

Devoir à la maison n° 3

Exercice 1.

- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - (10 + 4i)z + 13 + 26i = 0$.
- Soient α dans \mathbb{R} et m dans \mathbb{N}^* .
 - Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - (2 \cos \alpha)z + 1 = 0$ d'inconnue z .
 - En déduire les solutions dans \mathbb{C} de l'équation $z^{2m} - (2 \cos \alpha)z^m + 1 = 0$ d'inconnue z .

Exercice 2. Dans le plan complexe, on considère, pour $k \in \llbracket 0, 4 \rrbracket$, le point A_k d'affixe $\omega_k = e^{i\frac{2k\pi}{5}}$.

- Justifier que le polygone $A_0A_1A_2A_3A_4$ est un pentagone régulier. Que vaut $\sum_{k=0}^4 \omega_k$?
- En déduire que $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ est solution de l'équation $4x^2 + 2x - 1 = 0$, puis sa valeur.
- On considère le point B d'affixe -1 . Calculer la longueur BA_2 .
- On considère le point I d'affixe $\frac{i}{2}$, le cercle \mathcal{C} de centre I de rayon $\frac{1}{2}$ et le point J intersection de \mathcal{C} et de la demi-droite $[IB)$. Faire un dessin et calculer la longueur BI .
- Montrer que $BJ = BA_2$. Proposer une méthode de construction du pentagone régulier à la règle et au compas.