

Khôle n° 6

Après avoir fait la sieste sous un arbre à $L = 20$ m de la ligne d'arrivée, le lièvre s'est réveillé alors que la tortue le devance de $l = 19,5$ m à la vitesse de $v_t = 0,25$ m/s.

Si le lièvre désorienté peut accélérer à $a = 9$ m/s² jusqu'à sa vitesse maximale de $v = 18$ m/s et soutenir cette vitesse, est-ce qu'il pourra gagner ? Schéma et calcul littéral exigé.

Une grenouille saute d'un nénuphar au nénuphar voisin suivant une courbe qui a pour équation (y et x en mètre) :

$$y = -3.72x^2 + 1.43x$$

dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . (Ox) horizontal et (Oy) vertical.

Déduire par l'usage des outils mathématiques classiques (équation du 1^{er} et 2nd degré, dérivation, etc...)

a- la longueur de son saut au cm près.

b- la hauteur, au cm près, atteinte ?

Faire un schéma.

1°) Une voiture avance sur une route droite à la vitesse v_0 constante. Exprimer la distance l parcourue pendant la durée Δt .

Calculer l pour $\Delta t = 1,0$ s et $v_0 = 50$ km.h⁻¹.

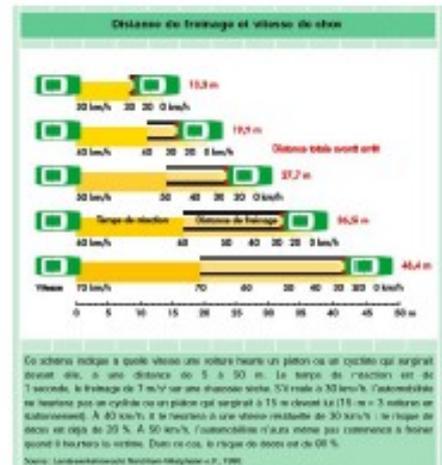
2°) A $t = 0$, le véhicule à la vitesse v_0 précédente, freine avec une accélération constante de valeur $a = 7,0$ m.s⁻².

a- Sur un axe Ox , parallèle à la route, représenter en O le vecteur vitesse \vec{v}_0 ainsi que le vecteur accélération. Il sera choisi des échelles de représentation adaptées.

b- Établir les expressions de $v(t)$ et $x(t)$.

c- Calculer la distance de freinage.

3°) Retrouvez vous à partir des questions précédentes, l'indication donnée dans le document ci-dessus ?



Une voiture V à la vitesse constante $v_2 = 100$ km.h⁻¹ dépasse une voiture de police à la vitesse $v_1 = 90$ km.h⁻¹, c'est-à-dire la limite légale dans cette zone.

Lorsque l'avant du véhicule V se situe à la distance $d = 20$ m de celui de la police, à la date t que nous choisissons nulle, la voiture de police accélère d'une valeur a constante.

1°) Exprimer la position x_1 de l'avant du véhicule de police en fonction du temps.

2°) Exprimer la position x_2 de l'avant du véhicule V en fonction du temps.

3°) La police atteint le même niveau que le véhicule qui le précédait, après une durée $t = 2,0$ s. Quelle a été la valeur de son accélération ?



Khôle n° 6

1/



À $t=0$, la tortue a parcouru la distance $l = x_0 = 13,5 \text{ m}$.

$$v_f = \text{cte} \Rightarrow x_f = v_f \cdot t + l$$

À $t=0$, le lièvre démarre avec une vitesse initiale nulle.

$$a_L = \text{cte} \Rightarrow a_L \cdot t \Rightarrow x_L = \frac{1}{2} a_L t^2$$

Le lièvre atteint sa vitesse maximale à l'instant $t_{\text{max}} = \frac{v_L}{a_L} = 2 \text{ s}$

À cet instant, il aura parcouru $x_L(t_{\text{max}}) = 18 \text{ m}$.

la tortue aura parcouru $x_f(t_{\text{max}}) = 20 \text{ m}$.

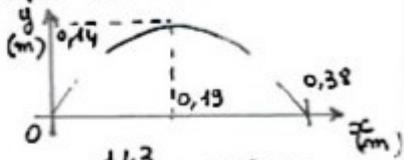
La tortue a donc atteint la ligne d'arrivée avant le lièvre.

2/ a) la longueur l du saut est donnée par l'équation $y=0$

$$y(l) = 0 = -3,72 \cdot l^2 + 1,43 \cdot l = l(-3,72 \cdot l + 1,43)$$

2 solutions : $l = 0$ (point de départ du saut)

$$l = 0,38 \text{ m} = 38 \text{ cm}$$



b) la hauteur atteinte est donnée par y_{max}

$$\frac{dy}{dx} = 0 = -7,42 x_{\text{max}} + 1,43 \Rightarrow x_{\text{max}} = \frac{1,43}{7,42} = 0,19 \text{ m}$$

$$\Rightarrow y_{\text{max}} = y(x=0,19) = 0,14 \text{ m} = 14 \text{ cm}$$

1. La voiture a un mouvement rectiligne et uniforme donc :

$$v = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow l = v \cdot \Delta t = 14 \text{ m}$$



2.b.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ soit en projection sur l'axe horizontal Ox :

$$a_x = -a = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow v_x = -a \cdot t + v_0$$

car à $t=0$, la voiture est en O avec la vitesse v_0 .

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x = \frac{-1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$$

car à $t=0$ la voiture est en O soit $x=0$

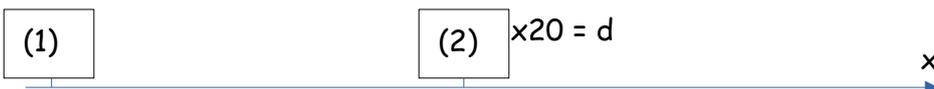
2.c. La distance de freinage correspond à l'annulation de la vitesse.

$$v_x = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}$$

$$l = \frac{-1}{2} a \cdot \left(\frac{v_0}{a}\right)^2 + v_0 \cdot \left(\frac{v_0}{a}\right) = \frac{v_0^2}{2a} = 14 \text{ m}$$

3. Le temps de réaction étant de 1 s avec une vitesse de 50 km/h, la distance parcourue est de 14 m, à laquelle on ajoute une distance de freinage de 14 m soit 28 m en tout. Le document donne la valeur de 27,7 m ce qui correspond à 1% près à la valeur calculée.

1. Schéma du problème à $t = 0$:



En tenant compte des conditions initiales de l'avant de la voiture de police :

$$a_x = a = \frac{dv_x}{dt} \quad v_x = a \cdot t + v_1$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_1 \cdot t$$

2. En tenant compte de l'avant de la voiture V en mouvement rectiligne et uniforme :

$$x_2 = v_2 \cdot t + d$$

3. Lorsque la police atteint le même niveau que le véhicule qui le précédait, $x_1 = x_2$

ce qui donne après développement du calcul : $a = 2 \cdot \frac{d + (v_2 - v_1) \cdot t}{t^2} = 13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$