

Questions de cours

Séries générales

Vous devez connaître l'énoncé et la démonstration des propriétés suivantes :

1. Si une suite converge alors elle est bornée.
2. Théorème de comparaison : si $u_n \leq v_n$ à partir d'un certain rang p , si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$.
3. Théorème des gendarmes.
4. Si (u_n) croissante non majorée, alors elle diverge vers $+\infty$.
5. Solutions de l'équation différentielle homogène (\mathcal{H}): $y' = ay$.

Séries techno/pro

Vous devez savoir :

1. Savoir écrire les définitions formelles de : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
2. Si une suite est croissante alors elle est bornée. Puis, donner un exemple de suite bornée non convergente.
3. Donner l'ensemble des solutions d'une équation différentielle homogène $y' = ay$ donnée.

Exercices

Chapitre 9 : Limites de suites

Tout le chapitre sur les suites : calcul de limites, théorèmes d'existence, détermination de la limite avec le théorème du point fixe pour les généraux, donner l'équation pour les Techno/Pros. Suites adjacentes.

Chapitre 10 : Équations différentielles et intégration

Résolution d'une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants : $y' = ay$ (homogène), avec second membre constant ou variable mais simple. Une aide pour la recherche d'une solution particulière est possible.

Calcul de primitives dans des cas simples avec les fonctions usuelles.

Programme prévisionnel

limites de suites, équations différentielles d'ordre 1 à coefficients constants, intégration.

Chapitre 9 Limites de suites

1 Définition des limites de suites

limite finie, infinie, négation des définitions. Quelques exemples de suites sans limite. Unicité de la limite d'une suite (démontrée). Recherche de seuil à partir duquel les termes seraient dans un intervalle donné.

2 Opérations sur les limites

Théorèmes de sommes de limites, produits de limites, inverses et quotients. Rappel des 4 formes indéterminées. Calculs de limites

3 Bornitude et comparaisons

Toute suite CV est bornée - Théorème des gendarmes - Théorèmes de comparaison de limites - Suites géométriques

4 Limites et monotonie

Théorèmes de convergence monotone - Toute suite monotone admet une limite - Théorème du point fixe - Suites adjacentes.

Chapitre 10 Équations différentielles et intégration

1 Équations différentielles du premier ordre à coefficient constant

Équations homogène $y' = ay$, avec second membre constant $y' = ay + b$, $a, b \in \mathbb{R}$.
Résolution par somme d'une solution de l'équation homogène plus une solution particulière.

Quelques exercices de recherches de solutions particulières quand le second membre est un polynôme, une fonction affine, une exponentielle ou une fonction trigonométrique.

2 Fonction primitive

Résolution d'une équation $y' = f$ avec f continue sur I . Existence d'une solution admise.
Tableau des primitives usuelles, reconnaissance de dérivées de fonctions "connues", ou de dérivées de fonctions composées.
Intégration par parties.