

L'épreuve est composée de 4 parties indépendantes.

CALCULATRICES AUTORISEES

PARTIE 1 Filtrage électrique

Remarque : Le diagramme est à tracer sur la feuille de papier semi-logarithmique ci-jointe à l'énoncé.

On étudie le circuit linéaire composé de trois dipôles en série : une résistance R , une inductance de coefficient d'induction L , et d'un condensateur de capacité C .

1) Régime sinusoïdal

Ce circuit est soumis à une tension d'entrée sinusoïdale $e(t) = E_m \cos(\omega t)$. On note $s(t)$ la tension de sortie aux bornes du condensateur.

12. Prévoir la nature de ce filtre.

13. Établir la fonction de transfert de ce filtre sous la forme canonique: $H = \frac{H_0}{1 - x^2 + j 2 m x}$ avec

$x = \frac{\omega}{\omega_0}$. On déduira les expressions de H_0 , ω_0 et m . Quel est l'ordre de ce filtre.

14. Gain:

- Exprimer le module G de la fonction de transfert en fonction de ω_0 , ω et m .
- Montrer que G passe par un maximum si $m < m_{max}$. Déterminer la valeur de m_{max} .
- Déterminer ω_r , la pulsation correspondant alors à ce maximum, en fonction de ω_0 et m .

15. Gain dB : on rappelle que le gain dB est défini en dB par $G_{dB} = 20 \log G$.

- Établir les équations des asymptotes de G_{dB} aux basses fréquences et aux hautes fréquences. Préciser la valeur des pentes en dB par décade.
- Exprimer $G_{dB}(\omega = \omega_0)$. Application numérique: $m = 0,05$ et $m = 5$.
- Tracer le diagramme de Bode sur du papier semi-logarithmique en gain pour $m = 0,05$ et $m = 5$.

16. On définit les pulsations de coupures ω_c d'un filtre par la relation : $G < \frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$.

- Justifier que la bande passante est alors définie à $-3dB$.
- Pour quelle valeur de m , ω_0 correspond-il à une valeur de coupure?

2) Réponse à un échelon

18. Si $e(t)$ est une fonction quelconque du temps, quelle est l'équation différentielle entre les fonctions $s(t)$ et $e(t)$? (On la déduira de l'étude précédente). Pour quelle raison peut-on affirmer la convergence du régime transitoire ?

19. On applique ici un échelon de tension de hauteur E à l'entrée du circuit en $t=0$ (le condensateur étant déchargé et l'intensité étant nulle dans le circuit). Déterminer la tension de sortie pour $m=0,05$ et $m=5$. Représenter graphiquement.
et

3) Filtrage

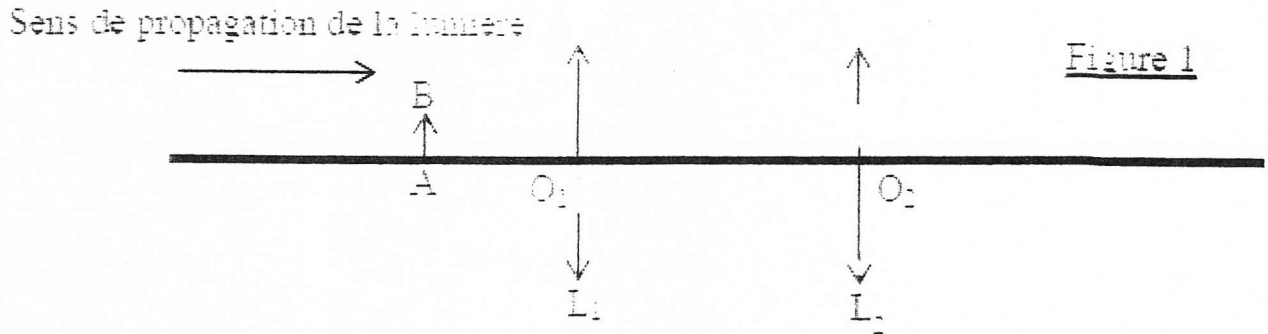
On envoie à l'entrée la tension $e(t) = E - 8 \frac{E}{\pi^2} (\exp j(\omega_0 t) + \frac{1}{9} \exp j(3\omega_0 t) + \frac{1}{25} \exp j(5\omega_0 t))$

Déterminer la tension de sortie pour $m=0,5$ en régime forcé et représenter $s(t)$.
Commenter.

PARTIE 2 Microscope optique

Le microscope est modélisé sur la figure 1, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale image $f_1' = 5 \text{ mm}$), et l'autre constituant l'oculaire (lentille L_2 de centre O_2 et de distance focale image $f_2' = 15 \text{ mm}$).

On fixe $\overline{O_1 O_2} = D_0 = 120 \text{ mm}$. On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.



On rappelle la relation de conjugaison d'une lentille et l'expression du grandissement γ :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

A.1.1. Les relations précédentes sont valables à condition que les rayons lumineux satisfont les conditions de Gauss. Donner ces deux conditions.

A.1.2. Si F'_1 est le foyer image de L_1 et F_2 le foyer objet de L_2 , on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f_1' , f_2' , D_0 , puis calculer sa valeur.

A.1.3. Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de L_1 , à sa gauche, de façon à ce que l'image $A'B'$ donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire, se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

A.1.3.1. Exprimer d en fonction de f_1' et Δ , puis calculer sa valeur.

A.1.3.2. Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f_1' et Δ , puis calculer sa valeur.

A.1.3.3. Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?

A.1.3.4. Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle α' sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.

A.1.4. Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$ où α est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance $D = 250$ mm.

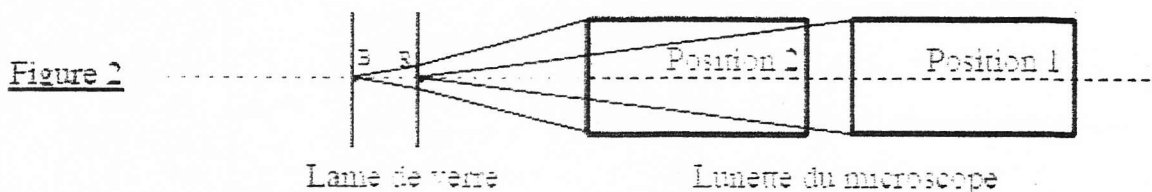
L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles.

Exprimer G en fonction de Δ , D , f_1' et f_2' , puis calculer sa valeur.

A.1.5. On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur e d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice $n = 1,5$.

On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et une petite pastille rouge (R) sur sa face droite.

On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif + oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge (Figure 2, Position 1). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance ε , de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue (Figure 2, Position 2) :



La valeur mesurée de ε en mm est 0,42. Expliquer le principe de la mesure

En tenant compte du phénomène de réfraction et en considérant les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique, exprimer e en fonction de n et ε , puis calculer sa valeur.

PARTIE 3 : Mouvement dans l'espace

Ce problème aborde quelques aspects du Programme Apollo, qui permit à l'Homme de faire son premier pas sur la Lune le 21 juillet 1969. La première partie étudie le départ de la Terre, la seconde l'arrivée sur la Lune.

I. De la Terre...

La fusée lancée de Cap Canaveral en Floride, se met tout d'abord en orbite circulaire basse autour de la Terre. Elle est ensuite placée sur une orbite elliptique de transfert pour rejoindre finalement une orbite circulaire autour de la Lune. La durée de la mission est typiquement d'une semaine.

A. Décollage

1) Choix du référentiel

1. Définir les référentiels terrestre et géocentrique, notés respectivement \mathcal{R}_T et \mathcal{R}_G .

Dans toute la suite de l'étude, \mathcal{R}_G sera considéré comme galiléen.

2) Influence de la base de lancement

La Terre, associée à une sphère de rayon $R_T = 6,38 \times 10^3 \text{ km}$ est animée d'un mouvement de rotation uniforme (*Figure 1*) autour de l'axe Sud-Nord Tz , à la vitesse angulaire $\Omega = 7,29 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

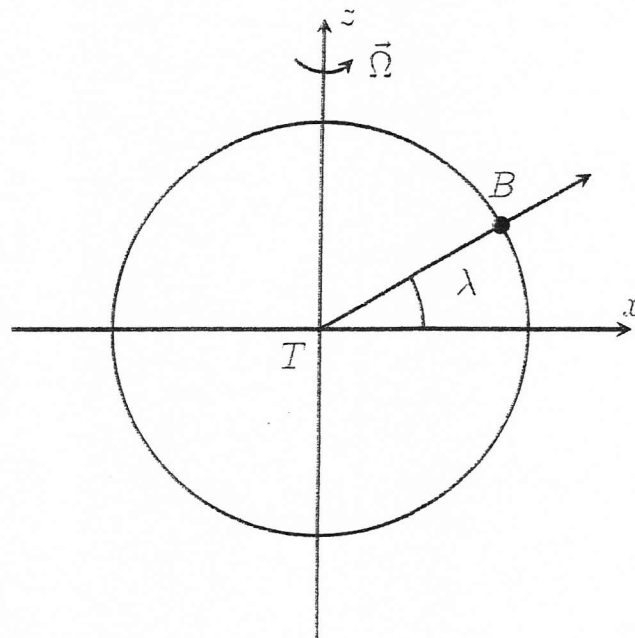


Figure 1: Latitude

2. Donner la nature de la trajectoire d'un point B à la surface de la Terre, situé à la latitude λ .
Donner l'expression du module v_B de sa vitesse.

3. Application numérique: calculer v_{BI} pour la base de lancement de Cap Canaveral aux États-

Unis ($\lambda_1 = 28,5^\circ$) et v_{B2} pour la base de Kourou en Guyane ($\lambda_2 = 5,2^\circ$). On donnera les résultats en ms^{-1} et en $km\ h^{-1}$.

Une fusée de masse m_F décolle du point B , sans vitesse initiale par rapport à la Terre, pour atteindre une orbite circulaire autour de la Terre avec la vitesse finale v_0 par rapport à \mathcal{R}_G .

4. Déterminer l'expression de la variation d'énergie cinétique ΔE_c de la fusée, en fonction de v_B , v_0 et m_F .

5. Calculer numériquement l'économie relative réalisée, définie par $\frac{\Delta E_{c1} - \Delta E_{c2}}{\Delta E_{c1}}$, en choisissant la base de Kourou plutôt que celle de Cap Canaveral, avec $v_0 = 8\ km \cdot s^{-1}$. Commenter.

6. Quel(s) autre(s) avantage(s) présente alors la base de Kourou?

3) Mouvement d'un satellite

Une fusée de masse m_F , assimilé à un point matériel, est satellisée, en orbite autour de la Terre, à la distance r de son centre.

7. Donner l'expression de l'énergie potentielle E_{p0} associée, en la choisissant nulle pour $r \rightarrow \infty$.

Montrer que la trajectoire est plane. Quelle est sa nature?

La trajectoire est maintenant considérée comme circulaire.

8. Démontrer l'expression de la vitesse v_0 de la fusée, ainsi que celle de son énergie cinétique E_{c0} , en fonction de G , m_F , m_T et r . En déduire la relation entre énergie cinétique et énergie potentielle pour une orbite circulaire.

9. Exprimer le rapport $\frac{T_0^2}{r^3}$, où T_0 représente la période de révolution du satellite, en fonction de G et m_T . Quel est le nom de cette loi?

Dans la suite, on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

10. Application numérique : calculer v_0 et T_0 (en heures et minutes) pour une orbite circulaire basse ($r = R_T$).

11. Donner enfin l'expression de l'énergie mécanique de la fusée sous la forme $E_{m0} = -\frac{K}{2r}$, en précisant la valeur de K .

Dans la suite, on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

II. ...À la Lune

A. Objectif Lune

1) Orbite de transfert

La fusée Saturn V est d'abord placée en orbite circulaire autour de la Terre, dans un plan contenant l'axe Terre-Lune. Les moteurs du troisième étage sont alors allumés pendant une durée très courte : la vitesse de la fusée passe quasi instantanément de la vitesse v_0 à la vitesse v_1 , de telle sorte que la nouvelle trajectoire soit elliptique de grand axe $2a \simeq d_{TL}$, où d_{TL} représente la distance Terre-Lune (voir la Figure 2).

On donne $d_{TL} = 3,8 \times 10^8 \text{ m}$.



Figure 2: Orbite de transfert

42. Exprimer l'énergie mécanique E_{ml} de la fusée lorsqu'elle suit cette nouvelle trajectoire.

43. En utilisant l'expression obtenue pour E_{ml} , déterminer l'expression de la vitesse v_1 en fonction de v_0 , $G m_T$, d_{TL} . Application numérique.

44. Où est placée la Terre par rapport à cette ellipse? À quel instant doit-on allumer les moteurs?

45. Évaluer numériquement (en secondes puis en jours) la durée t_1 du transfert Terre-Lune (parcours de la moitié de l'ellipse).

2) Orbite lunaire

À l'approche de la Lune, de rayon R_L et de masse m_L , l'attraction de la Lune devient de plus en plus importante et finit par devenir prépondérante et l'attraction de la Terre devient négligeable. Les paramètres du vol sont calculés pour qu'en cas de panne des moteurs, la fusée contourne la Lune pour revenir sur la Terre. (Ce fut le cas lors de la mission Apollo XIII).

46. Donner l'allure de la trajectoire envisagée par rapport à la lune en cas de panne des moteurs.

L'étude se fait désormais dans le référentiel lunocentrique, supposé galiléen. À l'approche de la Lune, les moteurs de la fusée sont rallumés, de façon à placer la fusée sur une orbite circulaire basse ($r \simeq R_L$) autour de la Lune.

47. Faut-il freiner ou accélérer? Justifier qualitativement.

48. Déterminer numériquement v_2 , vitesse associée à une orbite circulaire basse autour de la Lune, avec $G \times m_L = 4,9 \times 10^{12} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$. et $R_L = 1,74 \times 10^3 \text{ km}$.

PARTIE 4 :

On étudie dans ce problème le cycle thermodynamique d'une machine motrice ditherme qui fonctionne au contact de deux thermostats dont les températures sont respectivement notées T_{froid} pour le thermostat le plus froid (noté Σ_F) et T_{chaud} pour le thermostat le plus chaud (noté Σ_C). Le système que l'on considère au cours du cycle est une masse m d'air assimilable à un gaz parfait dont le rapport de capacités thermiques est noté γ .

On note W la quantité d'énergie échangée sous forme de travail avec le milieu extérieur par le système au cours d'un cycle. Q_{froid} et Q_{chaud} sont respectivement les quantités d'énergie échangées sous forme de chaleur par le système avec Σ_F et Σ_C au cours d'un cycle.

Données :

- Masse d'air décrivant le cycle : $m = 1 \text{ kg}$
- Rapport de capacités thermiques de l'air : $\gamma = 1,4$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,32 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Masse molaire de l'air : $M_{\text{air}} = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Température de la source froide (atmosphère) : $T_{\text{froid}} = 290 \text{ K}$
- Température de la source chaude : $T_{\text{chaud}} = 950 \text{ K}$
- Pression basse : $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$
- Pression haute : $P_1 = 10^6 \text{ Pa}$

Dans la suite: « exprimer en fonction des données » signifie: donner une réponse littérale en fonction de m , γ , R , M_{air} , T_{froid} , T_{chaud} , P_0 , P_1 .

I. Questions préliminaires

A. Généralités sur les moteurs

1. Quels sont les signes de W , Q_{froid} et Q_{chaud} dans la convention thermodynamique ? *A justifier*
2. Définir l'efficacité (appelée aussi: rendement thermodynamique) (notée η) du moteur.
3. On désigne l'entropie produite au cours d'un cycle par S_{cycle}^P . À partir de l'écriture du premier et deuxième principes de la thermodynamique sur le cycle, établir l'expression de l'efficacité et montrer que l'efficacité maximale du moteur est obtenue pour un fonctionnement réversible. Donner l'expression de cette efficacité maximale en fonction des températures des sources.

B. Gaz parfait

4. Rappeler la relation de Mayer pour un gaz parfait qui relie les capacités thermiques molaires C_V à volume constant et C_P à pression constante et la constante R . Retrouver

l'expression de C_V et celle de C_P en fonction de R et de γ .

5. Retrouver l'expression de la variation d'énergie interne massique (pour une masse unité) Δu entre deux états d'équilibre quelconques en fonction de R , M_{air} , γ et ΔT (la variation de température entre les deux états).
6. En déduire l'expression de la variation d'enthalpie massique Δh entre deux états d'équilibre quelconques en fonction des mêmes grandeurs.

II. Thermodynamique du moteur

La masse d'air m subit dans le moteur la succession de transformations suivante :

a) Une transformation d'un état d'équilibre noté A à un état d'équilibre noté B , qui fait passer la pression d'une valeur basse P_0 à une valeur haute P_1 . Les températures et les volumes dans l'état A et dans l'état B sont respectivement $T_A = T_{froid}$, V_A , $T_B = T_{froid}$ et V_B .

À ce stade rien n'est dit sur la nature ni la réalisation de cette transformation. On indique seulement qu'il n'y a pas, au cours de cette transformation, d'échange d'énergie thermique avec le thermostat Σ_C mais il peut y en avoir avec Σ_F . On sait aussi que le gaz dans l'état A et dans l'état B est en équilibre thermique avec le thermostat Σ_F . De plus, on note W_{AB} la quantité d'énergie échangée sous forme de travail par le système au cours de cette transformation inconnue $A \rightarrow B$.

b) Un échauffement monobare au contact du thermostat Σ_C de l'état d'équilibre B à l'état d'équilibre C . La température, le volume et la pression de l'état C sont respectivement $T_C = T_{chaud}$, V_C et $P_C = P_1$.

c) Une détente adiabatique réversible qui fait passer le gaz de l'état d'équilibre C à l'état d'équilibre D . La température, le volume et la pression de l'état D sont respectivement T_D , V_D et $P_D = P_0$.

d) De l'état d'équilibre D , un refroidissement monobare au contact du thermostat Σ_F ramène le système à l'état initial d'équilibre A .

A. Étude du cycle

1) Les états d'équilibres

7. Exprimer en fonction des données puis calculer numériquement les volumes V_A , V_B et V_C .

8. Exprimer en fonction des données: $\frac{T_D}{T_C}$ et $\frac{V_D}{V_C}$ puis calculer numériquement la température T_D et le volume V_D . On démontrera les relations utilisées.

9. Positionner qualitativement les points d'équilibre A , B , C et D dans un diagramme de Clapeyron (P, V) et tracer l'allure.

2) Calculs d'entropie

On étudie chaque transformation afin de déterminer l'entropie produite au cours de chaque transformation.

10. On étudie la transformation $B \rightarrow C$. Exprimer en fonction des données puis calculer numériquement Q_{BC} . Exprimer en fonction des données puis calculer le terme de transfert d'entropie S_{BC}^{tr} au cours de cette transformation. Idem pour le terme de production d'entropie S_{BC}^p .

11. On étudie la transformation $D \rightarrow A$. Exprimer en fonction de m , γ , R , M_{air} , T_{froid} , T_D puis calculer numériquement Q_{DA} . Exprimer, en fonction des mêmes grandeurs, puis calculer le terme de transfert d'entropie S_{DA}^{tr} au cours de cette transformation. Idem pour le terme de production d'entropie S_{DA}^p .

12. On étudie la transformation $C \rightarrow D$. Déterminer le terme de transfert d'entropie S_{CD}^{tr} et le terme de production d'entropie S_{CD}^p au cours de cette transformation.

13. On étudie la transformation inconnue $A \rightarrow B$. Écrire la relation entre W_{AB} et Q_{AB} . Exprimer (démontrer la relation utilisée) et calculer ΔS_{AB} ($= S_{AB}^{tr} + S_{AB}^p$) pour cette transformation. Exprimer le terme de production d'entropie S_{AB}^p au cours de cette transformation en faisant intervenir W_{AB} .

3) Détermination directe de la production d'entropie globale sur le cycle

Les questions qui suivent dans cette partie sont totalement indépendantes des calculs d'entropie de la partie précédente.

14. L'échange d'énergie sous forme de chaleur avec Σ_C ne s'effectue au cours du cycle que sur la transformation $B \rightarrow C$. Par contre l'échange d'énergie sous forme de chaleur avec Σ_F s'effectue au cours du cycle sur la transformation $D \rightarrow A$ et sur la transformation $A \rightarrow B$. Exprimer littéralement $Q_{froid} = Q_{DA} + Q_{AB}$ en fonction de T_{froid} , de T_{chaud} , de W_{AB} et des autres données du problème.

15. À partir de l'écriture du deuxième principe de la thermodynamique sur le cycle, en déduire alors une expression de l'entropie produite sur le cycle S_{cycle}^p en fonction de W_{AB} et des données du problème.

16. En déduire que la diminution de l'entropie produite sur ce cycle passe par la minimisation de W_{AB} .

B. Étude de la transformation AB

On étudie deux propositions pour la transformation AB.

1) Compression isotherme

On fait l'hypothèse que la transformation AB est une compression isotherme.

17. Exprimer en fonction des données puis calculer W_{AB} .

18. Calculer l'efficacité thermodynamique du moteur.

19. Quelle est la durée d'une transformation isotherme. Que vaudrait alors la puissance d'un moteur fonctionnant dans le cadre de cette hypothèse?

2) Compression simple

M

L'air pris dans l'état d'équilibre A subit une compression rapide jusqu'à la pression haute P_1 . La compression est adiabatique. On suppose les équilibres de pression suffisamment rapides pour que la compression puisse être considérée comme mécaniquement réversible. Le fluide sort du compresseur dans l'état d'équilibre E . Puis dans une deuxième étape, le fluide échange de l'énergie selon une transformation monobare avec Σ_F jusqu'à atteindre l'équilibre avec la source.

20. Représenter dans un même diagramme de Clapeyron les deux propositions (compression isotherme et compression simple).

21. Exprimer puis calculer la température T_E .

22. Exprimer puis calculer l'énergie échangée sous forme de travail par la masse de fluide au cours de la transformation $A \rightarrow E$.

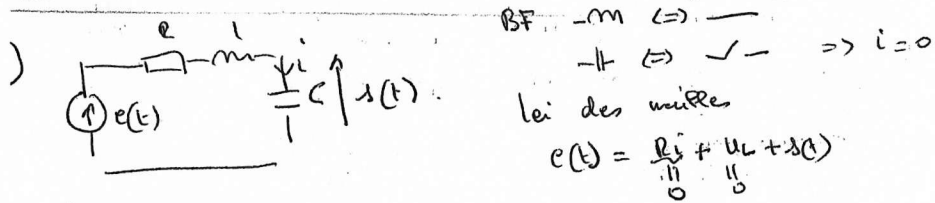
23. Exprimer puis calculer l'énergie échangée sous forme de travail par la masse de fluide au cours de la transformation $E \rightarrow B$.

24. Exprimer puis calculer W_{AB} .

25. Calculer l'efficacité thermodynamique du moteur. Commenter.

exercice Exercice blanc 27/05/2019.

Partie Filtrage électrique



F: $-H \Leftrightarrow - \Rightarrow \Delta(t) = 0$
 Probablement filtre passe-bas.

2) $\Delta(t) = S \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \underline{\Delta} = S e^{j\varphi}$ Diviser des sinus: $\underline{\Delta} = \frac{e}{R + j\omega C + \frac{1}{j\omega C}}$

$\underline{\Delta} = \frac{e}{1 + j\omega RC + \frac{1}{j\omega^2 LC}} \Rightarrow \underline{H} = \frac{\underline{\Delta}}{\underline{e}} = \frac{1}{1 + j\omega RC + \frac{1}{j\omega^2 LC}}$

à identifier à $\frac{H_0}{1 + 2j\omega x - \omega^2}$

d'ac $H_0 = 1$ et $RC = \frac{2m}{\omega_0} \rightarrow m = \frac{RC\omega_0}{2} = \frac{RC}{2} \times \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \boxed{m = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}}$

G passe par un max si $\frac{dG}{dx} = 0$ pour $x = x_1$

3) $G = \frac{H_0}{\sqrt{(1-x^2)^2 + 4m^2 x^2}}$
 or $G^2 = \frac{H_0^2}{D(x)}$ avec $D(x) = (1-x^2)^2 + 4m^2 x^2$ et $\frac{dG^2}{dx} = -H_0^2 \frac{dD}{D^2} = -2G \cdot \frac{dG}{dx}$

d'ac $\frac{dG}{dx} = 0$ si $\frac{dD}{dx} = 0$

$\frac{dD}{dx} = 2(-2x)(1-x^2) + 8m^2 x = -4x[1-x^2 - 2m^2] = 0 \Rightarrow x_1^2 = 1 - 2m^2$

x_1 est défini si $1 - 2m^2 > 0 \rightarrow m < \frac{1}{\sqrt{2}}$ d'ac $\boxed{m_{max} = \frac{1}{\sqrt{2}}}$ et $x_2 = \sqrt{1 - 2m^2}$

d'ac $\boxed{\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - 2m^2}}$

4) $G_{max} = \frac{H_0}{\sqrt{[1 - (1 - 2m^2)]^2 + 4m^2(1 - 2m^2)}} = \frac{H_0}{\sqrt{4m^4 - 8m^4 + 4m^4}} = \frac{H_0}{\sqrt{4m^4 - 4m^4 + 4m^4(1 - m^2)}} = \frac{H_0}{2m\sqrt{1 - m^2}}$

$G_{max} = \frac{H_0}{2m\sqrt{1 - m^2}} = G(\omega_1) \approx \frac{H_0}{2m}$ si $m \ll 1$

BF $H \rightarrow H_0 \rightarrow G_{dB} = 20 \log |H| \rightarrow 20 \log H_0 = Y_{BF}$ ← pente 0 dB/déc

HF $H \rightarrow \frac{H_0}{j\omega^2} \rightarrow G_{dB} = 20 \log |H| \rightarrow 20 \log H_0 - 40 \log \omega = Y_{HF}$
 ← pente -40 dB/décade

Pert d'interclive

$Y_{BF} = Y_{HF} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ 20 \log H_0 \end{cases}$

$G_{dB}(\omega_0) = G_{dB}(m=1) = 20 \log \frac{H_0}{2m}$

AN $m = 0.5 \rightarrow |H| = \frac{H_0}{10} = 0.1 H_0 = 10 \rightarrow G_{dB}(\omega_0) = 20 \text{ dB}$

Reg $\omega_1 = \omega_0$
 $G_{reg} = G(\omega_0)$

$m = 5 \quad |H| = \frac{H_0}{10} = \frac{1}{10} \rightarrow G_{dB}(\omega_0) = -20 \text{ dB}$

6) $G = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} \rightarrow 20 \log H = 20 \log H_{max} - 20 \log \sqrt{2} = 20 \log H_{max} - 10 \log 2 = -3 \text{ dB}$ par les pulsations de coupe.

ω_0 est la pulsation de coupe. si

$G(\omega_0) = G(x=1) = \frac{H_0}{2m} = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$

$\begin{cases} \text{si } m < \frac{1}{\sqrt{2}} & H_{max} = \frac{H_0}{2m\sqrt{1 - m^2}} \\ \text{si } m > \frac{1}{\sqrt{2}} & H_{max} = \frac{H_0}{2m} \end{cases}$

En résolvant, on obtient $\boxed{m = \frac{1}{\sqrt{2}}}$

$$\frac{z}{e} = \frac{H_0}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$s(t) + \frac{2m}{\omega_0} \frac{ds}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2s}{dt^2} = H_0 e(t) \Rightarrow \frac{ds}{dt} + 2m\omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s(t) = H_0 \omega_0^2 e(t)$$

3 types de regime transitoire : En resolvant l'eq diff homogene

amortie : $\frac{ds}{dt} + 2m\omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s(t) = 0$ $s(t) = e^{rt}$

$$r^2 + 2m\omega_0 r + \omega_0^2 = 0 \rightarrow \Delta' = (m^2 - 1)\omega_0^2$$

$m < 1$ $\Delta' < 0$ regime pseudo periodique $\omega_1, \omega_2 = -m\omega_0 \pm j\omega_0 \sqrt{1-m^2}$

$$s(t) = A e^{-m\omega_0 t} \cos(\omega_0 \sqrt{1-m^2} t + \varphi) \text{ avec } \omega = \omega_0 \sqrt{1-m^2}$$

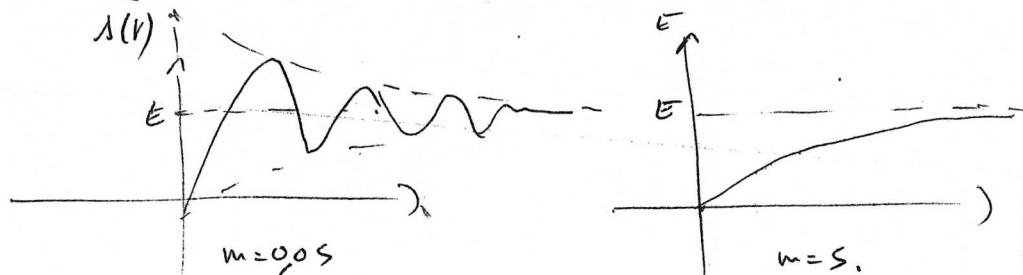
$\rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$

$m > 1$ $\omega_1, \omega_2 = -m\omega_0 \pm \sqrt{m^2 - 1}\omega_0$ et $s(t) = A e^{\omega_1 t} + B e^{\omega_2 t} \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$

$m = 1$ $s(t) = (At + B) e^{-\omega_0 t} \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$

$m = 0,05$ regime pseudo periodique $s(t) = s_1(t) + E$

$m = 5$ regime aperiodique $s(t) = s_2(t) + E$



(3)

3) Filtrage

$$e(t) = E - \frac{8E}{\pi^2} \left[\cos \omega_0 t + \frac{1}{9} \cos(3\omega_0 t) + \frac{1}{25} \cos(5\omega_0 t) \right]$$

$$= e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) + e_4(t)$$

$$m = 0,5$$

$$s(t) = e_1(t) \cdot H_0 + \frac{8E}{\pi^2} \left[\frac{|H(\omega_0)|}{9} \cos(\omega_0 t + \varphi(\omega_0)) + \frac{|H(3\omega_0)|}{25} \cos(3\omega_0 t + \varphi(3\omega_0)) + \frac{|H(5\omega_0)|}{25} \cos(5\omega_0 t + \varphi(5\omega_0)) \right]$$

= φ est l'arg de H

$$m = 0,5 \Rightarrow 2m = 1 \rightarrow H = \frac{1}{[(1-x^2)^2 + x^2]^{\frac{1}{2}}}$$

$$H(\omega_0) = 1$$

$$|H(\omega_0)| = \frac{1}{[(64)^2 + 9]^{\frac{1}{2}}} \approx 0,014 \rightarrow \frac{|H(3\omega_0)|}{9} \approx 10^{-2}$$

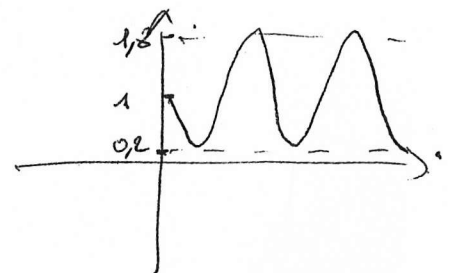
$$|H(\omega_0)| = \frac{1}{[(24)^2 + 25]^{\frac{1}{2}}} = 0,04 \rightarrow \frac{|H(5\omega_0)|}{25} \approx 2 \cdot 10^{-3}$$

donc $s(t) = \frac{8E}{\pi^2} \cos(\omega_0 t + \varphi(\omega_0))$ et $H(\omega_0) = \frac{H_0}{j\omega}$

$$= E \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) \right)$$

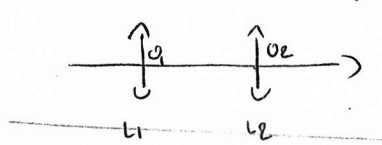
$$= E \left(1 - 0,8 \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) \right)$$

$$s(t) = E (1 + 0,8 \sin \omega_0 t)$$



(4)

lame : microscopie



$g_1' = 5 \text{ mm}$
 $g_2' = 15 \text{ mm}$
 $\overline{O_1 O_2} = D_0 = 120 \text{ mm}$

1°) Conditions de Gauss : rayons pe inclinés et proches de l'axe optique.

$A.1.2 \quad \Delta = \overline{F_1 F_2} = \overline{F_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2} = -\overline{O_1 F_1} + \overline{O_1 O_2} - \overline{O_2 F_2} = \boxed{D_0 - g_1' - g_2' = \Delta}$

AN $\boxed{\Delta = 100 \text{ mm}}$

A.1.3] $AB \xrightarrow{L_1} A'B'$ avec $A' = F_2$ et $\overline{OA} = -d$

$\frac{1}{\overline{O_1 A'}} = \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{g_1'} \rightarrow \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{\overline{O_1 A'}} - \frac{1}{g_1'} \Rightarrow \overline{O_1 A} = \frac{g_1' \cdot \overline{O_1 A'}}{g_1' - \overline{O_1 A'}} = \frac{g_1' \cdot \overline{O_1 F_2}}{g_1' - \overline{O_1 F_2}}$

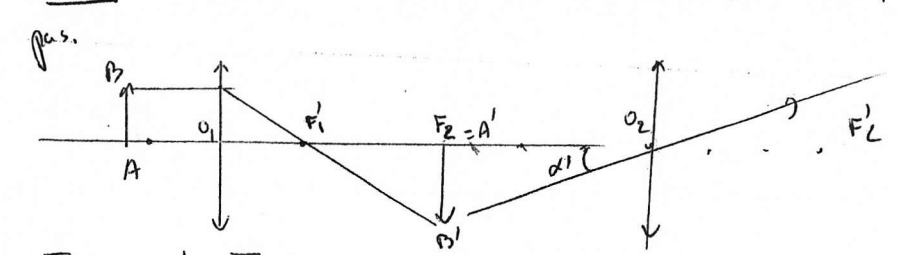
avec $\overline{O_1 F_2} = \overline{O_1 F_1} + \overline{F_1 F_2} = g_1' + \Delta \Rightarrow \overline{O_1 A} = \frac{g_1' (g_1' + \Delta)}{-\Delta} \Rightarrow$

$\boxed{d = \frac{g_1' (g_1' + \Delta)}{\Delta}}$
 AN $d = \frac{5 \cdot (105)}{100} = \boxed{5,25 \text{ mm} = d}$

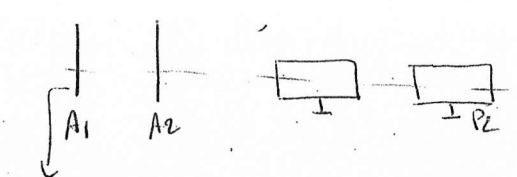
$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1 A'}}{\overline{O_1 A}} = \frac{\overline{O_1 F_2}}{-d} = -\frac{105}{5,25} = \boxed{-20 = \gamma_1}$ ou $\gamma_1 = \frac{g_1' - \overline{O_1 F_2}}{g_1' (g_1' + \Delta)} \Delta$

$\gamma_1 = -\frac{\Delta}{g_1'} = -20$

Interet l'observateur a ses yeux n'accomode pas, il ne se fatigue pas.



$\alpha = \frac{\overline{AB}}{D} \quad \alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{g_2'} \rightarrow G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{D}{g_2'} \cdot \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \boxed{\gamma_1 \cdot \frac{D}{g_2'}} \quad \text{AN } G = -20 \cdot \frac{250}{15} = 333$



face avant de la lame

$A_1 B_1 \xrightarrow[\frac{n}{4}]{\text{dioptrique}} A_0 B_0 \xrightarrow[\text{pointe } P_1]{\text{Microscopie}} A'' B''$

$A_2 B_2 \xrightarrow[\text{pointe } P_2]{\text{Microscopie}} A'' B''$

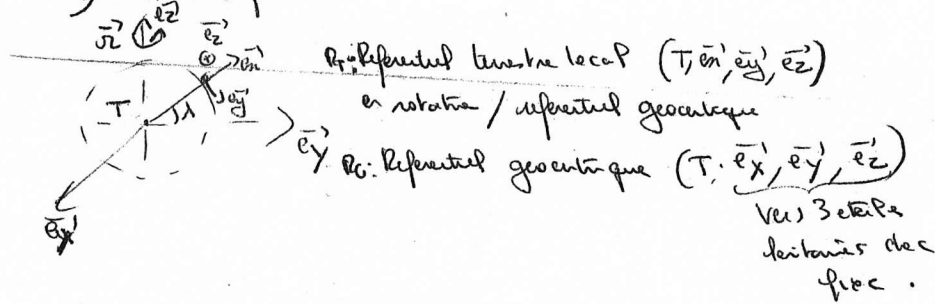
de réglage du microscope étant inchangé entre P_1 et P_2 , si $A'' B''$ et $A'' B''$ sont nets $\Rightarrow \overline{A_0 A_2} = \overline{P_1 P_2} = E$

ou $\frac{\overline{A_2 A_0}}{4} = \frac{\overline{A_2 A_1}}{n}$ (relation de conjugaison d'un dioptrique plan)

$\Rightarrow \boxed{E = n \cdot E = 15 \cdot 0,42 = 0,63 \text{ m}}$

I A decollage.

1) Choix du référentiel



2) B décrit un orbite circulaire inférieure de rayon $R_T \cos \lambda$ et de vitesse angulaire Ω

$$V_B = R_T \cos \lambda \Omega$$

3) AN Cap Caravan $\lambda_1 = 28,5^\circ$
 Kourou $\lambda_2 = 5,2^\circ$

$$V_{B1} = 4,09 \text{ ms}^{-1} = 1,47 \cdot 10^3 \text{ km h}^{-1}$$

$$V_{B2} = 463 \text{ ms}^{-1} = 1,67 \cdot 10^3 \text{ km h}^{-1}$$

4) Dans le référentiel géocentrique, la vitesse de la fusée est celle de la Terre dans V_B .

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m (V_0^2 - V_B^2)$$

5) $\frac{\Delta E_{C1} - \Delta E_{C2}}{\Delta E_{C1}} = 1 - \frac{\Delta E_{C2}}{\Delta E_{C1}} = 1 - \frac{(V_0^2 - V_{B2}^2)}{(V_0^2 - V_{B1}^2)} = \frac{V_{B2}^2 - V_{B1}^2}{V_0^2 - V_{B1}^2} \approx \text{économie}$

AN économie $= 0,74 \cdot 10^{-3} < 0,1\%$ Très faible.

6) Une haute période de l'équateur est préférable pour un satellite à trajectoire équatoriale.

7) $\vec{F} = - \frac{G M m}{r^2} \vec{e}_r$ et $dE_p = -dW = + \frac{G M m}{r^2} dr \rightarrow$
 $E_p(r) = + \int \frac{G M m}{r^2} dr = - \frac{G M m}{r} + Cte$ si $E_p(r \rightarrow \infty) = 0$.

$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{L} = \vec{O} \vec{N}' m \vec{N}' = m r^2 \vec{\omega}$ en $\vec{L} \perp \vec{O} \vec{N}' \rightarrow$ et \vec{L} de direction $\vec{O} \vec{N}'$ et \vec{v} tangentiel ds le plan.

Cons $\vec{L} = \frac{G M m}{r}$ $E_C = \frac{1}{2} \frac{G M m}{r}$ $E_p = - \frac{G M m}{r} = -2 E_C$
 $\Rightarrow |E = E_C + E_p = - \frac{G M m}{2r}| \quad K = \frac{G M m}{2r}$

$2\pi r = v \cdot T \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G M} \rightarrow$ loi de Kepler.

AN $V_B = 7,92 \text{ km s}^{-1}$
 $T_0 = 48 \text{ min}$

II A la lune.

12) $E_{me} = - \frac{G m_T m_F}{d_{TL}}$

13) $\frac{1}{2} m_F v_1^2 - \frac{G m_T m_F}{r_0} = - \frac{G m_T m_F}{d_{TL}}$

et sur l'orbite circulaire $v_0^2 = \frac{G M_T}{r_0}$

d'où $v_1^2 = 2 \left[\frac{G M_T}{r_0} - \frac{G M_T}{d_{TL}} \right] = 2 \left(v_0^2 - \frac{G M_T}{d_{TL}} \right) \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \left(v_0^2 - \frac{G M_T}{d_{TL}} \right)}$

AN $v_1 = 11,2 \text{ km s}^{-1}$

14) Taux = 1 des pays Au pérou.

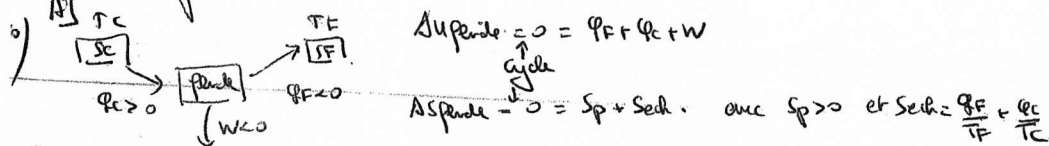
15) $t_1 = \frac{T}{2}$ et $\frac{T^2}{d_{TL}^3} = \frac{4\pi^2}{G M_T} \Rightarrow t_1 = 411 \cdot 10^3 \text{ s} = 11,3 \text{ h} = 4 \text{ jours } 18 \text{ h}$

16) Trajectoire à ras de panne. 17] JP peut passer car il a besoin d'accélérer pour passer de l'orbite circulaire à l'orbite elliptique au voisinage de la Terre, en ici c'est la manœuvre d'arrêt et l'attraction de la lune est assez + forte.

17) $v_E = \sqrt{\frac{G M_L}{R_L}} = 1,7 \text{ km s}^{-1}$

Partie 4.

Questions préliminaires.



d'au $\left\{ \begin{array}{l} Q_F + Q_C + W = 0 \\ \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} \leq 0 \end{array} \right.$ Notion $\Rightarrow W < 0 \rightarrow Q_F > -Q_C$
 $\left\{ \begin{array}{l} Q_F < -\frac{T_F}{T_C} Q_C \\ Q_C \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) > 0 \end{array} \right.$

On déduit $Q_C > 0$ d'où $Q_F < 0$

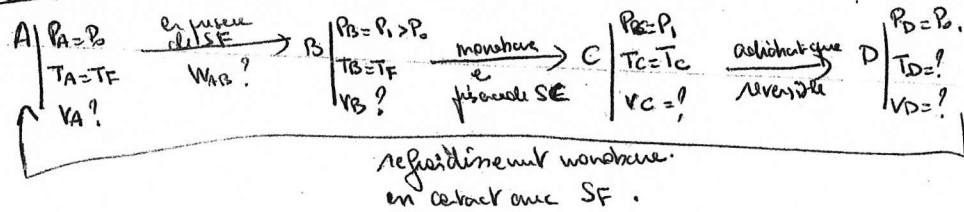
2) $\eta = -\frac{W}{Q_C} = \frac{Q_F + Q_C}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$ en $\frac{Q_F}{Q_C} < -\frac{T_F}{T_C} \rightarrow \eta < 1 - \frac{T_F}{T_C}$
 rendement η_{rep}

B) $du = m c_v dT$ et $H = u + pV \Rightarrow dH = du + d(pV)$
 $dH = m c_p dT$
 $m c_p dT = m c_v dT + m R dT$

$\Rightarrow \left[\frac{c_p}{c_v} = \gamma = \frac{R}{R} \right]$
 On pose $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

5) $dH = m c_p dT = \frac{m}{n} c_p dT$
 6) $du = m c_v dT = \frac{m}{n} c_v dT$
 Par $m = 1 \text{ kg}$: $\Delta H = \frac{R}{n(\gamma-1)} \Delta T$
 $\Delta u = \frac{R}{n(\gamma-1)} \Delta T$

Thermodynamique du moteur.
 Cycle: un volume m d'air suit le cycle avec $m = 1 \text{ kg}$.



A) Etude du cycle.

7) $m = \frac{m}{n}$ avec $m = 1 \text{ kg}$ la loi d'état des G.P. donne :

$V_A = 0.832 \text{ m}^3$ $V_B = 0.832 \text{ m}^3$ $V_C = 0.273 \text{ m}^3$

8) On peut utiliser avec cet D la loi de Laplace

$du = \frac{mR}{\gamma-1} dT = -p dV = -mRT \frac{dV}{V} \Rightarrow \frac{dT}{T} + (\gamma-1) \frac{dV}{V} = 0$

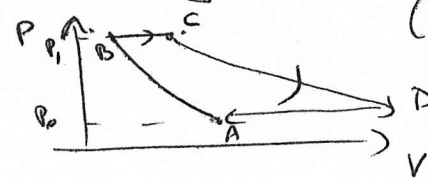
d'où $\left[T \cdot V^{\gamma-1} = \text{cte} \right]$ (1)
 Continuité $\left(P \cdot V^{\gamma} = \text{cte} \right)$ (2)
 $\frac{(1)}{(2)^{\gamma-1}} = \frac{T}{P^{\gamma-1} \cdot T^{1-\gamma}} = \gamma \text{cte}$ $\left[\frac{T^{\gamma}}{P^{\gamma-1}} = \text{cte} \right]$

d'où $\left(\frac{T_D}{T_C} \right)^{\gamma} = \left(\frac{P_D}{P_C} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_D = T_C \cdot \left(\frac{P_D}{P_C} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

et $P \cdot V^{\gamma} = \text{cte} \Rightarrow P_D V_D^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma} \Rightarrow V_D = \left(\frac{P_C}{P_D} \right)^{\frac{1}{\gamma}} V_C$

AN $\left[\begin{array}{l} T_D = 492 \text{ K} \\ V_D = 1.41 \text{ m}^3 \end{array} \right]$

9) Tracé du cycle



(cycle moteur = sens horaire)

10) Calcul d'entropie.

Les transformations BC et DA sont isobares, on utilise $S(T, P)$.

avec $dH = T ds - p dV$
 $d(H - pV) = T ds - p dV \Rightarrow dH - p dV - V dp = T ds - p dV$

$ds = \frac{dH}{T} = \frac{m R \gamma}{n(\gamma-1)} \frac{dT}{T} = \frac{m}{n} \frac{R \gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T} \rightarrow \left[\Delta S_{B \rightarrow C} = \frac{R \gamma}{n(\gamma-1)} \ln \frac{T_C}{T_F} \right]$

$Q_{BC} = \Delta H_{BC} = \frac{R \gamma}{n(\gamma-1)} (T_C - T_F)$

d'où $S_{ch} = \Delta S_{BC} - S_{ch} = \frac{R \gamma}{n(\gamma-1)} \left[\ln \frac{T_C}{T_F} - \left(\frac{T_C - T_F}{T_C} \right) \right]$

$S_{ch} = \frac{R \gamma}{n(\gamma-1)} \left[\ln \frac{T_C}{T_F} - \left(1 - \frac{T_F}{T_C} \right) \right]$

AN $\left[\begin{array}{l} Q_{BC} = 663 \text{ J} \\ S_{ch} = 698 \text{ J K}^{-1} \end{array} \right]$

11

$$\Delta S_{D \rightarrow A} = \frac{R}{n(n-1)} \ln \frac{T_F}{T_D}$$

$$Q_{DA} = \Delta H_{DA} = \frac{R}{n(n-1)} (T_F - T_D)$$

$$S_{ech} = \frac{Q_{DA}}{T_F} = \frac{R}{n(n-1)} \left(1 - \frac{T_D}{T_F}\right) \quad S_{D \rightarrow A}^{cyclic} = \frac{R}{n(n-1)} \left[\ln \frac{T_F}{T_D} - \left(1 - \frac{T_D}{T_F}\right) \right]$$

$$\begin{aligned} AN \quad Q_{DA} &= -203 \text{ kJ} \\ S_{ech} &= -700 \text{ J K}^{-1} \\ S_{DA}^{cyclic} &= 169 \text{ J K}^{-1} \end{aligned}$$

12) C → D adiabatique $S_{CD}^{ech} = 0$ car $Q_{CD} = 0$.
 $S_{CD}^{cyclic} = 0$ (variable).

13) Transfo A → B la transformation est isotherme ($T_A = T_B = T_F$).

$$\Delta S_{A \rightarrow B} = 0 = W_{AB} + Q_{AB}$$

$$S_{ech}_{AB} = \frac{Q_{AB}}{T_F} = -\frac{W_{AB}}{T_F}$$

$$\Delta S_{AB} = -\frac{R}{n(n-1)} \ln \frac{T_F}{T_D} \quad \Delta S_{AB} = -\frac{R}{n} \ln \frac{P_1}{P_0}$$

$$d'o \quad S_{BC}^{cyclic} = \Delta S_{AB} - S_{ech}_{AB} = \left[-\frac{R}{n} \ln \frac{P_1}{P_0} + \frac{W_{AB}}{T_F} \right] = S_{BC}^{cyclic}$$

14) $Q_F = Q_{DA} + Q_{AB} = \Delta H_{DA} + W_{AB} = \frac{R}{n(n-1)} (T_F - T_D) - W_{AB}$

$$Q_F = \frac{R}{n(n-1)} \left(T_F - T_C \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right) - W_{AB}$$

$$Q_C = Q_{BC} = \Delta H_{BC} = \frac{R}{n(n-1)} (T_C - T_F)$$

15) $\Delta S_{cycle} = 0 = \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} + S_{ech}^{cycle} \Rightarrow S_{ech}^{cycle} = \frac{R}{n-1} \left[\frac{T_F}{T_C} - 1 + \frac{T_C}{T_F} \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} - 1 \right] + \frac{W_{AB}}{T_F}$

$$d'o \quad S_{ech}^{cycle} = \frac{R}{(n-1)} \left[\frac{T_F}{T_C} + \frac{T_C}{T_F} \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} - 2 \right] + \frac{W_{AB}}{T_F}$$

Indépendant de W_{AB} \rightarrow proportionnel à W_{AB}

16) Diminuer S_{ech}^{cycle} revient à diminuer W_{AB} .

B] Etude de la transfo AB.

17) $W_{AB} = - \int_A^B p dV = - n R T_F \int_A^B \frac{dV}{V} = - \frac{n R T_F}{n} \ln \frac{V_B}{V_A} = - \frac{R T_F}{n} \ln \frac{P_0}{P_1}$

$$W_{AB} = \frac{R}{n} T_F \ln \frac{P_1}{P_0} \quad AN \quad W_{AB} = 192 \text{ kJ}$$

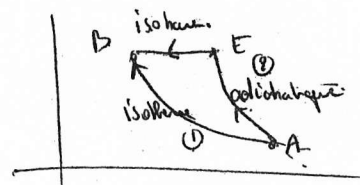
18) $\eta = \frac{-W}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_{DA} - W_{AB}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{-203 - 192}{663}$

$$\eta = 40,5\%$$

B] La compression est isentropique donc $\Delta E \rightarrow \infty$ et $P = \frac{W_{cycle}}{\Delta T} \rightarrow \infty$

2] Compression simple.

Un cycle adiabatique a une pte + pte que l'isotherme.



$$(W_{AB})_2 > (W_{AB})_1$$

21 On utilise la loi de Laplace $\frac{T_E^\gamma}{P_E^{\gamma-1}} = \frac{T_A^\gamma}{P_A^{\gamma-1}} \rightarrow T_E = T_F \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad AN \quad T_E = 560 \text{ K}$

$$W_{AE} = \Delta U_{AE} = \frac{R}{n(n-1)} (T_E - T_F) \quad AN \quad W_{AE} = 194 \text{ kJ}$$

$$23) W_{EB} = \Delta U_{EB} - Q_{EB} = \frac{R}{n(n-1)} [T_F - T_E] - \frac{R}{n(n-1)} [T_F - T_E] = \left[-\frac{R}{n} [T_F - T_E] \right] = W_{EB}$$

$$AN \quad W_{EB} = 77 \text{ kJ}$$

$$d'o \quad W_{AB} = 271 \text{ kJ}$$

25 et $\eta = 1 + \frac{-203 - 271}{663} = 28,5\% = \eta$

Solite par le rapprochement de l'isotherme: Compression à étages

