

Question de cours

Séries générales

Vous devez connaître l'énoncé et la démonstration (sauf mention contraire) des propriétés suivantes :

- Tout ce que vous savez sur les fonctions trigonométriques : sin, cos, tan. Avec justifications au moins orales.
- Démontrer que si (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est croissante, alors (u_n) est monotone (on ne traitera qu'un seul cas ($u_0 < u_1$ ou $u_0 > u_1$)).
- Exercice 7 du cours : Si (u_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = -u_n^2 + 2u_n \end{cases},$$
 démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n < u_{n+1} \leq 1$.

Séries techno/pro

Vous devez savoir :

- Donner, sans démonstration toutes les limites de la fonction exponentielle : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \exp$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$,
croissances comparées : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x$.
- exercices 3 (suite majorée), 5 (suite arithmético-géométrique croissante) et 7 (cf plus haut) du cours à savoir refaire.

Exercices

Chapitre 0 : Calcul Calculer des dérivées avec polynômes, racines, exponentielles, logarithmes, fonctions trigonométriques. Toutes formules dont compositions.

Chapitre 6 : Fonctions usuelles

Exponentielle, définition, propriétés, notation e^x , courbe, variations, dérivées, limites.
Logarithme népérien, déf, variations, (in)équations avec recherche de l'ensemble de définition, limites, dérivée $\ln \circ u$.

Fonctions trigonométriques : cos, sin et tan.

Chapitre 7 : Récurrence

Principe de récurrence et application aux suites (variations et bornitude + obtenir une formule)

Programme prévisionnel

Récurrence et complexes

Chapitre 6 Fonctions usuelles

1 Exponentielle

Définition - unique solution de l'équation fonctionnelle $f' = f$ et $f(0) = 1$. Nombre e approché par la suite $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ - Positivité, croissance et relation fonctionnelle $\exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$.
Notation $\exp(x) = e^x$. - Limites - approximation affine en 0 - Croissances comparées.

2 Logarithme népérien

Définition - réciproque de la fonction exponentielle, limites (en 0, en $+\infty$, croissance comparée, approximation affine en 1), dérivée, variations, relation fonctionnelle. Dérivée et dérivée de $\ln \circ u$.

3 Fonctions trigonométriques

cosinus : définition, fonction paire, 2π -périodique, $\cos' = -\sin$.
sinus : définition, fonction impaire, 2π -périodique, $\sin' = \cos$.
tangente : définition, fonction impaire, π -périodique, $\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2(x)$.
Dérivées de composées

Chapitre 7 Principe de récurrence

1 Principe de récurrence

Exposé du principe de récurrence, application aux calculs de sommes des carrés, des cubes, des nombres

2 Application aux suites

suite bornée / variations / propriété de la croissance de la fonction de récurrence qui implique la monotonie de la suite.