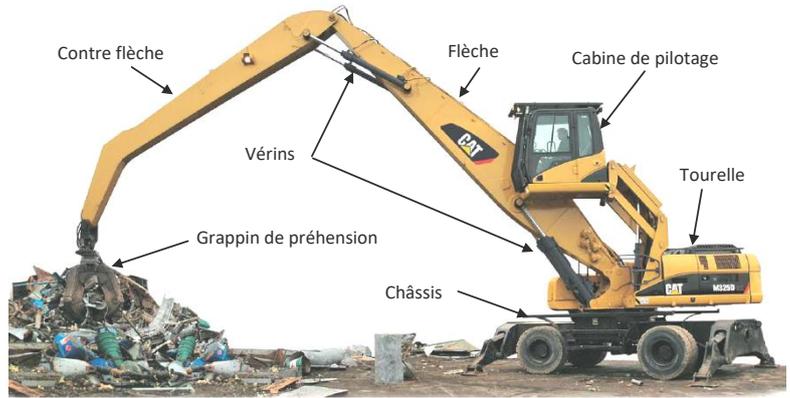


Etude d'un engin de chantier

Les sociétés Caterpillar, Liebherr ou John Deere conçoivent, fabriquent et commercialisent plusieurs engins de chantier dont notamment différents modèles de pelles mécaniques. Le sujet a pour thème l'étude d'une pelle mécanique sur pneus utilisée pour la manutention de ferrailles.



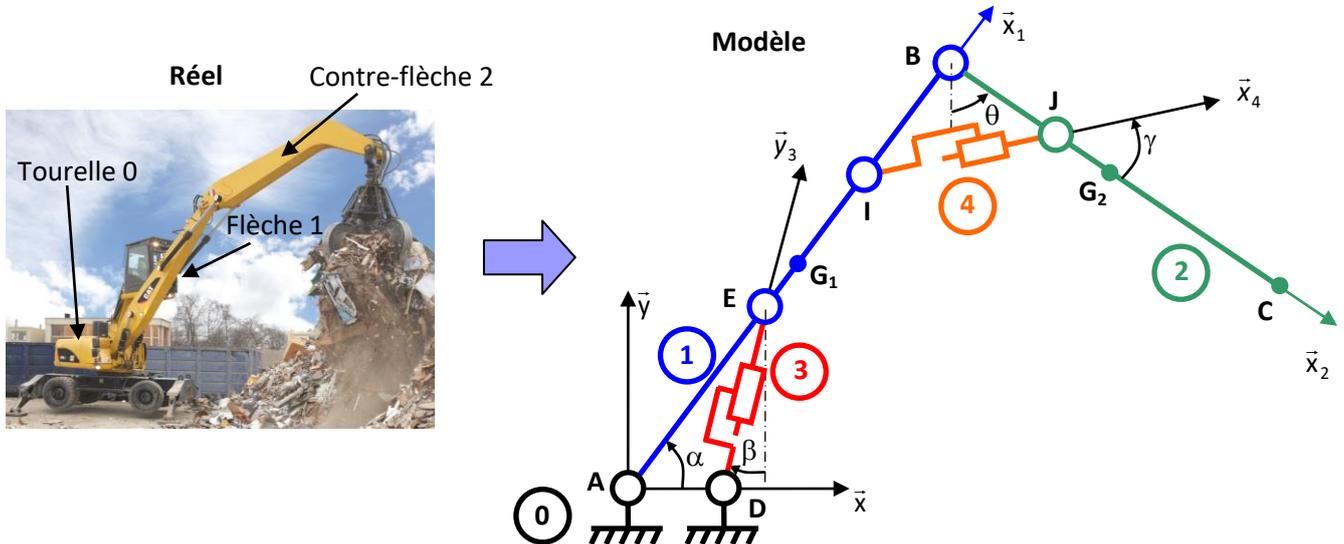
La pelle mécanique étudiée est principalement constituée d'un châssis et d'une tourelle :

- Le châssis est équipé de roues ainsi que de 4 stabilisateurs rétractables.
- La tourelle est positionnée au dessus du châssis et porte le moteur, les organes hydrauliques, le poste de conduite ainsi que le bras de manipulation constitué d'une flèche, d'une contre flèche et d'un grappin. La tourelle est montée en liaison pivot par rapport au châssis de telle sorte qu'elle puisse faire une rotation continue de 360° par rapport au châssis.

L'engin étudié est la version 36 tonnes mais les plus gros modèles de pelles mécaniques peuvent peser jusqu'à 100 tonnes.

PARTIE 1 : Etude statique 2D du bras de manipulation.

L'objectif de cette partie est de déterminer, lors d'une phase de manutention, les pressions dans les vérins de manipulation du bras dont on donne un extrait de cahier de charges fonctionnel ainsi que la modélisation plane simplifiée.



La flèche 1 est en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}) par rapport à la tourelle 0, considéré comme fixe pour cette étude. La contre flèche 2 est en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}) par rapport à la flèche 1. La flèche 1 et la contre flèche 2 sont actionnées respectivement par les vérins 3 et 4 (vérin $i = \text{corps } i + \text{tige } i$ avec $i = 3$ ou 4). Ces vérins sont en liaisons pivot, d'axe \vec{z} , aux points D, E, I et J. Au point C, on retrouve l'attache du grappin de manipulation.

| Exigence | Critère | Niveau |
|---|-----------------------------------|--------------|
| La pression dans le circuit ne doit pas dépasser les valeurs autorisées dans les normes | Pression dans circuit hydraulique | 350 Bar maxi |
| | ... | ... |

Pour ce modèle on considère que :

- Toutes les liaisons sont parfaites,
- La pesanteur est définie telle que $\vec{g} = -g \vec{y}$, $g \approx 10\text{m/s}^2$,
- La flèche 1 est de masse m_1 et a pour centre de gravité G_1 ,
- La contre flèche 2 est de masse m_2 et a pour de centre de gravité G_2 ,
- La contre flèche supporte une charge verticale \vec{F} , due à la manutention de ferrailles, au point C telle que $\vec{F} = -F \vec{y}$,
- Les pressions de l'huile dans les chambres des vérins sont telles que le système reste à l'équilibre,
- Les masses des vérins 3 et 4 sont négligeables devant les autres masses.

Données :

| | | |
|------------------------------|------------------------|---|
| $AB = l_1 = 9\text{m}$ | $BJ = a = 2\text{m}$ | $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_1) ; \alpha = 55^\circ$ |
| $AG_1 = l_1/2 = 4.5\text{m}$ | $AD = d = 1,5\text{m}$ | $\theta = (-\vec{y}, \vec{x}_2) ; \theta = 55^\circ$ |
| $BC = l_2 = 6\text{m}$ | $m_1 = 4000\text{ Kg}$ | $\beta = (\vec{y}, \vec{y}_3) ; \beta = -15^\circ$ |
| $BG_2 = l_2/2 = 3\text{m}$ | $m_2 = 1500\text{ Kg}$ | $\gamma = (\vec{x}_2, \vec{x}_4) ; \gamma = 45^\circ$ |
| | $F = 10\ 000\text{ N}$ | |

Q.1. Effectuer le graphe de structure du système puis y ajouter les actions mécaniques extérieures pour construire le graphe d'analyse.

A- Détermination de la pression dans le vérin 3.

On pose $\{F_{0 \rightarrow 3}\}_D = \begin{bmatrix} X_{03} & L_{03} \\ Y_{03} & M_{03} \\ Z_{03} & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$ avec $\vec{R}_{0 \rightarrow 3} = X_{03}\vec{x} + Y_{03}\vec{y} + Z_{03}\vec{z}$. On pose $\|\vec{R}_{0 \rightarrow 3}\| = R_{03}$.

Q.2. En justifiant votre isolement et votre raisonnement, donner la direction et le sens (on supposera que la structure tend à comprimer le vérin) de l'effort de réaction $\vec{R}_{0 \rightarrow 3}$ du bâti 0 sur le solide 3. Déterminer alors la relation liant R_{03} , X_{03} , et β ainsi que celle liant R_{03} , Y_{03} , et β . En déduire la forme simplifiée du torseur d'action mécanique transmissible $\{F_{0 \rightarrow 3}\}$ en fonction de R_{03} et β , en considérant l'hypothèse plane.

On souhaite maintenant déterminer l'expression littérale de R_{03} en fonction de F , m_1 , m_2 , g , l_1 , l_2 , d , α , θ et β . On isole pour cela l'ensemble $E = 1+2+3+4$ et on applique le Principe fondamental de la Statique au point A.

Q.3. Justifier ce choix d'isolement ainsi que ce choix de point d'application du PFS. Déterminer l'expression littérale de R_{03} . Faire l'application numérique.

Q.4. Pour une section de piston $S = 2500 \pi \text{ mm}^2$, déterminer la pression p_3 en Pascal, puis en bars dans la chambre du vérin 3 nécessaire pour maintenir l'ensemble E à l'équilibre.

Q.5. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

B- Détermination de l'action mécanique R_{42} pour le calcul la pression dans le vérin 4.

On pose $\{F_{2 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} & L_{24} \\ Y_{24} & M_{24} \\ Z_{24} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})}$ avec $\vec{R}_{2 \rightarrow 4} = X_{24}\vec{x}_2 + Y_{24}\vec{y}_2 + Z_{24}\vec{z}$ et $\|\vec{R}_{2 \rightarrow 4}\| = R_{24}$.

Q.6. En justifiant votre isolement et votre raisonnement, donner la direction et le sens (on supposera que la structure tend à comprimer le vérin) de l'effort de réaction $\vec{R}_{2 \rightarrow 4}$ de la contre flèche 2 sur le vérin 4 ? Déterminer la relation liant R_{24} , X_{24} et γ ainsi que celle liant R_{24} , Y_{24} et γ . En déduire la forme simplifiée de $\{F_{2 \rightarrow 4}\}$ en fonction de R_{24} et γ .

Q.7. On souhaite maintenant déterminer l'expression de R_{42} . Pour ce calcul de R_{42} , choisir le sous ensemble adéquat à isoler (le définir clairement). Une seule équation scalaire du PFS est utile, identifier et définir clairement cette équation.

Q.8. Déterminer l'expression littérale de R_{42} en fonction de F , a , m_2 , g , l_2 , θ et γ . Faire l'application numérique pour R_{42} .

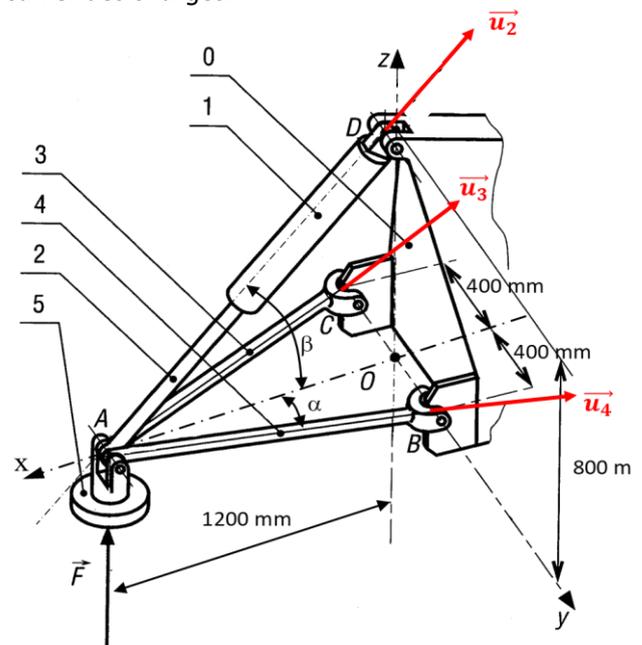
Q.9. Pour une section de piston $S = 2500 \pi \text{ mm}^2$, déterminer la pression p_4 en Pascal, puis en bars dans la chambre du vérin 4 nécessaire pour maintenir la contre flèche 2 à l'équilibre.

Q.10. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

PARTIE 2 : Etude statique 3D du bras d'un pied de stabilisation du châssis.

L'objectif de cette partie est de déterminer les expressions des actions mécaniques exercées dans les deux barres et dans le vérin de manipulation dont on donne un extrait de cahier des charges.

Le pied se compose d'un patin 5, de deux barres 3 et 4 et d'un vérin hydraulique de manœuvre 1+2 (1= corps, 2 = tige). Les barres sont articulées en B et C sur le châssis 0 et en A sur le patin. Le vérin est articulé en A sur 5 et en D sur le bâti. On considère que les liaisons en A, B, C, D sont des liaisons rotules de centre de même nom. **Les angles α et β représentés sur la figure ci-contre sont indépendants des parties précédentes.** On note \vec{u}_2 , \vec{u}_3 et \vec{u}_4 les vecteurs directeurs respectifs des vecteurs \vec{AD} , \vec{AC} et \vec{AB} .



Pour ce modèle :

- Toutes les liaisons sont parfaites,
- Les poids des différents éléments sont négligés,
- L'action du sol sur le patin est modélisée par une charge verticale \vec{F} au point A telle que $\vec{F} = F \vec{z}$,

- La pression de l'huile dans la chambre du vérin est telle que le système reste à l'équilibre,

On utilisera le formalisme suivant pour l'écriture des actions mécaniques. Ainsi on notera par exemple :

$\{F_{2 \rightarrow 5}\} = \begin{Bmatrix} X_{25} & 0 \\ Y_{25} & 0 \\ Z_{25} & 0 \end{Bmatrix}_{A,(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$ avec $\vec{R}_{2 \rightarrow 5} = X_{25}\vec{x} + Y_{25}\vec{y} + Z_{25}\vec{z}$.

| Exigence | Critère | Niveau |
|---|---|----------------------------|
| La pression dans le circuit ne doit pas dépasser les valeurs autorisées dans les normes | ... Pression dans circuit hydraulique ... | ... 350 Bar maxi ... |

Q.11. Isoler le patin 5 et faire le BAME.

Q.12. Dessiner, en les justifiant, les directions des actions mécaniques listées en Q12 sur 2 schémas en 2D : un premier schéma dans le plan (A, \vec{x}, \vec{y}) et un second dans le plan (A, \vec{x}, \vec{z}) en faisant clairement apparaître les angles α et β lorsque c'est possible sur ces schémas plans. Quelles sont les composantes d'efforts qui sont nulles ?

Pour la suite, on notera ainsi $\vec{R}_{2 \rightarrow 5} = R_{25} \vec{u}_2$, $\vec{R}_{3 \rightarrow 5} = R_{35} \vec{u}_3$ et $\vec{R}_{4 \rightarrow 5} = R_{45} \vec{u}_4$, avec R_{25} , R_{35} et R_{45} algébriques.

Q.13. Calculer les angles α et β en fonction des dimensions définies.

Q.14. Appliquer le PFS au patin 5 et déterminer les expressions littérales des actions mécaniques exercées dans les deux barres et dans le vérin en fonction de F , α et β à partir des 3 équations scalaires issues du théorème de la résultante statique.

Q.15. On suppose que la masse de la pelle ($M = 36$ Tonnes) est également répartie sur les 4 patins de stabilisation. Pour une section de piston $S = 2500 \pi \text{ mm}^2$, déterminer la pression p en Pascal, puis en bars dans la chambre du vérin nécessaire pour maintenir le pied de stabilisation à l'équilibre.

Q.16. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.