Prénom : **Nom :**

▶ Exercice 1 /5,5

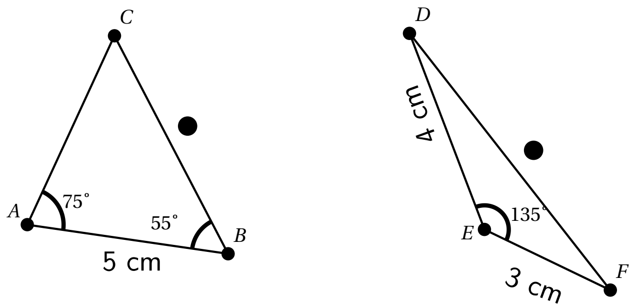
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x^3 + x^2 - 1$$

1. (a) Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
   (b) Déterminer les limites de f sur $\mathbb{R}$
2. (a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $\mathbb{R}$.
   (b) Donner un encadrement au centième de cette valeur.

▶ Exercice 2 /4

Dans chacun des triangles ci-dessous, déterminer la longueur des côtés signalés par un point.



▶ Exercice 3 /3,5

Dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, on donne $A(-2;0)$, $B(2;3)$ et $C(-3;3)$.

1. Démontrer que le triangle ABC est isocèle.
2. Calculer une valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{ABC}$.
3. En déduire une valeur approchée des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACB}$.

▶ Exercice 4 /3

Soit m un réel et soit $\mathscr{D}_m$ la droite d'équation :

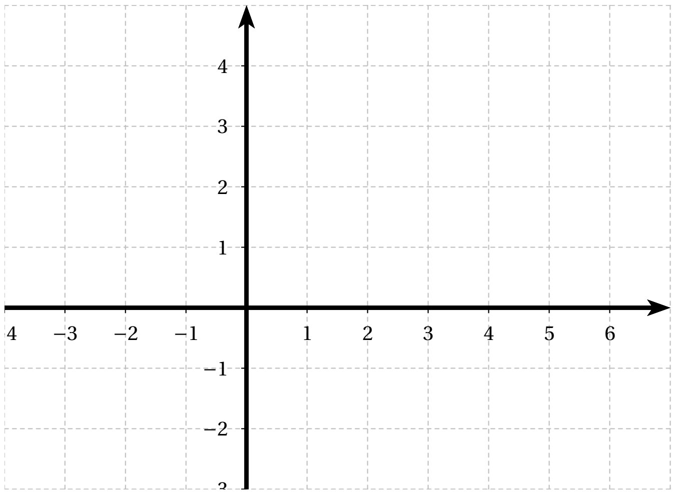
$$m^2x - (m-1)y - 1 = 0$$

1. Pour quelles valeurs m la droite $(\mathscr{D}_m)$ passe-t-elle par le point $A(-1;1)$? Donner les équations des droites obtenues avec ces valeurs.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de m le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ est-il un vecteur directeur de $\mathscr{D}_m$?
3. La droite $\mathscr{D}_m$ peut-elle être parallèle à la droite (d) d'équation $5x - 3y + 4 = 0$.

▶ Exercice 5 /10

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. On considère les points $A(-3;3)$, $B(6;3)$ et $C(2;-1)$. Les points D et E sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[BC]$. Et on donne les points F et I tels que $F\left(\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$ et $4\overrightarrow{AI} + 5\overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

1. Justifier que les coordonnées de I sont $I(2;3)$.
2. Faire une figure en faisant apparaître tous les points.

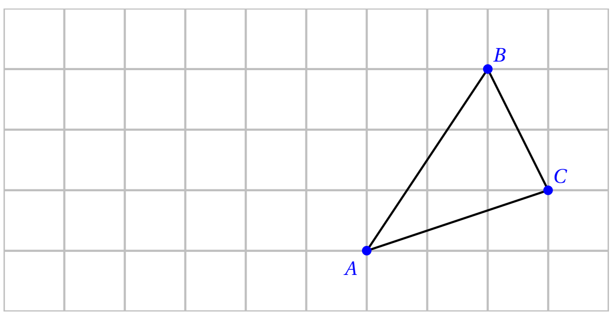


3. **Orthocentre : (4)**
   (a) Justifier que le triangle AIC est rectangle en I.
   (b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (CI)
   (c) Justifier que (AF) est aussi une hauteur du triangle. Déterminer une équation cartésienne de (AF).
   (d) Déterminer les coordonnées du point d'intersection H des deux hauteurs. Ce point est donc *l'orthocentre* du triangle.
4. **Centre du cercle circonscrit : (2,5)**
   (a) Déterminer une équation de la médiatrice du côté $[AB]$.
   (b) Déterminer une équation de la médiatrice du côté $[BC]$.
   (c) En déduire que l'intersection des médiatrices est le point $J\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$.
5. **Centre de gravité du triangle : (1)**
   On rappelle que le centre de gravité G d'un triangle est situé aux deux tiers de chacune des médianes.
   En utilisant le fait que $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$, montrer que $G\left(\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right)$.
6. **Droite d'Euler :(1)**
   Prouver que les points J, G et H sont alignés. La droite passant par ces trois points s'appelle *la droite d'Euler* du triangle.

▶ Exercice 6 /4

ABC est un triangle. I est le milieu du segment $[AB]$ et J le point tel que $\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$.

1. Placer les points I et J sur la figure ci-dessous.



2. On considère le repère $\mathscr{R}=\left(A,\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right)$.
   (a) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, I et J dans le ce repère $\mathscr{R}$.
   (b) Démontrer que les droites (CI) et (AJ) sont parallèles.