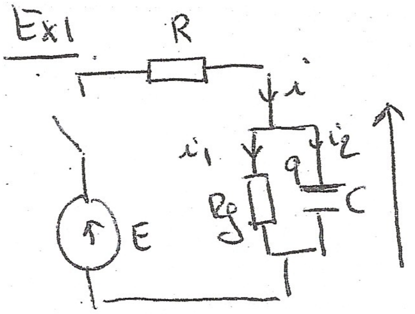
Correction DM1

Ex1

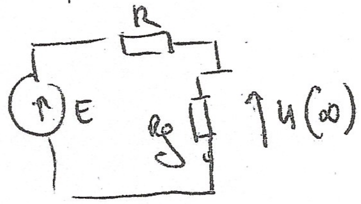


1°] $t=0^-$ (avant fermeture de K), le condensateur est déchargé $\Rightarrow q=0$ or $u=\frac{q}{C}$ donc

$u(0^-)=0$

Par continuité de la tension aux bornes du condensateur $u(0^+)=0$.

2°] $t\to\infty$ $i_2(\infty)=0$, le circuit équivalent est donc :

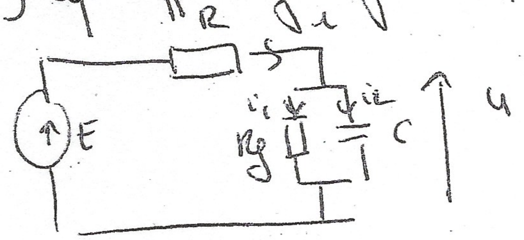


Le diviseur de tension donne

$u(\infty)=\frac{R_g}{R+R_g}\cdot E$. si $R_g \gg R$ $R_g+R \to R_g$

et $u(\infty)\to E$

3°] eq. diff vérifiée par $u(t)$



$$\begin{cases} E=Ri+u & (1) \\ i=i_1+i_2 & (2) \\ u=R_g i_1 & (3) \\ i_2=C\frac{du}{dt} & (4) \end{cases}$$

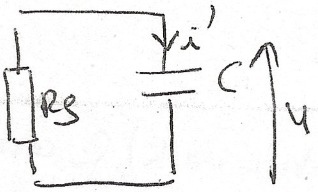
d'où (1) donne $E=R\left[\frac{u}{R_g}+C\frac{du}{dt}\right]+u=\left(\frac{R}{R_g}+1\right)u+RC\frac{du}{dt}$.

$E=\frac{R+R_g}{R_g}\cdot u+RC\frac{du}{dt} \Rightarrow \frac{du}{dt}+\frac{R+R_g}{R\cdot R_g\cdot C}\cdot u=\frac{E}{RC}$ avec $\boxed{\tau=\frac{R\cdot R_g\cdot C}{R+R_g}}$

$u(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+S_p$ avec $S_p\cdot\frac{1}{\tau}=\frac{E}{RC} \Rightarrow \boxed{S_p=\frac{R_g}{R+R_g}\cdot E}$ (on retrouve $u(\infty)$!)

à $t=0^+$ $u(0^+)=0 \Rightarrow \boxed{u(t)=\frac{R_g\cdot E}{R+R_g}\left(1-\exp^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

4°) On ouvre K, (nouvelle origine des temps), le condensateur se décharge à travers R_g.



à $t=0^+$ $u(0^+) = \dfrac{R_g \cdot}{R+R_g}$

$i' = C\dfrac{du}{dt}$ et $u = -R_g i'$ $\Rightarrow$ $u = -R_g C\dfrac{du}{dt}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{du}{dt} + \dfrac{u}{R_g \cdot C} = 0}$

$\tau' = R_g \cdot C$ $\quad \begin{cases} u(t) = A e^{-\frac{t}{\tau'}} \\ u(0^+) = \dfrac{R_g}{R+R_g} \cdot E \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\boxed{u(t) = \dfrac{R_g \cdot E}{R+R_g} e^{-\frac{t}{\tau'}}}$

5°) $t_1 = 100\,s$ $\quad u = u_1 = 10\,V$

$u_1 = \dfrac{R_g \cdot E}{R+R_g} e^{-\frac{t_1}{\tau'}}$ $\rightarrow$ ~~u_1~~ $\quad u_1 \simeq E e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ en considérant $R_g \gg R$

$\rightarrow \dfrac{u_1}{E} = e^{-\frac{t_1}{\tau'}}$ $\rightarrow$ $\ln \dfrac{u_1}{E} = -\dfrac{t_1}{\tau'}$ $\Rightarrow$ $\tau = -\dfrac{t_1}{\ln \frac{u_1}{E}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{R_g = \dfrac{t_1}{C \ln \frac{E}{u_1}}}$

<u>AN</u> $\quad C = 1\,\mu F = 10^{-6}\,F$; $t_1 = 100\,s$ $\rightarrow$ $\boxed{R_g = 250\,M\Omega}$

$E = 15\,V$

$u_1 = 10\,V$

lorsque $u = u_2 = 1\,V$ $\quad t_2 = R_g \cdot C \ln \dfrac{E}{u_2} = 250\,10^{6} \cdot 10^{-6} \ln 15 = 677\,s$

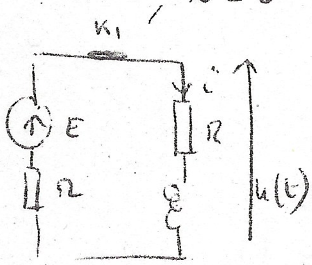
$= 11\,min$.

Ex2 Étincelle de rupture.

Partie A

à $t=0^-$, $i=0$.

1)



à $t=0$ K_1 est fermé, K_2 ouvert.

2) $i(t=0^+) = i(t=0^-)$ par continuité du courant de bobine.

- loi des mailles

$$E = ri + u(t) \quad \forall t$$

$$t=0^+ \quad E = 0 + u(t=0^+) \Rightarrow \boxed{u(t=0^+)=E}$$

3) En régime permanent, la bobine se conduit comme un

$$\Rightarrow i(t\to\infty) = \frac{E}{R+r} \quad (\text{loi de Pouillet})$$

$$u(\infty) = Ri + \underset{0}{\underset{\shortparallel}{u_L}} = \boxed{\frac{R}{R+r}\cdot E = u(\infty)}$$

4) $$E = (r+R)\,i + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{i}{L/R+r} = \frac{E}{L} \qquad \boxed{\tau = \frac{L}{R+r}}$$

$$i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \underset{\hookrightarrow \frac{E}{R+r}}{S_p} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R+r} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

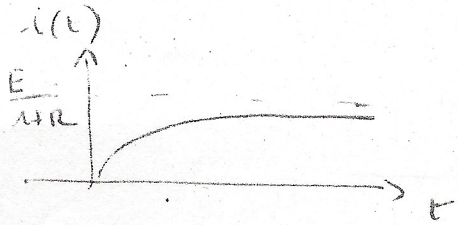
$$t=0^+ \quad i=0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R+r}$$

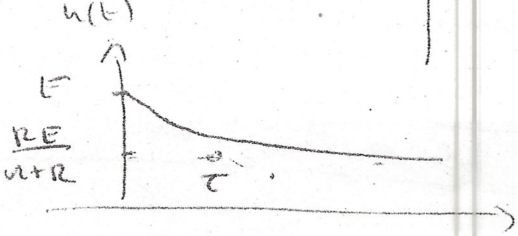
$$\boxed{i(t) = \frac{E}{r+R}\left[1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}$$

$$u(t) = L\frac{di}{dt} + Ri = \frac{LE}{R+r}\cdot\frac{(R+r)}{L}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{RE}{R+r}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$u(t) = \frac{R\cdot E}{R+r} + E\left(1-\frac{R}{r+R}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\Rightarrow \boxed{u(t) = \frac{R\cdot E}{r+R} + \frac{E\cdot r}{R+r}}$$





Cohérent car S_p correspond au régime forcé.

3