4.16 a) On a dans le membre de gauche de l'équation d'ordre 2 : $\left[\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right] = \left[\omega_0^2\right][x]$ donc $[x]T^{-2} = \left[\omega_0^2\right][x]$. Finalement, on a $[\omega_0] = T^{-1}$.

....

4.16 b) On a dans le membre de gauche de l'équation d'ordre 2 : $\left[\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right] = \left[\frac{\omega_0}{Q}\right]\left[\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right]$ donc $[x]T^{-2} = T^{-1}\frac{[x]}{[Q]T}$. Finalement, on a $[Q] = 1$; donc, Q est sans dimension.

....

4.17 a) La loi des mailles indique que $E = Ri+u+L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$. De plus, la relation constitutive du condensateur donne que $i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$. On en déduit que

$$E = RC\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u + LC\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} \quad \text{soit} \quad \frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}u = \frac{E}{LC}.$$

....

4.17 b) La loi des nœuds donne $i = i_1 + i_2$. Cependant, la relation constitutive de la bobine fait intervenir $\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$. On dérive alors la loi des nœuds puis on la combine avec les relations constitutives des deux dipôles de droite pour obtenir $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{u}{L}$.
La loi des mailles (petite maille de gauche) indique ensuite que $E = Ri + u$. On dérive cette relation pour faire apparaître la dérivée temporelle du courant puis on combine avec l'expression de cette dernière. D'où

$$0 = RC\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}u + \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}.$$

On en déduit finalement son expression canonique $\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{RC}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}u = 0$.

....

4.18 a) Cherchons une solution particulière constante (comme le second membre). On trouve $u_\mathrm{p} = E$. La solution générale est de la forme $A\cos(\omega_0 t + \varphi) + E$. Les conditions initiales donnent

$$\begin{cases} u_C(0) & = A\cos(\varphi) + E = 0 \\ \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(0) & = -A\omega_0\sin(\varphi) = 0 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} \varphi = 0 \\ A = -E. \end{cases}$$

On en déduit que $u_C(t) = E(1 - \cos(\omega_0 t))$.

....

4.18 b) La solution est de la forme $A\cos(\omega_0 t+\varphi) = a\cos(\omega_0 t) + b\sin(\omega_0 t)$. Appliquons les conditions initiales :

$$\begin{cases} i(0) & = a = 0 \\ \dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0) & = b\omega_0 = \dfrac{E}{L} \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} a = 0 \\ b = \dfrac{E}{L\omega_0}. \end{cases}$$

On en déduit que $i(t) = \dfrac{E}{L\omega_0}\sin(\omega_0 t)$.

....

4.19 a) Le facteur de qualité est inférieur à 1/2 pour la courbe 3. De plus, il est sensiblement égal au nombre d'oscillations observables dans le cas du régime pseudo-périodique. On observe environ dix oscillations pour la courbe 2 et six pour la courbe 1. La courbe 2 possède donc le facteur de qualité le plus grand.

....

4.19 b) La fonction $u_1(t)$ ne contient pas de grandeurs circulaires ($\cos(\omega t)$ ou $\sin(\omega t)$) et évolue de $u_1(0) = a - b$ vers $u_1(+\infty) = 0$. Cela correspond à la courbe 3.

....

4.19 c) La tension $u_2(t)$ présente des oscillations amorties et tend vers zéro lorsque t tend vers l'infini. Seule la courbe 2 vérifie ces propriétés.

....

4.19 d) On a $\lim\limits_{t\to+\infty} u_3(t) = E$. Seule la courbe 1 présente une asymptote horizontale d'ordonnée non nulle.

....

4.19 e) On détermine la pseudo période T en mesurant la durée correspondant à 10 oscillations : $10T \simeq 52\,\mathrm{ms}$ d'où $T \simeq 5{,}2\,\mathrm{ms}$. On en déduit $\Omega = 2\pi/T \simeq 1{,}2\times10^3\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

....