

Questions de cours

Séries générales

Vous devez connaître l'énoncé et la démonstration des propriétés suivantes :

On définit le problème (*) par $\begin{cases} f' = f \\ f(0) = 1 \end{cases}$

- Si f vérifie le problème (*) alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \times f(-x) = 1$
- Si f vérifie le problème (*) et qu'on admet la propriété précédente, alors f ne s'annule pas sur \mathbb{R} .
- Si on admet l'existence d'une solution au problème (*), démontrer l'unicité de la solution.
- Relation fonctionnelle : $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$.

Séries techno/pro

Vous devez savoir démontrer les propriétés suivantes :

1. Si f vérifie le problème (*) alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \times f(-x) = 1$
2. Relation fonctionnelle : $\forall x, y \in \mathbb{R}$, $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$.

Exercices

Calcul

Calculer une dérivée Formules usuelles de dérivation, uv , $\frac{u}{v}$, $\frac{1}{u}$, \sqrt{u} , u^n . **Attention : seulement les fonctions polynômes, racine, exponentielle. Pas ln, ni trigo.**

Chapitre 5 : Éléments de géométrie plane

Équation de cercle (pour les techno : retrouver centre et rayon à partir de l'équation développée - Pour les généraux : intersection droite/cercle, ou cercle/cercle).

Chapitre 6 : Fonctions usuelles

Étude de fonction avec \exp , limites, croissances comparées, (in)équations avec exponentielle (sans \ln)

Programme prévisionnel

fonctions usuelles : \exp , \ln , trigo .

Chapitre 5 Éléments de géométrie plane

1 Équation de cercle

Équation par centre et rayon.

Chapitre 6 Fonctions usuelles

1 Fonction exponentielle

1.1 Définition

Définition par problème de Cauchy. premières propriétés démontrées : \exp ne s'annule pas, \exp est l'unique solution du problème $f' = f$ et $f(0) = 1$, \exp est positive et croissante sur \mathbb{R} .

1.2 Relation fonctionnelle

Notation e^x . Équations et inéquations.

1.3 Limites

Limites en $+\infty$ (démontrée). Croissance comparée $\exp/\text{polynôme}$.
Pour les généraux : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ et approximation affine.