

## Questions de cours

### Séries générales

Vous devez connaître l'énoncé et la démonstration des propriétés suivantes :

- Théorème de comparaison de limite :  
Si  $u_n \leq v_n$  pour tout  $n \geq p$  et si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ .
- Si  $(u_n)$  est croissante et non majorée alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ .
- Les solutions de l'équation différentielle homogène  $y' = ay$  sont les fonctions  $x \mapsto ke^{ax}$ , avec  $k \in \mathbb{R}$ .
- Les solutions de l'équation différentielle  $y' = ay + b$  sont les fonctions  $x \mapsto ke^{ax} - \frac{b}{a}$ , avec  $k \in \mathbb{R}$ .

### Séries techno/pro

Vous devez savoir démontrer les propriétés suivantes :

1. Calculs de limites de suites, levées d'indéterminations  $(\frac{0}{0}, \infty - \infty, \frac{\infty}{\infty}$  et  $0 \times \infty)$ .
2. En admettant l'inégalité de Bernoulli, démontrer que si  $q > 1$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ .
3. Résoudre une équation différentielle d'ordre 1 à second membre constant :  $y' = ay + b$ , avec  $a$  et  $b$  réels donnés.

## Exercices

### Chapitre 9 : Limites de suites

**Tout le chapitre** : calcul de limites, dont suites géométriques, existence avec utilisation des théorèmes de CV monotone, théorème du point fixe, théorème des suites adjacentes.

### Chapitre 10 : Équations différentielles et intégration

#### **Équations différentielles**

$y' = ay$ ,  $a \in \mathbb{R}$  fixé, et  $y' = ay + b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  fixés. Cas avec second membre non constant proposé guidé (formulation type bac G).

## Programme prévisionnel

Équations différentielles et intégration.

## Chapitre 9 Limites de suites

### 1 Limite d'une suite

Limite finie, infinie, unicité de la limite, quelques exemples de suites sans limite.

### 2 Opérations sur les limites

Révision des théorèmes d'opérations sur les limites, rappels des situations d'indéterminations.

### 3 Limites et comparaisons

Toute suite convergente est bornée (réciproque fausse) - conservation des inégalités par passage à la limite (inégalités strictes deviennent larges) théorème des gendarmes, théorèmes de comparaison, suites géométriques.

### 4 Limites et monotonie

Si  $(u_n)$  est croissante et non majorée alors elle tend vers  $+\infty$ . Théorème de convergence monotone (admis), théorème du point fixe, si  $(u_n)$  croissante et convergente alors elle est majorée par sa limite. Théorème des suites adjacentes.

## Chapitre 10 Équations différentielles et intégration

### 1 Équations différentielles d'ordre 1 à coefficients constants

Cas homogène :  $y' = ay$

Avec second membre constant :  $y' = ay + b$ .