Correction DS 1 ST / Pro

Exercice 1

$$A = \left(2 - \frac{5}{7}\right)\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{5}\right) - 1$$

$$A = \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{7}_{1}} \times \frac{\cancel{14}^{2}}{\cancel{15}_{5}} - 1$$

$$A = \frac{6}{5} - 1$$

$$\boxed{A = \frac{1}{5}}$$

$$B = \frac{2 + \frac{3}{2}}{5 - \frac{1}{4}}$$

$$B = \frac{7/2}{\frac{19}{4}} = \frac{7}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{4}^{2}}{19}$$

$$\boxed{B = \frac{14}{19}}$$

Exercice 2

1°) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

1 racine evidente

$3x^2 - 5x + 2 = (x-1)(3x-2)$

donc l'autre racine est $\frac{2}{3}$

$$\boxed{S = \left\{1 ; \frac{2}{3}\right\}}$$

2°) $(3x^2+x-4)(x^2-x+1) = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2+x-4 = 0$ ou $x^2-x+1 = 0$

racines : 1 et $-\frac{4}{3}$ par produit

$\Delta = (-1)^2 - 4\times1\times1$

$\Delta = -3 < 0$

donc pas de racines réelles.

$$\boxed{S = \left\{-\frac{4}{3} ; 1\right\}}$$

3°) $x^2 - x - 6 \leq 0$

racines : $\Delta = 1 + 6\times4 = 25 = 5^2$

donc $x_1 = \frac{1-5}{2}$ ou $x_2 = \frac{1+5}{2}$

$x_1 = -2$ ou $x_2 = 3$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\boxed{S = [-2 ; 3]}$$

4°) $x^2 - 9x + 8 > x - 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 > 0$

$\Delta = 100 - 4\times9 = 64 = 8^2$

$x_1 = \frac{10-8}{2}$ ou $x_2 = \frac{10+8}{2}$

$x_1 = 1$ ou $x_2 = 9$

x	$-\infty$		1		9		$+\infty$
$x^2-10x+9$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\boxed{S =]-\infty ; 1[\cup]9 ; +\infty[}$$

Exercice 3 Forme canonique

1°) $f(x) = x^2 + 8x - 3$

$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2} = -4$

$\beta = f(\alpha) = (-4)^2 + 8\times(-4) - 3$

$= 16 - 32 - 3$

$= -19$

donc $f(x) = (x+4)^2 - 19$

2°) $g(x) = -3x^2 + 4x + 1$

$\alpha = -\frac{4}{2\times(-3)} = \frac{2}{3}$

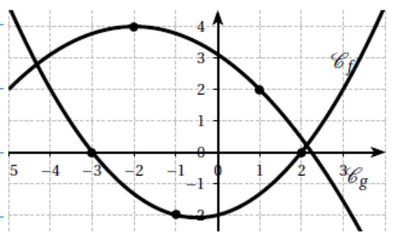
$\beta = g(\alpha) = -3\times\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4\times\frac{2}{3} + 1$

$= -\cancel{3}\times\frac{4}{\cancel{9}_3} + \frac{8}{3} + \frac{3}{3}$

$= -\frac{4}{3} + \frac{8}{3} + \frac{3}{3} = \frac{7}{3}$

donc $g(x) = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{7}{3}$

Exercice 4



fonction f : $f(-3) = 0$ et $f(2) = 0$ donc on va utiliser la forme factorisée : $f(x) = a(x+3)(x-2)$

et $f(-1) = -2 \iff a(-1+3)(-1-2) = -2 \iff -6a = -2$

$\iff a = \frac{1}{3}$

donc $f(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-2)$

fonction g : sommet $S(-2;4)$ donc $\alpha = -2$ et $\beta = 4$

On va utiliser la forme canonique : $g(x) = a(x+2)^2 + 4$

et $g(1) = 2 \iff a(1+2)^2 + 4 = 2 \iff a\times 9 + 4 = 2 \iff 9a = -2$

$\iff a = -\frac{2}{9}$

On a ainsi $g(x) = -\frac{2}{9}(x+2)^2 + 4$

Exercice 5

(E) $2x^3 - 8x^2 + 3x + 10 = 0$

1°) Si $x = 2$, $2\times 2^3 - 8\times 2^2 + 3\times 2 + 10 = 16 - 32 + 6 + 10$

$= 0$

Donc 2 est solution de l'équation (E).

2°) Pour factoriser, on va procéder par division :

$$
\begin{array}{l|l}
2x^3 - 8x^2 + 3x + 10 & x - 2 \\
\hline
-\left(2x^3 - 4x\right) & 2x^2 - 4x - 5 \\
\quad -4x^2 + 3x + 10 & \\
\quad -\left(-4x^2 + 8x\right) & \\
\qquad -5x + 10 & \\
\qquad -5x + 10 & \\
\qquad\quad 0 &
\end{array}
$$

Ainsi

$$\boxed{2x^3 - 8x^2 + 3x + 10 = (x-2)(2x^2 - 4x - 5)}$$

3°) Ainsi $2x^3 - 8x^2 + 3x + 10 = 0$

$\iff (x-2)(2x^2 - 4x - 5) = 0$

$\iff x = 2$ ou $2x^2 - 4x - 5 = 0$

$\Delta = 16 + 40 = 56 = 4 \times 14.$

$\iff x = 2$ ou $x = \dfrac{4 - 2\sqrt{14}}{4}$ ou $x = \dfrac{4 + 2\sqrt{14}}{4}$

$\iff x = 2$ ou $x = 1 - \dfrac{\sqrt{14}}{2}$ ou $x = 1 + \dfrac{\sqrt{14}}{2}$

$$\mathcal{S} = \left\{ 2 ; 1 - \sqrt{\frac{7}{2}} ; 1 + \sqrt{\frac{7}{2}} \right\}$$

Exercice 6 $x^2 + (2m+2)x + m^2 - 1 = 0$

$a = 1 \qquad b = 2m + 2 \qquad c = m^2 - 1$

1°) l'équation admet une solution unique si et seulement si $\Delta = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (2m+2)^2 - 4(m^2 - 1)$

$\Delta = 4m^2 + 8m + 4 - 4m^2 + 4$

$\Delta = 8m + 8$

Ainsi $\Delta = 0 \iff m = -1$

2°) si $m = -1$ alors la solution $x = \dfrac{-b}{2a} = -\dfrac{2m+2}{2} = -\dfrac{2\times(-1)+2}{2} = 0$