

Devoir à la maison n° 7

Exercice 1. Soit m dans \mathbb{R} . En utilisant la méthode du pivot, résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ x + 2my - 4mz = 1 - 2m \\ mx + y - mz = 1 \end{cases} .$$

On précisera, selon les valeurs de m , le nombre de pivots et de paramètres du système, et on décrira précisément l'ensemble des solutions obtenu.

Exercice 2. On veut calculer les puissances de la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Soit $P = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Montrer que P est inversible et déterminer sa matrice inverse.
2. Calculer $D = P^{-1}MP$, et vérifier que cette matrice est diagonale.
3. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, M^n = PD^nP^{-1}$.
4. En déduire M^n , pour tout n dans \mathbb{N} .