Matrice d'inertie 1/4 plaque dans $(O(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

$I_O(P)$ avec épaisseur négligeable $\Rightarrow \int z\, dm = 0$

donc
$$\begin{pmatrix} \int y^2 + \cancel{z^2}\, dm & -\int xy\, dm & -\cancel{\int xz\, dm} \\ & \int x^2 + \cancel{z^2}\, dm & -\cancel{\int yz\, dm} \\ & & \int x^2 + y^2\, dm \end{pmatrix}$$

$C = A + B.$

on remarque également que x et y peuvent être inversés

donc $A = B \Rightarrow$ il faut donc faire 2 calculs d'intégrale

$\int_{\text{Plaque}} y^2\, dm$ et $\int xy\, dm$

en effet il faut se placer en coord cylindre pour l'intégrale.

$\int_S = \int_{r=0}^{R} \int_{\theta=0}^{\pi/2}$ et $dm = \rho\, r\, dr\, d\theta$

$\hookrightarrow m = \rho \, \pi R^2/4$

pour remplacer ρ à la fin

et $x = r\cos\theta$
$y = r\sin\theta$

donc $A = \rho \int_{r=0}^{R} \int_{\theta=0}^{\pi/2} (r^2 \sin^2\theta)\, r\, dr\, d\theta = \rho \frac{R^4}{4} \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta$

$A = \rho \frac{R^4}{4} \left[\frac{\theta}{2} - \underbrace{\frac{\sin 2\theta}{4}}_{0}\right]_0^{\pi/2}$

$$\boxed{A = \rho \frac{R^4 \pi}{16}}$$

or $\rho = m / \left(\frac{\pi R^2}{4}\right) \Rightarrow \boxed{A = mR^2/4}$

idem pour B

et $C = mR^2/2$