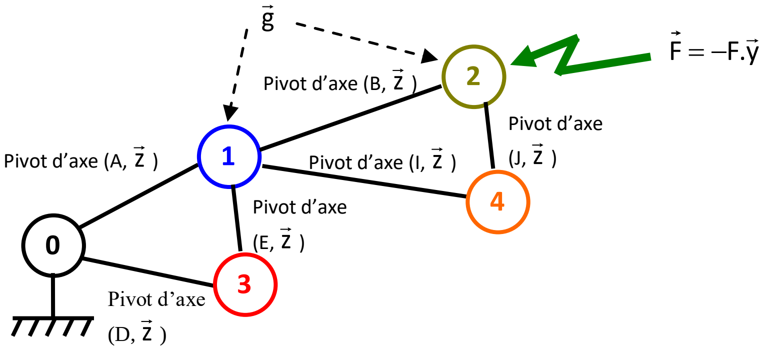
Etude d'un engin de chantier - Corrigé

PARTIE 1

Q.1. Graphe d'analyse.



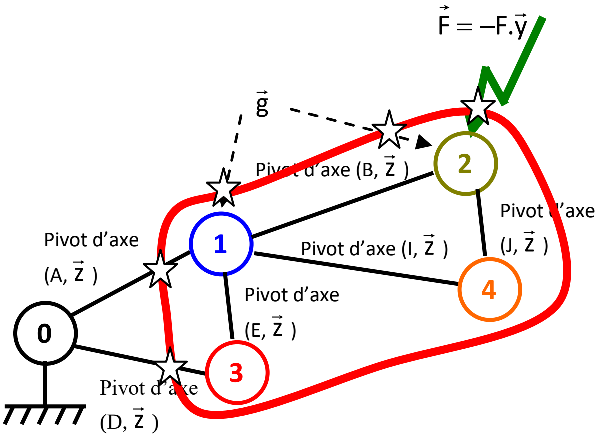
Q.2. On isole le vérin 3 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME).

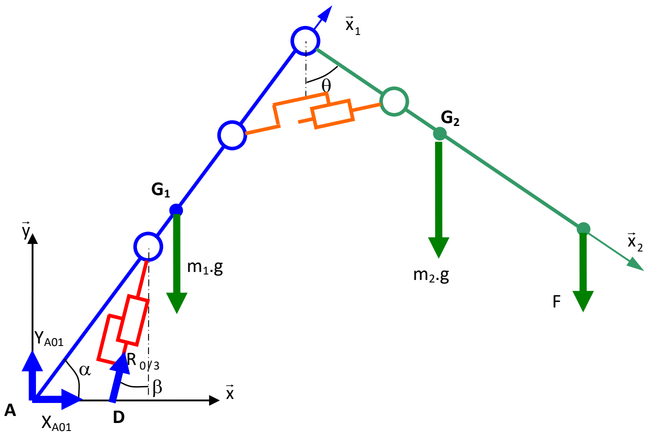
→ Solide soumis à 2 glisseurs : les 2 forces ont même norme et sont directement opposées.

Direction de $\overrightarrow{R_{0/3}}$: droite (DE)

$\begin{cases} X_{03} = R_{03}.\sin\beta \\ Y_{03} = R_{03}.\cos\beta \end{cases}$ + hypothèse problème plan : $\{F_{0\to3}\} = {}_{D}\begin{Bmatrix} R_{03}.\sin\beta & / \\ R_{03}.\cos\beta & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Q.3. On isole l'ensemble E=1+2+3+4 et on effectue le BAME.





Cet isolement et l'écriture du PFS en point A permet de déterminer directement R_{03} en fonction de données connues grâce au théorème du moment statique projeté sur l'axe $\vec{z}$.

$$d.R_{03}.\cos\beta - m_1.g.\frac{l_1}{2}.\cos\alpha - m_2.g.\left(l_1.\cos\alpha + \frac{l_2}{2}.\sin\theta\right) - F.(l_1.\cos\alpha + l_2.\sin\theta) = 0$$

$$R_{03} = \frac{m_1.g.\frac{l_1}{2}.\cos\alpha + m_2.g.\left(l_1.\cos\alpha + \frac{l_2}{2}.\sin\theta\right) + F.(l_1.\cos\alpha + l_2.\sin\theta)}{d.\cos\beta} \qquad (1)$$

A.N. : $R_{03} = \dfrac{4000\times10\times\frac{9}{2}.\cos 55 + 150\times10\times\left(9.\cos 55 + \frac{6}{2}.\sin 55\right) + 10000.(9.\cos 55 + 6.\sin 55)}{1{,}5\times\cos(15)}$

$R_{03} = 219692$ N

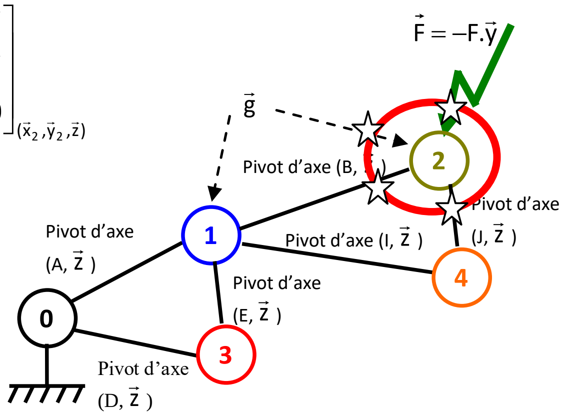
Q.4. $p_3 = \dfrac{R_{03}}{S} = \dfrac{219692}{2500.\pi} = \mathbf{28}$ N/mm² = 28 MPa = 280 Bars

Q.5. p_3 = 280 Bars < 350 Bars → C.d.C.F. ok

Q.6. On isole le vérin 4 et on effectue le BAME.

→ Solide soumis à 2 glisseurs : les 2 forces ont même norme et sont directement opposées.
Direction de $\overrightarrow{R_{4\to2}}$: droite (IJ)

$\begin{cases} X_{42} = R_{42}.\cos\gamma \\ Y_{42} = R_{42}.\sin\gamma \end{cases}$ + hypothèse problème plan : $\{F_{4\to2}\} = \begin{Bmatrix} R_{42}.\cos\gamma & / \\ R_{42}.\sin\gamma & / \\ / & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z})}$



Q.7. On isole le solide 2 et on effectue le BAME.

L'écriture du PFS en point B permet de déterminer directement R_{42} en fonction de données connues grâce au théorème du moment statique projeté sur l'axe $\vec{z}$.

$$R_{42}.a.\sin\gamma - m_2.g.\frac{l_2}{2}.\sin\theta - F.l_2.\sin\theta = 0 \qquad (2)$$

Q.8. (2) → $R_{42} = \dfrac{m_2.g.\frac{l_2}{2}.\sin\theta + F.l_2.\sin\theta}{a.\sin\gamma}$ (3)

A.N. : $R_{42} = \dfrac{1500\times10\times\frac{6}{2}.\sin 55 + 10000\times6.\sin 55}{2.\sin 45} = 60820\text{N}$

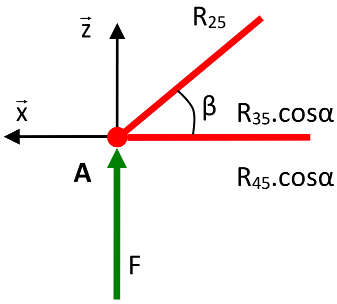
Q.9. $\boldsymbol{p_4 = \frac{R_{42}}{S} = \frac{60820}{2500.\pi} = 7,7}$ N/mm² = 7,7 MPa = 77 Bars

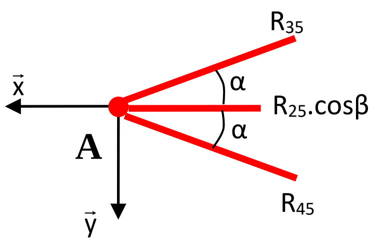
Q.10. p_4 = 77 Bars < 350 Bars → C.d.C.F. largement validé !

PARTIE 2

Q.11. On isole le patin 5 seul et on effectue le BAME.

- Action de 2 → 5
- Action de 3 → 5
- Action de 4 → 5
- Action du sol → 5





Q.12.

$$Z_{35} = Z_{45} = Y_{25} = 0$$

Q.13.

$\tan\alpha = \frac{400}{1200} \to \alpha = \arctan\frac{400}{1200} = 18,4°$ $\tan\beta = \frac{800}{1200} \to \beta = \arctan\frac{800}{1200} = 33.7°$

Q.14. On applique le PFS au patin 5 et on projette le théorème de la résultante statique sur les 3 axes, attention aux projections des vecteurs $\vec{u_i}$!

$-R_{25}.\cos\beta - (R_{45} + R_{35}).\cos\alpha = 0$ (4)
$(-R_{35} + R_{45}).\sin\alpha = 0$ (5)
$F + R_{25}.\sin\beta = 0$ (6)

(5) → $R_{45} = R_{35}$
(6) → $R_{25} = \frac{-F}{\sin\beta}$
(4) → $R_{45} = F\frac{\cos\beta}{2.\sin\beta.\cos\alpha} = \frac{F}{2.\tan\beta.\cos\alpha}$

Q.15. $F = \frac{M.g}{4} = \frac{36000\times10}{4} = 90000N$
A.N. : $|R_{25}| = \frac{F}{\sin\beta} = \frac{90000}{\sin 38,5} = 162208N \to \boldsymbol{p = \frac{F_{25}}{S} = \frac{162208}{2500.\pi} = 20.7}$ N/mm² = 20.7 MPa = 207 Bars

Q.16. p = 207 Bars < 350 Bars → C.d.C.F. ok.

 Fabien HOSPITAL