

Questions de cours

Séries générales

Vous devez connaître l'énoncé et la démonstration des propriétés suivantes :

- Les solutions de l'équation différentielle homogène $y' = ay$ sont les fonctions $x \mapsto ke^{ax}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
- Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sont les fonctions $x \mapsto ke^{ax} - \frac{b}{a}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
- Soit f une fonction continue, positive et strictement croissante sur $[a; b]$. Démontrer que $F: x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est une primitive de f .

Séries techno/pro

Vous devez savoir démontrer les propriétés suivantes :

1. Résoudre une équation différentielle d'ordre 1 à second membre constant : $y' = ay + b$, avec a et b réels donnés.
2. Déterminer une primitive d'une fonction donnée en utilisant le tableau des primitives (pas de composées).
3. Calculer une intégrale en utilisant le théorème d'intégration par parties.

Exercices

Chapitre 10 : Équations différentielles et intégration

Équations différentielles

$y' = ay$, $a \in \mathbb{R}$ fixé, et $y' = ay + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ fixés. Cas avec second membre non constant proposé guidé (formulation type bac G).

Intégration

Intégrale d'une fonction continue sur un segment. Détermination de primitive par le tableau des primitives usuelles.

Propriétés des intégrales : Chasles, linéarité, croissance (positivité) de l'intégrale.

Théorème d'intégration par parties.

Suites définies par des intégrales.

Programme prévisionnel

Géométrie dans l'espace

Chapitre 10 Équations différentielles et intégration

1 Équations différentielles d'ordre 1 à coefficients constants

Cas homogène : $y' = ay$

Avec second membre constant : $y' = ay + b$.

Exemples de seconds membres non constants. Recherches de solutions particulières "du même type" que le second membre, cas pathologique rencontrés.

2 Intégrale d'une fonction continue positive sur un segment

Définition par l'aire sous la courbe, exemples (affine et constante), utilisation de la calculatrice pour obtenir une valeur approchée.

3 Fonction primitive et lien avec le calcul intégral

$F: x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est dérivable sur $[a; b]$ et sa dérivée est f , démonstration dans le cas où f est positive, continue et croissante sur $[a; b]$. Définition et existence d'une fonction primitive dans le cas d'une fonction continue de signe non constant. Deux primitives diffèrent d'une constante. TFI :

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a).$$

Propriétés des intégrales : positivité, croissance, linéarité, Chasles.

4 Calcul de primitives

Tableau des primitives usuelles.

Intégration par parties.

Applications aux suites définies par des intégrales.