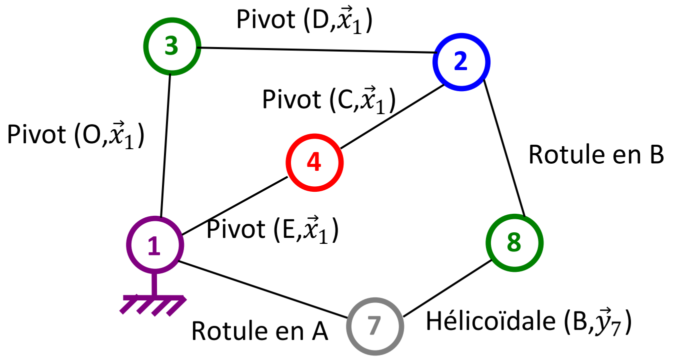
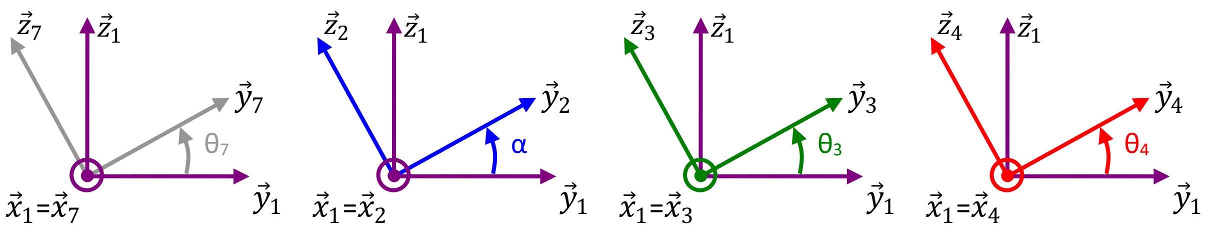
Traineau pendulaire 2.1® du père Noel - Corrigé

Q.1. Paramètre d'entrée : $\lambda(t)$ et paramètre de sortie : α

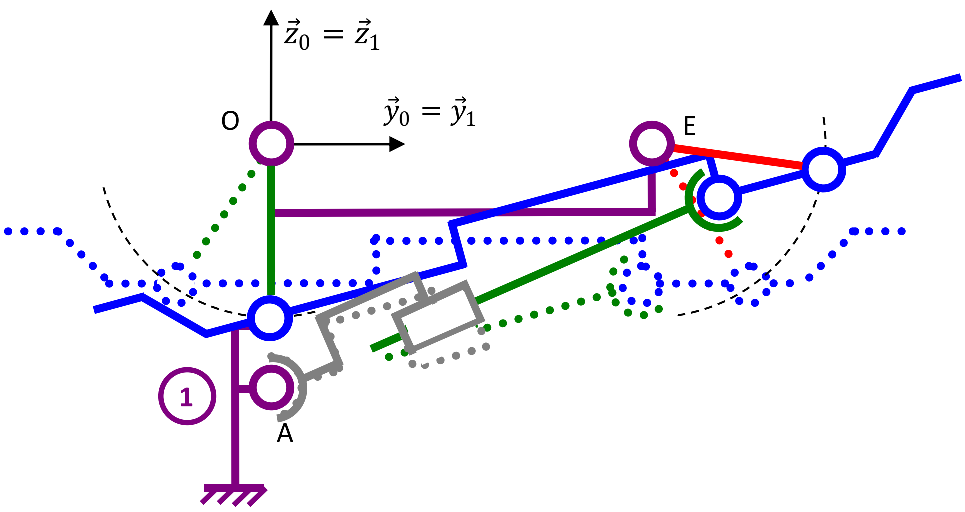
Q.2. Graphe des liaisons



Q.3. Figures géométrales



Q.4.



Pour cette configuration $\alpha \approx 15° = \alpha_{max}$ → l'exigence du cahier des charges est validée.

Q.5. Graphiquement on mesure une longueur AB de 6,4 cm soit 1,28m < 1,5 m du cahier des charges → l'exigence du cahier des charges est validée.

Q.6. Fermeture géométrique (OABD) : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DO} = \vec{0} \rightarrow -a.\vec{z}_0 + \lambda(t).\vec{y}_7 - b.\vec{y}_2 - d.\vec{y}_3 = \vec{0}$

Q.7. On projette dans b0 : $\begin{matrix}\vec{y}_0 \\ \vec{z}_0\end{matrix}\begin{cases} \lambda(t).cos\,\theta_7 - b.cos\,\alpha - d.cos\,\theta_3 = 0 \\ -a + \lambda(t).sin\,\theta_7 - b.sin\,\alpha - d.sin\,\theta_3 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \lambda(t).cos\,\theta_7 = b.cos\,\alpha + d.cos\,\theta_3 \\ \lambda(t).sin\,\theta_7 = a + b.sin\,\alpha + d.sin\,\theta_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \lambda^2(t).cos^2\,\theta_7 = (b.cos\,\alpha + d.cos\,\theta_3)^2 \\ \lambda^2(t).sin^2\,\theta_7 = (a + b.sin\,\alpha + d.sin\,\theta_3)^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \lambda^2(t) = (b.cos\,\alpha + d.cos\,\theta_3)^2 + (a + b.sin\,\alpha + d.sin\,\theta_3)^2$$

$\rightarrow \lambda(t) = \sqrt{(b.\cos\alpha + d.\cos\theta_3)^2 + (a + b.\sin\alpha + d.\sin\theta_3)^2}$

Pour $\theta_3 = -90°$: $\rightarrow \lambda(t) = \sqrt{(b.\cos\alpha)^2 + (a + b.\sin\alpha - d)^2}$
$\rightarrow \lambda(t) = \sqrt{(1{,}24 \times \cos 15°)^2 + (0{,}64 + 1{,}24 \times \sin 15° - 0{,}46)^2}$=1,29 m valeur identique à la précision du tracé prêt !

Q.8. on a : $\overrightarrow{\Omega_{7/1}} = \dot{\theta}_7.\vec{x}_1$; $\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\alpha}.\vec{x}_1$; $\overrightarrow{\Omega_{3/1}} = \dot{\theta}_3.\vec{x}_1$; $\overrightarrow{\Omega_{4/1}} = \dot{\theta}_4.\vec{x}_1$

Q.9. $\overrightarrow{V_{B,8/1}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{AB}\Big|_1 = \frac{d}{dt}\lambda(t).\vec{y}_7\Big|_1 = \dot{\lambda}(t).\vec{y}_7 + \lambda(t).\dot{\theta}_7.\vec{z}_7$

Q.10. $\overrightarrow{V_{B,8/1}} = \overrightarrow{V_{B,8/7}} + \overrightarrow{V_{B,7/1}}$ (composition de mouvement) avec :

$\overrightarrow{V_{B,8/7}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{AB}\Big|_7 = \dot{\lambda}(t).\vec{y}_7$ (champ des vitesses)
$\overrightarrow{V_{B,7/1}} = \overrightarrow{V_{A,7/1}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{7/1}} = -\lambda(t).\vec{y}_7 \wedge \dot{\theta}_7.\vec{x}_7 = \lambda(t).\dot{\theta}_7.\vec{z}_7$ (champ des vitesses)

D'où : $\overrightarrow{V_{B,8/1}} = \dot{\lambda}(t).\vec{y}_7 + \lambda(t).\dot{\theta}_7.\vec{z}_7$

Q.11. On a $\overrightarrow{V_{B,8/1}} = \overrightarrow{V_{B,8/2}} + \overrightarrow{V_{B,2/1}}$ (composition de mouvement)
D'autre part $\overrightarrow{V_{C,2/1}} = \overrightarrow{V_{B,2/1}} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\lambda}(t).\vec{y}_7 + \lambda(t).\dot{\theta}_7.\vec{z}_7 - c.\vec{y}_2 \wedge \dot{\alpha}.\vec{x}_2 = \dot{\lambda}(t).\vec{y}_7 + \lambda(t).\dot{\theta}_7.\vec{z}_7 + c.\dot{\alpha}.\vec{z}_2$

On peut aussi trouver cette expression $\overrightarrow{V_{C,2/1}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{EC}\Big|_1 = \frac{d}{dt}d.\vec{y}_4\Big|_1 = d.\dot{\theta}_4.\vec{z}_4$ (+ simple certes mais on n'a pas d'informations sur $\dot{\theta}_4$!)

Q.12.

$$\overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{V_{C,2/1}}\Big|_1 = \frac{d}{dt}\dot{\lambda}(t).\vec{y}_7 + \lambda(t).\dot{\theta}_7.\vec{z}_7 + c.\dot{\alpha}.\vec{z}_2\Big|_1$$
$$= \ddot{\lambda}(t).\vec{y}_7 + \dot{\lambda}(t).\dot{\theta}_7.\vec{z}_7 + \dot{\lambda}(t).\dot{\theta}_7.\vec{z}_7 + \lambda(t).\ddot{\theta}_7.\vec{z}_7 - \lambda(t).\dot{\theta}_7^{\,2}.\vec{y}_7 + c.\ddot{\alpha}.\vec{z}_2 - c.\dot{\alpha}^2.\vec{y}_2$$

Dans B_7 seul z_2 et y_2 sont à projeter : $\vec{z}_2 = \cos(\alpha - \theta)\vec{z}_7 - \sin(\alpha - \theta)\vec{y}_7$
$\vec{y}_2 = \cos(\alpha - \theta)\vec{y}_7 + \sin(\alpha - \theta)\vec{z}_7$

Donc

$$\overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}} = \left|\begin{array}{l} 0 \\ \ddot{\lambda}(t) - \lambda(t).\dot{\theta}_7^{\,2} - c.\ddot{\alpha}.\sin(\alpha-\theta) - c.\dot{\alpha}^2.\cos(\alpha-\theta) \\ 2.\dot{\lambda}(t).\dot{\theta}_7 + \lambda(t).\ddot{\theta}_7 + c.\ddot{\alpha}.\cos(\alpha-\theta) - c.\dot{\alpha}^2.\sin(\alpha-\theta) \end{array}\right._{B_7}$$

Q.13
α=cste donc $\dot{\alpha} = \ddot{\alpha} = 0$ ainsi

$$\overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}} = \left|\begin{array}{l} 0 \\ \ddot{\lambda}(t) - \lambda(t).\dot{\theta}_7^{\,2} \\ 2.\dot{\lambda}(t).\dot{\theta}_7 + \lambda(t).\ddot{\theta}_7 \end{array}\right._{B_7} \Rightarrow \left\|\overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}}\right\| = \sqrt{\left(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t).\dot{\theta}_7^{\,2}\right)^2 + \left(2.\dot{\lambda}(t).\dot{\theta}_7 + \lambda(t).\ddot{\theta}_7\right)^2}$$

AN : $\left\|\overrightarrow{\Gamma_{C,2/1}}\right\| = 1{,}9 m.s^{-2}$