 2 \cdot T_i \times 0}{-20 \cdot K_i + T_i} = 2 \cdot K_i$	...

Stable si  $T_i > 0$ ,  $K_i > 0$  et  $20 \cdot K_i - T_i > 0 \rightarrow K_i < \frac{T_i}{20}$

**4 EXERCICE 4 : APPLICATION DU CRITERE DU REVERS**

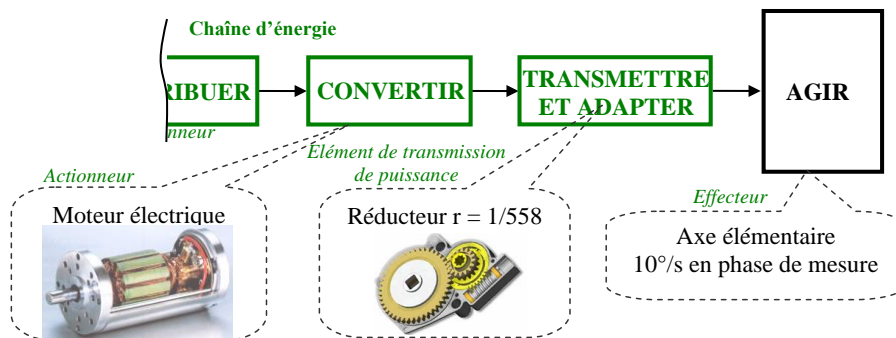


**5 EXERCICE 5 : ETUDE DU SYSTEME DE POSITIONNEMENT D'UN APPAREIL D'IMAGERIE MEDICALE**

Q.1. 3 mouvements de rotation ayant pour paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ .

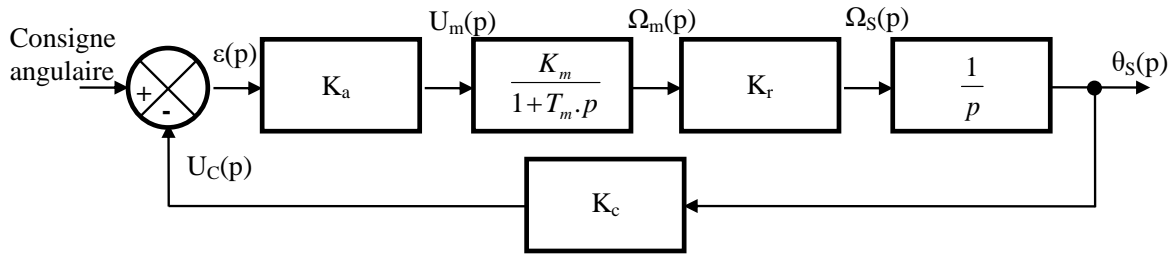
Q.2. Vitesse de rotation de l'effecteur :  $10^\circ/s \rightarrow 600^\circ/min$ .

Soit une vitesse de rotation en tour/min du moteur de  $N = \frac{600 \times 558}{360} = 930 \text{ tour/min}$ .



Q.3.  $\omega_s(t) = \frac{\omega_m(t)}{558} \rightarrow K_r = \frac{\omega_s(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{558}$

Q.4. Schéma bloc du système :



Fonction de transfert en chaîne directe :  $FTCD(p) = \frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}$

Fonction de transfert en boucle ouverte :  $FTBO(p) = \frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}$

Fonction de transfert en boucle fermée :  $FTBF(p) = \frac{1}{K_c} \cdot \frac{\frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}}{1 + \frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}}$

Q.5.  $FTBF(p) = \frac{1}{K_c} \cdot \frac{\frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}}{1 + \frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}{p \cdot (1 + T_m \cdot p)}}$

$FTBF(p) = \frac{\frac{1}{K_c}}{1 + \frac{1}{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c} \cdot p + \frac{T_m}{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c} \cdot p^2} = \frac{K}{(1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2)}$

Avec :

$K = \frac{1}{K_c}$

$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{T_m}{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c}{T_m}}$

$\frac{2 \cdot z}{\omega_0} = \frac{1}{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{K_a \cdot K_m \cdot K_r \cdot K_c \cdot T_m}}$

Q.6. Réponse indicielle d'un système du 1<sup>er</sup> ordre à une entrée en échelon de tension.

$u_m(t) = U_0 \cdot u(t) = 10 \cdot u(t) \rightarrow \omega_m(t) = K_m \cdot U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}}\right) \cdot u(t) \rightarrow \text{voir cours réponse indicielle 1<sup>er</sup> ordre}$

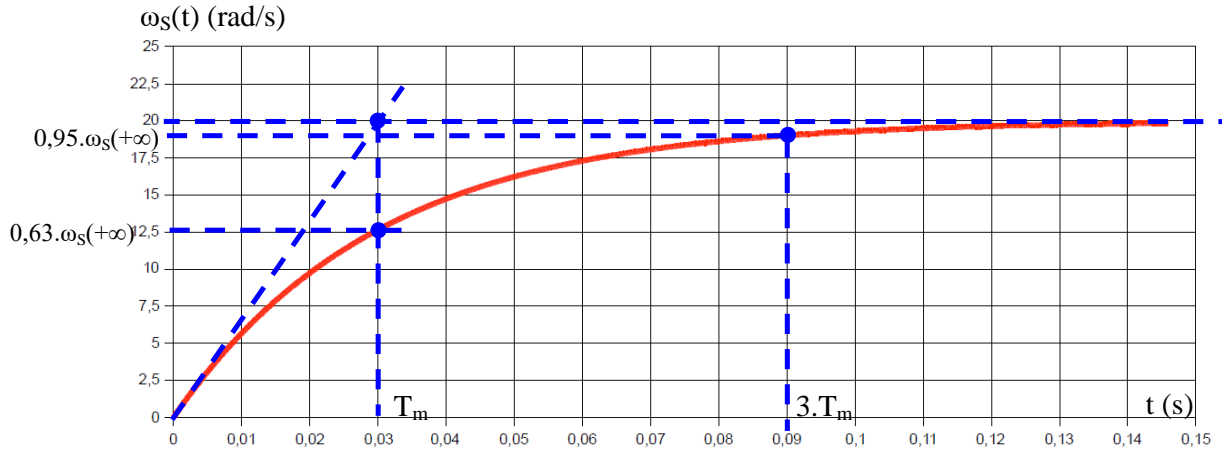
Q.7. Valeur asymptotique :  $\omega_s(+\infty) = 20 \text{ rad/s} \rightarrow K_m \cdot K_r = 2 \rightarrow K_m = 2/K_r = 1116 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$

Temps de réponse à 5% :  $t_{5\%} = 3 \cdot T_m$

Temps de réponse à 0,63.s(+∞) :  $t = T_m$

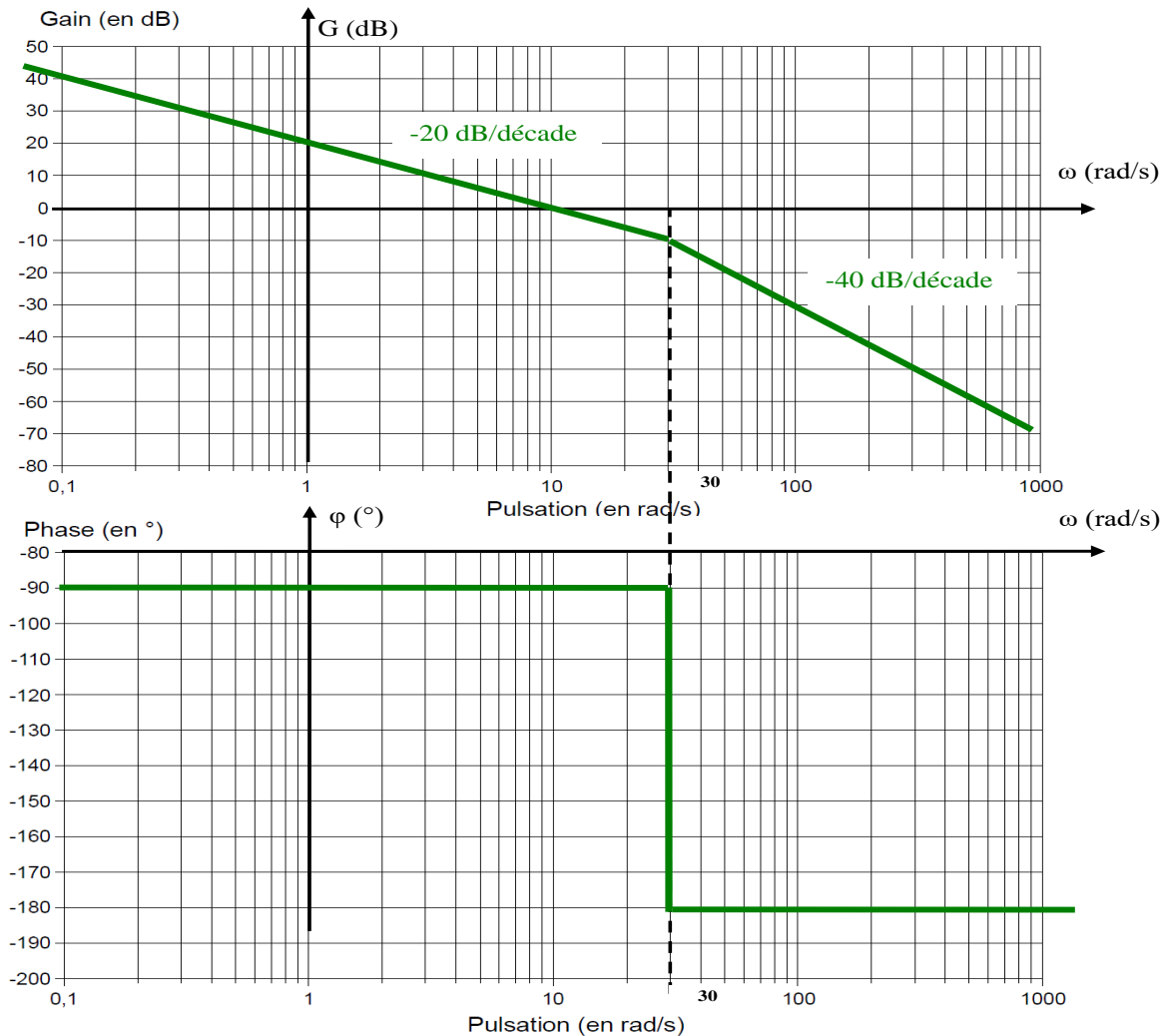
Pente à l'origine =  $\frac{K}{\tau}$

→ Graphiquement on lit :  $T_m = 0,03s$



Q.8.  $FTBO(p) = \frac{10}{p \cdot \left(1 + \frac{1}{30} \cdot p\right)} = \frac{10}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{30} \cdot p}$  → Soit 1 intégrateur de constante  $K = 10$  + un 1<sup>er</sup> ordre de

constante de temps  $T = \frac{1}{30}$  s ( $\omega = 30$  rad/s).



**Q.9.** Rappels de cours : Le module de FTBO(jω) est le produit des modules de chaque fonction de transfert élémentaire et l'argument, la somme des arguments de chaque fonction de transfert élémentaire :

Intégrateur :

$$H(p) = \frac{K}{p} \rightarrow \text{soit : } H(j\omega) = \frac{K}{j\omega}$$

Gain en dB :

$$G_{dB} = 20 \cdot \log \frac{K}{\omega} = 20 \cdot \log(K) - 20 \cdot \log(\omega)$$

Phase en degrés :  $\varphi(\omega) = -90^\circ$

1<sup>er</sup> ordre :

$$H(p) = \frac{1}{1+T.p} \rightarrow \text{soit : } H(j\omega) = \frac{1}{1+T.j\omega}$$

Gain en dB :

$$G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log 1 - 20 \log \sqrt{1+T^2.\omega^2}$$

Phase :

$$\varphi = \arg(H(j\omega)) = -\arg(1+T.j\omega) = -\arctan(T.\omega)$$

Soit :

$$G_{dB} = 20 \cdot \log |FTBO(j\omega)| = 20 \cdot \log \left| \frac{K}{j\omega} \right| + 20 \cdot \log |H(j\omega)|$$

$$\varphi^\circ = \arg(FTBO(j\omega)) = \arg\left(\frac{K}{j\omega}\right) + \arg\left(\frac{1}{1+T.j\omega}\right) = -90^\circ - \arg(1+T.j\omega)$$

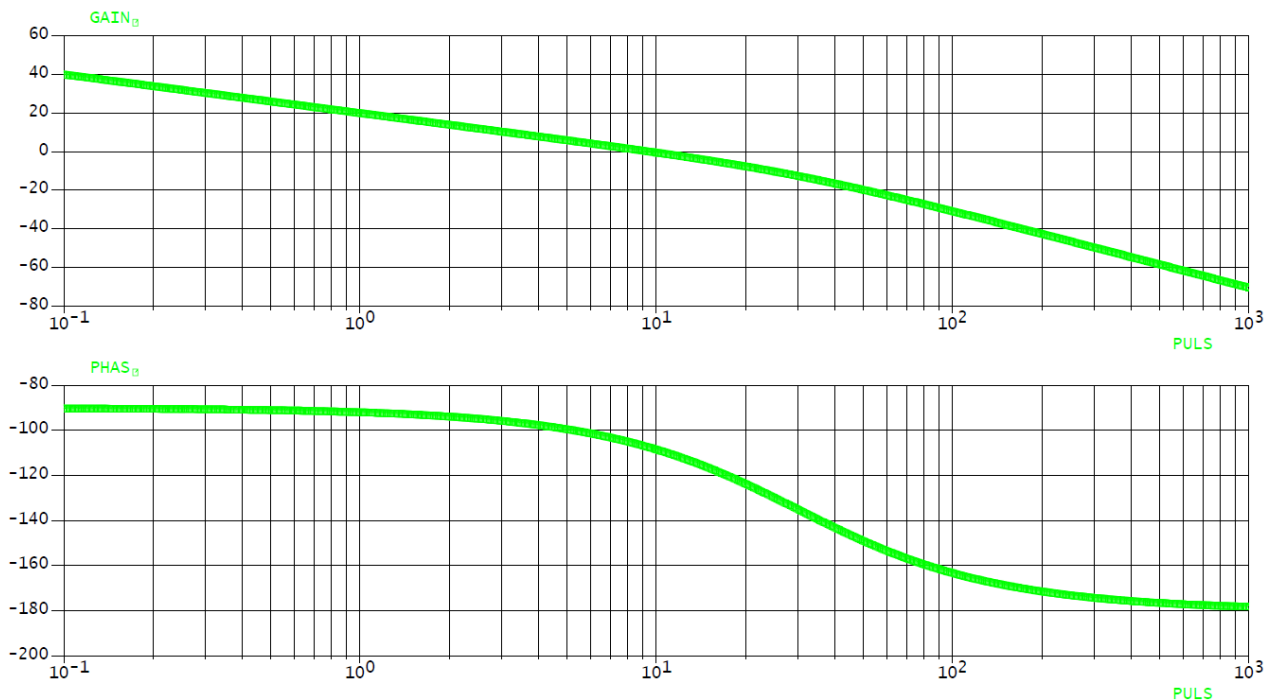
Pour  $\omega = 30$  rad/s on a alors :

$$G_{dB} = 20 \cdot \log FTBO(30.j) = 20 \cdot \log(10) - 20 \cdot \log(30) + 20 \log 1 - 20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{1}{30}\right)^2 \cdot 30^2} = 20 - 29,5 + 0 - 3 \quad \boxed{G_{dB} = -12,5 \text{ dB}}$$

$$\varphi^\circ = \arg(FTBO(30.j)) = -90^\circ + \arg\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{30} \cdot 30.j}\right) = -90^\circ - \arg(1+j) = -90^\circ - \arctan(1) = -90^\circ - 45^\circ$$

$$\boxed{\varphi^\circ = -135^\circ}$$

Courbes réelles sous Did'Acsyde :



**Q.10.**  $\omega_{coupure} = 9,5$  rad/s on a alors :

$$\varphi^\circ = \arg(FTBO(9,5,j)) = -90^\circ + \arg\left(\frac{1}{1 + \frac{1}{30} \cdot 9,5j}\right) = -90^\circ - \arg(1 + 0,31j) - 90^\circ - \arctan(0,31)$$

$$\varphi^\circ = -90^\circ - 17^\circ = -107^\circ$$

→  $M\phi = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ > 45^\circ \rightarrow$  C.d.C.F. ok.

## 6 EXERCICE 6 : PLATE-FORME D'EXPLORATION TOUT TERRAIN : ROBUROC

Q.1. La condition de RSG permet d'obtenir  $V(t) = R.k.\Omega_{Mot}(t) \rightarrow K_R = R.k$  en m/rad.

A.N :  $K_R = 225 \cdot 10^{-3} / 25 = 0,009 \rightarrow K_R = 0,009 \text{ m/rad}$

$K_G \rightarrow V_c(t)$  en m/s et  $\Omega_{CMot}(t)$  en rad/s  $\rightarrow K_G$  en  $\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$  et  $K_G = \frac{1}{K_R}$

A.N :  $K_G = 111 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$

$K_{Capt} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ V/(rad/s)}$  (connu)

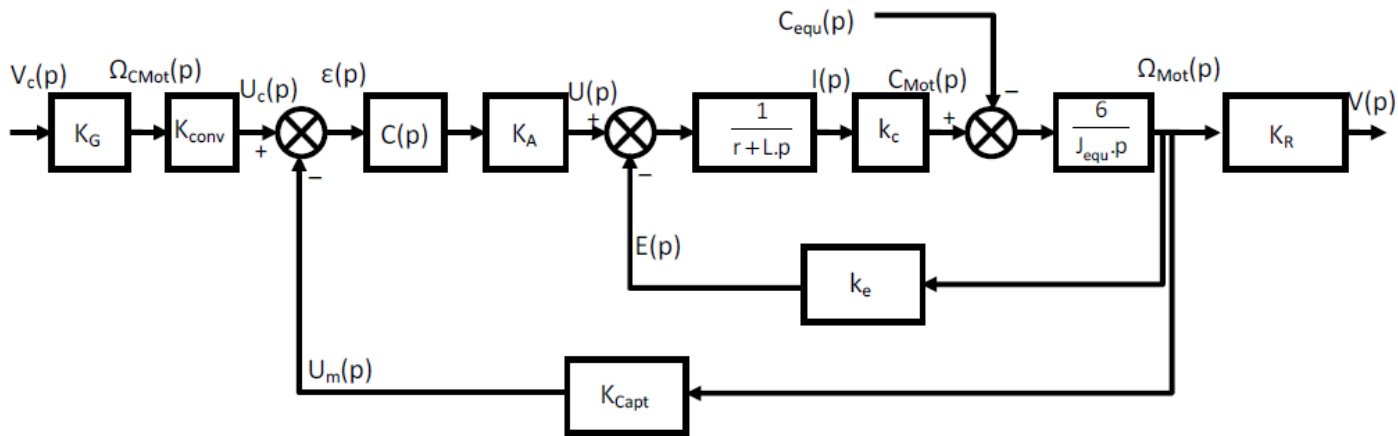
$K_{conv} \rightarrow \Omega_{CMot}(t)$  en rad/s et  $U_c(t)$  en V  $\rightarrow K_{conv}$  en  $\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$

On a  $\varepsilon(p) = U_c(p) - U_m(p) = V_c(p) \cdot K_G \cdot K_{conv} - \Omega_{Mot}(p) \cdot K_{Capt} = V_c(p) \cdot K_G \cdot K_{conv} - \frac{V(p)}{K_R} \cdot K_{Capt}$

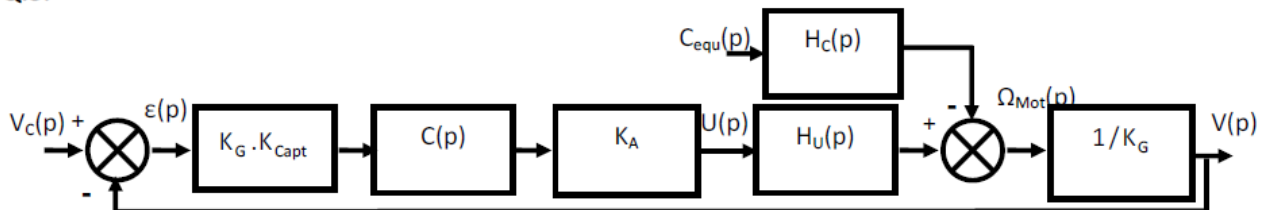
Si  $V_c(p) = V_c(p) \rightarrow \varepsilon(p) = 0 \rightarrow V_c(p) \cdot K_G \cdot K_{conv} - \frac{V(p)}{K_R} \cdot K_{Capt} = 0 \rightarrow K_{conv} = \frac{1}{K_R \cdot K_G} \cdot K_{Capt}$

→  $K_{conv} = K_{Capt}$

Q.2.



Q.3.



Calcul de la FTBF en poursuite ( $C_{equ}(p) = 0$ ) :

$$F(p) = \frac{K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)}{1 + K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \text{ avec } C(p) = 1$$

$$F(p) = \frac{K_{Capt} \cdot K_A \cdot \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}}{1 + K_{Capt} \cdot K_A \cdot \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}} = \frac{K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U} = \frac{K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U}$$

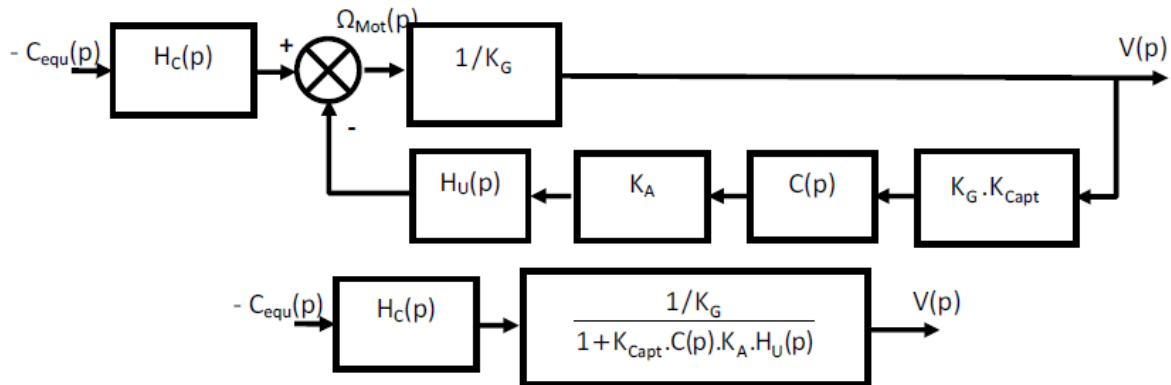
$$F(p) = \frac{K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U}{T_1 \cdot T_2 p^2 + (T_1 + T_2) \cdot p + 1 + K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U} = \frac{\frac{K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U}{1 + K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U}}{\frac{T_1 \cdot T_2}{1 + K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U} p^2 + \frac{(T_1 + T_2)}{1 + K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U} p + 1}$$

Soit une fonction de transfert d'un système du 2<sup>nd</sup> ordre → le système est donc stable par définition.

**Q.4.** Calcul de la FTBF du système multi variables :

La FTBF en poursuite a été calculée question 8 :  $F(p) = \frac{K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)}{1 + K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)}$  avec  $C(p) = 1$

Calcul de la FTBF en régulation :



D'où  $V(p) = \frac{K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)}{1 + K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \cdot V_c(p) - \frac{1/K_G \cdot H_c(p)}{1 + K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \cdot C_{equ}(p)$

L'écart  $\epsilon(p)$  vaut alors :  $\epsilon(p) = V_c(p) - V(p)$

$$\epsilon(p) = V_c(p) - \frac{K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)}{1 + K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \cdot V_c(p) + \frac{1/K_G \cdot H_c(p)}{1 + K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \cdot C_{equ}(p)$$

$$\epsilon(p) = \frac{1}{1 + K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \cdot V_c(p) + \frac{1/K_G \cdot H_c(p)}{1 + K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \cdot C_{equ}(p)$$

**Calcul de l'erreur en poursuite :**  $V_c(t) = V_{CO} \cdot u(t)$  et  $C_{equ}(p) = 0$

Par définition l'erreur statique est  $\epsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} (\epsilon(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot \epsilon(p))$

→  $\epsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \left( p \cdot \frac{1}{1 + K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \cdot V_c(p) \right)$  Avec  $V_c(p) = \frac{V_{CO}}{p}$  et  $H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$

$$\epsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \left( p \cdot \frac{\frac{V_{CO}}{p}}{1 + \frac{K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \left( \frac{V_{CO}}{1 + \frac{K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}} \right) = \frac{V_{CO}}{1 + K_{Capt} \cdot K_A \cdot K_U} \neq 0$$

**Calcul de l'erreur en régulation :**  $V_c(t) = 0$  et  $C_{equ}(p) = C_0 \cdot u(t)$



Par définition l'erreur statique est  $\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} (\varepsilon(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot \mathcal{E}(p))$

$$\rightarrow \varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \left( p \cdot \frac{1/K_G \cdot H_c(p)}{1 + K_{\text{Capt}} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \cdot C_{\text{equ}}(p) \right) \text{ Avec } C_{\text{equ}}(p) = \frac{C_0}{p} ; H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \text{ et}$$

$$H_c(p) = \frac{K_c \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \left( p \cdot \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1/K_G \cdot H_c(p)}{1 + K_{\text{Capt}} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \left( \frac{1/K_G \cdot \frac{K_c \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \cdot C_0}{1 + \frac{K_{\text{Capt}} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}} \right) = \frac{\frac{K_c}{K_G} \cdot C_0}{1 + K_{\text{Capt}} \cdot K_A \cdot K_U} \neq 0$$

Le cahier des charges n'est pas respecté car les erreurs en poursuite ( $\varepsilon_s = \frac{V_{CO}}{1 + K_{\text{Capt}} \cdot K_A \cdot K_U}$ ) et en régulation

( $\varepsilon_s = \frac{K_c \cdot C_0}{K_G \cdot (1 + K_{\text{Capt}} \cdot K_A \cdot K_U)}$ ) ne sont pas nulles.

**Etude des performances avec un correcteur de fonction de transfert :  $C(p) = K_i/p$**

**Q.5.**

En reprenant les résultats de la question précédente on obtient :

**Pour l'erreur en poursuite :  $V_c(t) = V_{CO} \cdot u(t)$  et  $C_{\text{equ}}(p) = 0$**

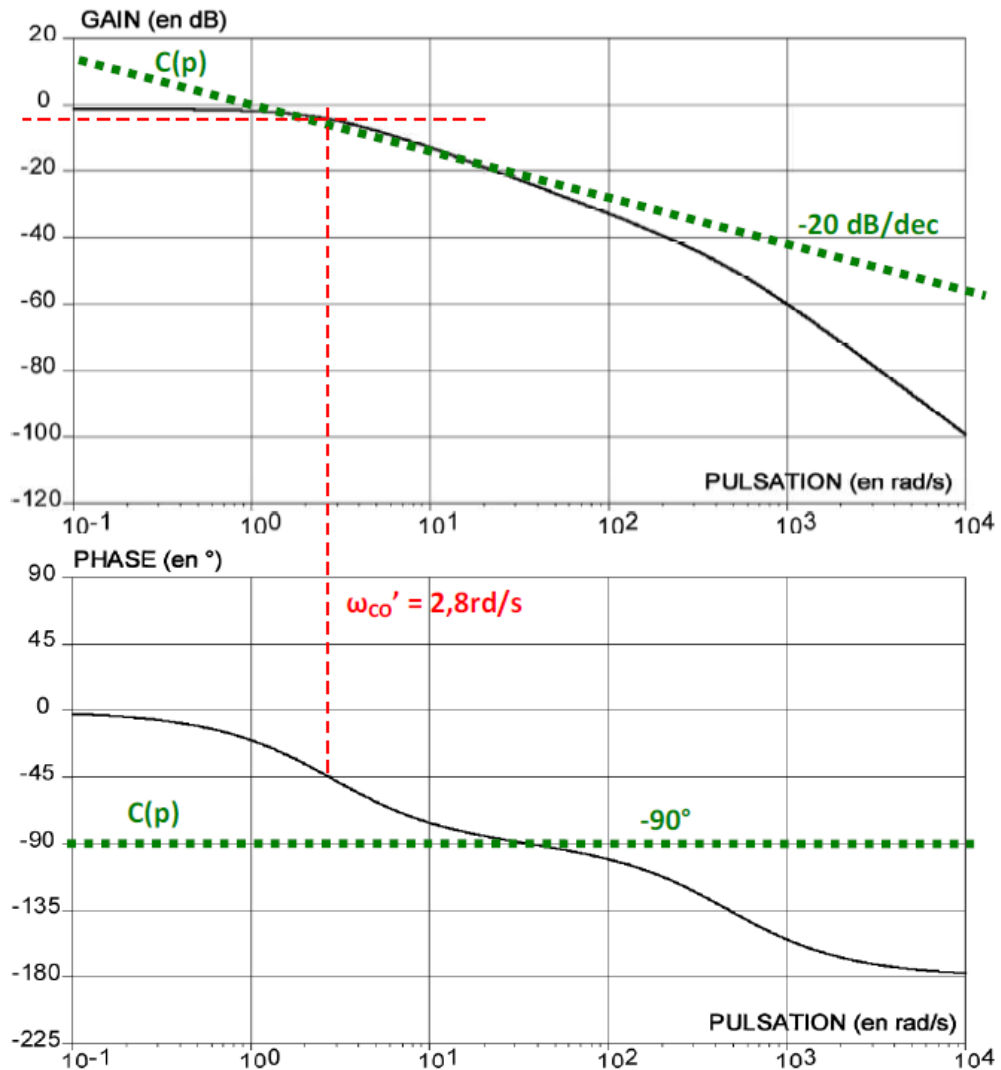
$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \left( p \cdot \frac{\frac{V_{CO}}{p}}{1 + \frac{K_{\text{Capt}} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \left( \frac{V_{CO}}{1 + \frac{1}{p} \cdot \frac{K_{\text{Capt}} \cdot K_A \cdot K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}} \right) = 0$$

**Calcul de l'erreur en régulation :  $V_c(t) = 0$  et  $C_{\text{equ}}(p) = C_0 \cdot u(t)$**

$$\varepsilon_s = \lim_{p \rightarrow 0} \left( p \cdot \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1/K_G \cdot H_c(p)}{1 + K_{\text{Capt}} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \left( \frac{1/K_G \cdot \frac{K_c \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \cdot C_0}{1 + \frac{1}{p} \cdot \frac{K_{\text{Capt}} \cdot K_A \cdot K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}} \right) = 0$$

Le cahier des charges est respecté car les erreurs en poursuite et en régulation sont désormais nulles (normal il y a un ajout d'un intégrateur en amont de la perturbation).

Q.6.



Q.7.

Graphiquement on a  $\omega_{co'} \approx 2,8 \text{ rad/s}$

Q.8.

Graphiquement on lit un gain à -5dB pour la FTBO non corrigée.

Pour  $C(p)$  avec  $K_I = 1$ , on a  $G_{dB} = 20 \cdot \log K_I - 20 \cdot \log 2,8 \approx -9 \text{ dB}$

Soit un gain de -14 dB pour la FTBO corrigée avec  $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$ .

Q.9.

Il faut un gain  $K_{I_{max}}$  tel que  $20 \cdot \log K_{I_{max}} = 14 \rightarrow K_{I_{max}} = 10^{\frac{14}{20}} \approx 5$

$K_{I_{max}} = 5$  a été déterminé afin d'obtenir une marge de phase de  $45^\circ$ . Il faut cependant vérifier la marge de gain que l'on obtient avec ce correcteur. On a  $FTBO(p) = K_{Capt} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)$

$$\arg(FTBO(j\omega_{\phi 180})) = \arg\left(\frac{K_{Capt} \cdot K_{I_{max}} \cdot K_A \cdot K_U}{j\omega_{\phi 180}}\right) + \arg\left(\frac{1}{1 + T_1 \cdot j\omega_{\phi 180}}\right) + \arg\left(\frac{1}{1 + T_2 \cdot j\omega_{\phi 180}}\right) = -180^\circ$$

$$\rightarrow \arg(FTBO(j\omega_{\phi 180})) = -90^\circ - \arctan(T_1 \cdot \omega_{\phi 180}) - \arctan(T_2 \cdot \omega_{\phi 180}) = -180^\circ \rightarrow \omega_{\phi 180} \approx 40 \text{ rad/s}$$

Calcul du gain pour  $\omega_{\phi 180}$  :

$20 \cdot \log |FTBO(j\omega_{\phi 180})| = \text{gain FTBO non corrigé avec } T_2 \gg T_1 + \text{gain correcteur}$

$$20.\log |FTBO(j\omega_{\phi 180})| = 20.\log |0,83| - 20.\log |\sqrt{1+0,36^2 \cdot 40^2}| + 20.\log |5| - 20.\log |40| = -1,6 - 23 + 14 - 32 = -42,6 \text{ dB}$$

Marge de gain = 42,6 dB >> marge de gain du cahier des charges.

**Q.10.**

$$H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \text{ avec } T_1 = 2,1 \text{ ms} \ll T_2 = 0,36 \text{ s} \rightarrow H_U(p) \approx \frac{K_U}{1 + T_2 p}$$

Calcul de la FTBF du système :

$$F(p) = \frac{K_{\text{Capt}} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)}{1 + K_{\text{Capt}} \cdot C(p) \cdot K_A \cdot H_U(p)} \text{ avec } C(p) = \frac{K_{15\%}}{p} \text{ et } H_U(p) \approx \frac{K_U}{1 + T_2 p}$$

$$F(p) = \frac{K_{\text{Capt}} \cdot \frac{K_{15\%}}{p} \cdot K_A \cdot \frac{K_U}{(T_2 p + 1)}}{1 + K_{\text{Capt}} \cdot \frac{K_{15\%}}{p} \cdot K_A \cdot \frac{K_U}{(T_2 p + 1)}} = \frac{K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U}{T_2 p^2 + p + K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U}$$

$$F(p) = \frac{1}{\frac{T_2}{K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U} p^2 + \frac{1}{K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U} p + 1}$$

Système du 2<sup>nd</sup> ordre avec :

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{T_2}{K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U}{T_2}}$$

$$\frac{2 \cdot z}{\omega_0} = \frac{1}{K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U} \rightarrow z = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{T_2 \cdot K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U}}$$

On cherche à minimiser le temps de réponse à 5% →  $z = 0,7$

$$4 \cdot z^2 = \frac{1}{T_2 \cdot K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U} \rightarrow K_{15\%} = \frac{1}{T_2 \cdot K_{\text{Capt}} \cdot 4 \cdot z^2 \cdot K_A \cdot K_U}$$

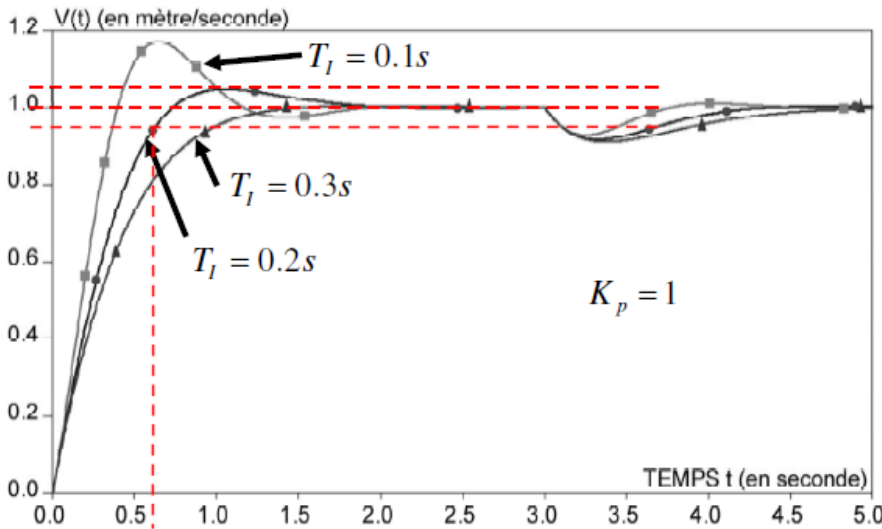
$$\text{A.N. : } K_{15\%} = \frac{1}{0,36 \times 0,005 \times 4 \times 0,7^2 \times 20 \times 8,3} = 1,7$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{\text{Capt}} \cdot K_{15\%} \cdot K_A \cdot K_U}{T_2}} = \sqrt{\frac{0,005 \times 1,7 \times 20 \times 8,3}{0,36}} = 1,97 \text{ rad/s}$$

$$T_{5\% \text{ mini}} \cdot \omega_0 = 3 \rightarrow T_{5\% \text{ mini}} = \frac{3}{\omega_0} = \frac{3}{1,97} = 1,52 \text{ s} > 0,5 \text{ s du cahier des charges.}$$

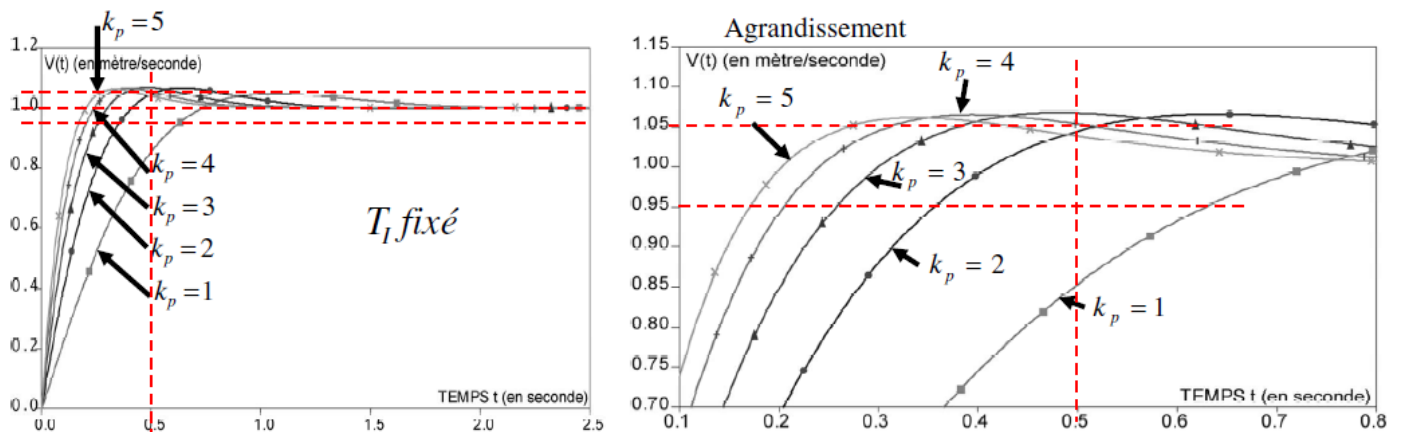
Etude des performances avec un correcteur proportionnel intégral :  $C(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$

Q.11.



Parmi les différentes valeurs de  $T_i$ ,  $T_i = 0,2$  s assure le temps de réponse à 5% le plus faible.

Q.12.



$k_p = 4$  assure un temps de réponse à 5% au plus près de la valeur fournie dans le cahier des charges

Q.13.

$C(p) = 4 \cdot \left( 1 + \frac{1}{0,2 \cdot p} \right)$  est le correcteur réglé dans les questions précédentes pour, en accord avec le cahier des charges :

- annuler les erreurs statiques en poursuite comme en régulation (effet intégrateur du correcteur)
- ajuster le temps de réponse à 5 pourcents à 0,5 secondes

De plus, on observe sur le diagramme de Bode du système corrigé que :

- le déphasage étant toujours supérieur à -180 degrés, la marge de gain est infinie ; elle est donc supérieure aux 6 dB attendus
- la pulsation de coupure à 0 dB est de 10 rad/s ; à cette valeur, le déphasage est de -105 degrés. La marge de phase est donc de 75 degrés, valeur supérieure aux 45 degrés exigés.

En conséquence, le correcteur  $C(p) = 4 \cdot \left( 1 + \frac{1}{0,2 \cdot p} \right)$  permet de concilier le système à toutes les contraintes du cahier des charges.

