

Devoir maison n°3

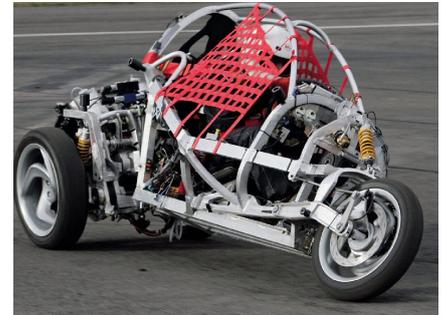
Cet énoncé comporte 12 pages numérotées de 1 à 12. Tous les documents doivent être rendus (sujet entier + documents réponse). Les résultats doivent être encadrés. L'écriture doit être de préférence à l'encre bleue et non pas au crayon à papier. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

CLEVER Véhicule pendulé

Un consortium européen a lancé un projet visant à développer un nouveau concept de véhicule adapté à la circulation en ville : le projet CLEVER. Ce véhicule urbain pour deux personnes offre le confort et la sécurité de voitures traditionnelles (carrosserie intégrale) tout en procurant les sensations de conduite d'une moto. Un prototype est aujourd'hui opérationnel. BMW étudie les possibilités d'industrialisation

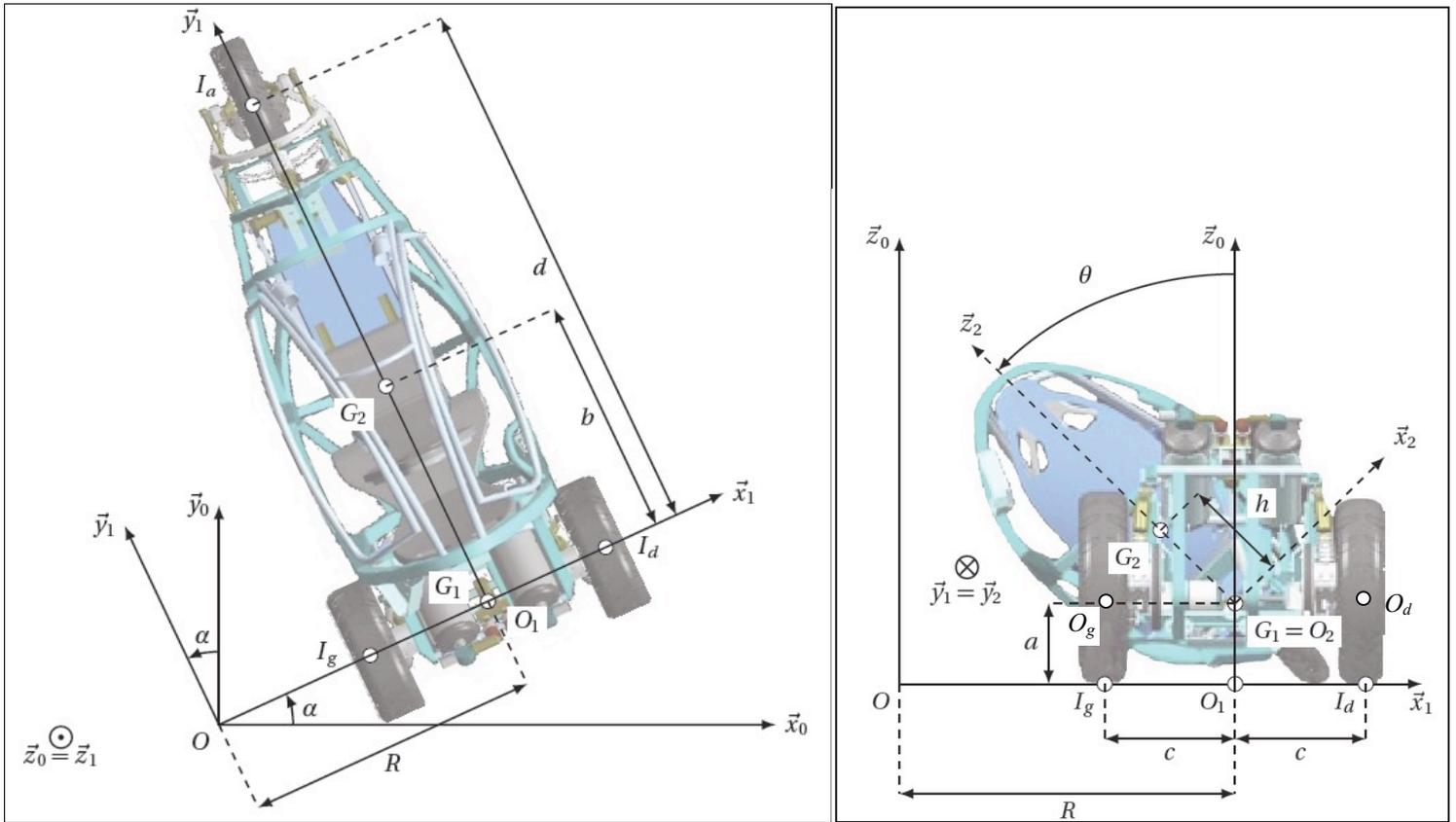


On s'intéresse dans ce sujet au système de pendulation. L'objectif de sa conception est d'atteindre un angle optimal en régime établi de manière à respecter le cahier des charges (éviter le basculement et limiter l'accélération centripète ressentie par le conducteur).



Le cahier des charges partiel relatif au projet est le suivant :

Exigences	Critères	Niveaux
Le système doit permettre le transport	Vitesse de pointe	100 km/h
	Nombre d'occupants	2
	Nombre de roues	3
	Dimensions	Longueur : 3086 mm Largeur : 938 mm Hauteur 1388 mm Distance entre roues avant et arrière : 2450 mm Ecartement des roues arrière : 835 mm Diamètre des roues : 71 cm
Le système doit assurer la sécurité	Temps d'accélération de 0 à 60 km/h	< 7s
	Inclinaison de la cabine	± 45°
	Vitesse limite en virage serré avant basculement	50 km/h pour un virage de rayon 30 m



Vue de dessus

Vue de derrière

On note $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère associé au sol (0), supposé galiléen. Deux classes d'équivalence sont considérées : le châssis noté (1) et la cabine notée (2).

Le châssis (1) est en mouvement de rotation par rapport au sol (0) autour d'un axe (O, \vec{z}_0) . On associe le repère $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ au châssis (1) et on note $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ l'angle de rotation de (1) par rapport à (0). On notera $\omega = \dot{\alpha}$ la vitesse angulaire du véhicule. On note R le rayon du virage tel que $\vec{OO}_1 = R \cdot \vec{x}_1$

La vitesse définie dans le cahier des charges est celle du point O_1 : $\vec{V}_{O_1/0} = V \cdot \vec{y}_1$

La cabine (2) est en liaison pivot d'axe (O_2, \vec{y}_1) avec le châssis (1). On associe le repère $R_2 = (O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ à la cabine (2) et on pose $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ l'angle de rotation de la cabine (2) par rapport au châssis (1) (angle de pendulation).

	Châssis (1)	Cabine (2)
Masse	m	M
Position du centre d'inertie	$\vec{O_1G_1} = a \cdot \vec{z}_0$	$\vec{O_2G_2} = h \cdot \vec{z}_2 + b \cdot \vec{y}_1$ (avec $O_2 = G_1$ pour simplifier)

1. Etude analytique du système de pendulation

On souhaite déterminer l'angle de pendulation optimal θ_d qui permette de minimiser l'accélération ressentie en virage.

Q1. Faire les figures géométrales et exprimer les vecteurs vitesse instantané de rotation $\vec{\Omega}_{1/0}, \vec{\Omega}_{2/1}, \vec{\Omega}_{2/0}$

Q2. Donner l'expression de $\overrightarrow{V}_{G_2,2/0}$, vitesse de 2 par rapport à 0 au point G_2 .
 Q3. Donner l'expression de $\overrightarrow{a}_{G_2,2/0}$, accélération de 2 par rapport à 0 au point G_2 .

Le régime permanent est obtenu rapidement en virage et dans ces conditions $\dot{\theta} = cste$ et $\dot{\alpha} = \omega = cste$

Q4. Donner alors l'expression simplifiée de l'accélération $\overrightarrow{a}_{G_2,2/0}$. Exprimer la ensuite dans la base R_1

L'accélération de pesanteur est notée $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$ avec $g=10m.s^{-2}$

Q5. Calculer l'accélération transversale ressentie par le conducteur $a_r = (\overrightarrow{a}_{G_2,2/0} - \vec{g}) \cdot \vec{x}_2$ en fonction de R , h , g , θ et ω

On note θ_d l'angle de pendulation optimal permettant d'obtenir une accélération transversale ressentie nulle.

Q6. Sachant que $R \gg h$, donner l'équation simplifiée que doit vérifier l'angle θ_d . L'angle θ_d variant dans l'intervalle $[-45, 45]$, proposer une relation linéaire entre θ_d , R , ω et g .

Q7. Estimer l'angle θ_d nécessaire pour assurer le critère du cahier des charges en ce qui concerne la vitesse limite en virage serré avant basculement.

Remarque : Il est possible de montrer par des considérations géométriques que l'angle θ_d peut être estimé à l'aide des informations d'angle au volant et de vitesse d'avance du véhicule (on obtient alors une estimation de R et ω).

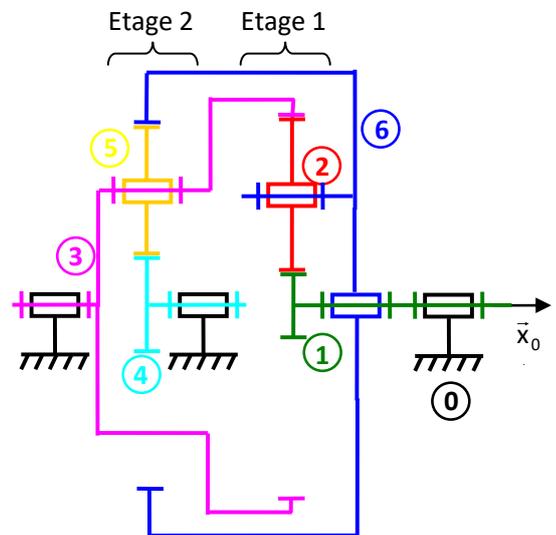
2. Etude de la motorisation et de la transmission

La transmission du Clever est composée d'une boîte automatique de vitesse représentée sur le schéma cinématique suivant. La boîte est composée de 2 étages de trains épicycloïdaux dont la sortie et l'entrée peut varier en fonction des rapports de réduction désirés. Les différents rapports de réduction dépendent des solides qui sont bloqués dans la les trains épicycloïdaux. Les embrayages, qui permettent notamment d'automatiser le comportement de la boîte en bloquant les différentes pièces ne sont pas représentés ici.

L'arbre de sortie (relié aux roues) est toujours 3

Il y a 4 configurations possibles :

- 1- Le pignon 1 est bloqué, 6 est alors l'entrée
- 2- Les pièces 1 et 6 sont liées ($\omega_{1/0} = \omega_{6/0}$), 1 est l'entrée
- 3- Le pignon 4 est bloqué, 1 est l'entrée
- 4- La couronne 6 est bloquée, 1 est l'entrée



Q8. Compléter le tableau 1 du document réponse en utilisant notamment les contraintes géométriques données par les diamètres des roues.

Q9. En déduire la raison basique des deux étages de train épicycloïdaux : λ_1 et λ_2 puis écrire les 2 relations liant $\lambda_1, \lambda_2, \omega_{1/0}, \omega_{3/0}, \omega_{4/0}$ et $\omega_{6/0}$.

Q10. Compléter le tableau 2 **en justifiant sur votre copie** les valeurs des rapports de réduction de la boîte de vitesse dans les 4 configurations possibles.

Écrire la formule analytique, puis avec l'application numérique, déterminer s'il s'agit d'un cas de réduction ou de multiplication ainsi que le numéro de la vitesse de boîte correspondant.

Q11. Le Clever possède un réducteur supplémentaire de rapport 0.14 positionné entre le moteur et la boîte de vitesse.

En prenant comme hypothèse que la vitesse maximale de Clever est atteinte en ligne droite (c'est à dire pour un rapport de réduction entre la boîte de vitesse et les roues égal à 1) et pour le plus grand rapport de la boîte de vitesse, déterminer la vitesse maximale du moteur correspondant au cahier des charges.

Donner la vitesse moteur en tr/min

3. Vérification du non glissement de l'essieu arrière

On s'intéresse ici à la rotation des roues de l'essieu arrière. On note 3 la roue arrière gauche et 4 la roue arrière droite et θ_3 et θ_4 les rotations respectives des roues tel que : $\theta_3 = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{z}_1, \vec{z}_3)$ et $\theta_4 = (\vec{y}_1, \vec{y}_4) = (\vec{z}_1, \vec{z}_4)$ avec les repères $R_3 = (O_g, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ et $R_4 = (O_d, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ associées aux roues 3 et 4. On notera a le rayon des roues.

Q12. Écrire le roulement sans glissement aux points I_g et I_d

Q13. En déduire la relation entre $\dot{\theta}_3, V, \dot{\alpha}, a$ et c , ainsi que celle entre $\dot{\theta}_4, V, \dot{\alpha}, a$ et c .

Q14. Connaissant la relation entre $V, \dot{\alpha}$ et R déterminée dans la première partie, écrire $\dot{\theta}_3$ et $\dot{\theta}_4$ en fonction de V, R, c et a .

Q15. Faire l'application numérique pour la vitesse limite en virage serré avant basculement. (**$c=60\text{cm}$**)

Q16. Conclure sur la vitesse de rotation des deux roues et donner la technologie utilisée dans la transmission pour permettre cette situation.

4. Validation des critères principaux de la fonction technique « Transmettre la puissance mécanique »

Objectif. — L'objectif de cette partie est de vérifier l'aptitude de la chaîne d'énergie choisie par le constructeur à valider certains critères de la fonction technique « Transmettre la puissance mécanique » qui a été proposée pour assurer la fonction technique FT1 « Modifier l'inclinaison de l'habitacle ». Pour cela, on mettra en place un modèle de comportement suffisamment pertinent pour appréhender les caractéristiques principales du comportement du système réel.

Fonction technique	Critères d'appréciation	Niveau
FT12 Transmettre la puissance mécanique	<ul style="list-style-type: none"> • Amplitude de mouvement • Vitesse de rotation 	<ul style="list-style-type: none"> • -45° à $+45^\circ$ • de -45° à $+45^\circ$ en 1,5 s
FT13 Contrôler le mouvement de l'habitacle	<ul style="list-style-type: none"> • Écart de trainage pour une entrée en rampe unitaire • Écart dynamique • Temps de réponse à 5 % • Marge de phase 	<ul style="list-style-type: none"> • 0° • $< 1^\circ$ • $\leq 0,1$ s • comprise entre 45° et 50°

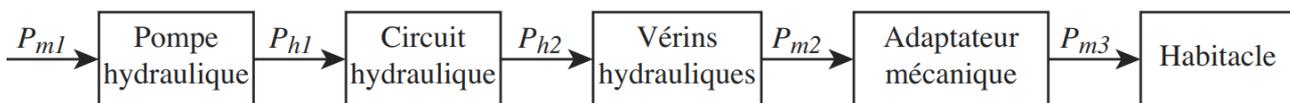
4.1. Description du système d'inclinaison de l'habitacle

Le système d'inclinaison de l'habitacle est assuré par un système constitué :

- d'un calculateur qui détermine le mouvement et la position à donner à l'habitacle en fonction des conditions d'utilisation ;
- d'un système hydro-mécanique de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement ;
- d'un système de contrôle de l'inclinaison de l'habitacle.

La chaîne de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement est composée (Figure 1) :

- d'une pompe à engrenages actionnée par le moteur à gaz via un système de poulies/courroie ;
- d'un circuit hydraulique ;
- de 2 vérins hydrauliques simple effet de diamètre 32 mm pour chaque piston et de 200 mm de course;
- d'un système mécanique d'adaptation de mouvement afin de transformer le mouvement de translation des tiges des vérins en rotation de l'habitacle.



P_{mi} : puissance mécanique P_{hi} : puissance hydraulique

Figure 1 : Chaîne de transmission de puissance

Les deux vérins hydrauliques transforment la puissance hydraulique venant du servo-distributeur afin d'incliner l'habitacle. Ceux-ci sont disposés entre l'habitacle et le châssis du module arrière de propulsion. Le calculateur autorise ou non, l'alimentation en huile de l'un des vérins provoquant la sortie de tige, pendant que l'huile s'évacue de l'autre vérin. Ainsi l'habitacle s'incline du côté opposé au vérin alimenté. Lorsque l'habitacle est en position centrale, les tiges de vérin sont en position médiane.

4.2. Détermination du gain statique du servo-distributeur

4.2.1. Données et hypothèses

L'orientation de l'habitacle est contrôlée par un asservissement de la position angulaire. L'architecture de cet asservissement est représentée par le schéma-bloc de la Figure II.3. Le temps de réponse du servo-distributeur est suffisamment faible pour que l'on puisse modéliser son comportement par un gain pur noté K_s . Le comportement du capteur est supposé linéaire dans la gamme d'utilisation qui nous intéresse ici. On pose :

$$H_c(p) = C \quad \text{avec} \quad C = 1 \text{ V/rad}$$

Le correcteur est réduit dans un premier temps à un gain pur unitaire. A ce stade de l'étude, le modèle de comportement du fluide correspond à un comportement incompressible.

L'équation caractérisant le comportement du vérin est alors :

$$q(t) = S \cdot \dot{\lambda}(t)$$

Où :

- S représente la section utile du vérin en sortie de tige ;
- q est le débit en entrée de vérin ;
- $\dot{\lambda} = d\lambda/dt$ est la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au corps.
- $H_{am}(p) = 400 \cdot \frac{\pi}{180}$

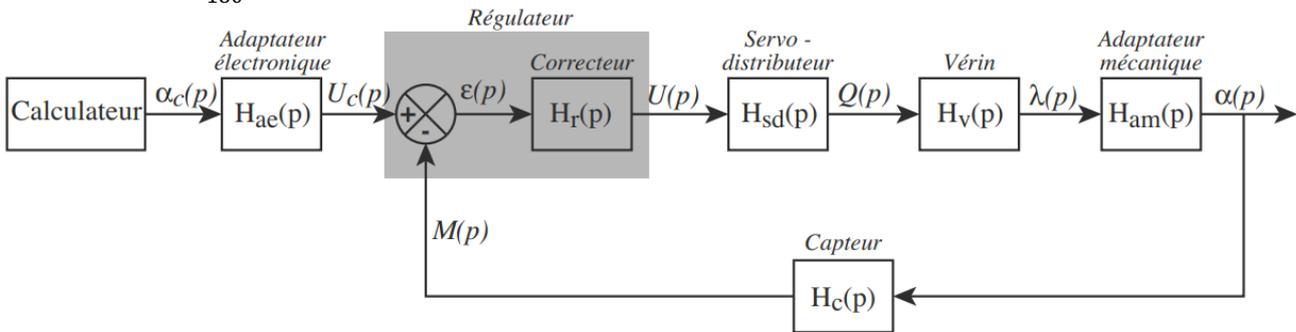


Figure 2 : Architecture générale du contrôle de l'orientation de l'habitacle

4.2.2. Détermination du gain du servo-distributeur

Q17. Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_{v1}(p)$ (telle que $\lambda(p) = H_{v1}(p) \cdot Q(p)$) et compléter sur le document réponse le schéma-bloc associé à la modélisation actuelle du système.

Q18. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF_1$ (telle que $\alpha(p) = FTBF_1(p) \cdot \alpha_c(p)$) du système bouclé. La mettre sous la forme canonique suivante et préciser les expressions de K_1 et de τ_1 . A partir du critère de temps de réponse à 5 % ($tr_{5\%}$) du système, déterminer l'expression puis la valeur numérique minimale du gain du servo-distributeur K_s .

$$FTBF_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$$

4.2.3. Analyse des caractéristiques prévues par le modèle

On cherche ici à déterminer les caractéristiques de la régulation de la position angulaire de l'habitacle prévu par le modèle construit précédemment.

On place un intégrateur dans le régulateur. On a alors :

$$H_r(p) = \frac{1}{p}$$

Q19. Sur le document réponse, Tracer le diagramme de bode asymptotique en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)=M(p)/\alpha_c(p)$.

La marge de phase étant définie comme le supplément de phase du système en boucle ouverte par rapport à -180° lorsque le gain atteint 1 (ou 0 dB).

Q20. Donner la valeur de la marge de phase. Conclure.

4.3. Modélisation du comportement dynamique

L'hypothèse d'incompressibilité formulée dans la partie précédente conduit à un modèle purement cinématique qui ne tient pas compte des effets dynamiques. On choisit d'utiliser un modèle de fluide compressible pour affiner l'analyse du comportement dynamique. L'étude est réalisée en considérant le véhicule Clever à l'arrêt en vue d'effectuer des premiers tests.

4.3.1. Modélisation du comportement du vérin avec fluide compressible

La compressibilité du fluide étant prise en compte dans le modèle, l'évolution du débit est une fonction du déplacement mais aussi de la pression sous la forme de la relation (1). L'effort exercé par le vérin en sortie de tige est décrit par la relation (2).

$$q(t) = S \cdot \dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B} \cdot \dot{p}_r(t) \quad (1) \quad \text{et} \quad F_V(t) = S \cdot p_r(t) \quad (2)$$

Où :

- $p_r(t)$: pression utile dans le vérin ;
- V_0 : volume caractéristique moyen de fluide contenu dans le vérin et les durites ; $V_0 = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$
- B : coefficient de compressibilité du fluide ; $B = 10^9 \text{ Pa}$
- $F_V(t)$: effort développé par le vérin en sortie de tige ;
- S : section utile du vérin en sortie de tige.

Q21. Appliquer la transformation de Laplace aux équations précédentes et compléter les parties grisées du schéma-bloc du document réponse.

4.3.2. Analyse du comportement global

L'objectif de cette partie est d'analyser le comportement décrit par le modèle de fluide compressible. Afin de valider le modèle établi, on se propose d'étudier le comportement en boucle fermée de la chaîne fonctionnelle de commande du vérin.

Q22 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée du vérin H_{V2} (telle que $\lambda(p) = H_{V2}(p) Q(p)$) et préciser les expressions des coefficients K_V et ω_V de sa forme canonique :

$$H_{V2}(p) = \frac{K_V}{p \left(1 + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$$

L'étude cinématique (non étudiée ici) permet de définir la masse équivalente du système ramenée sur la tige du vérin (M_{eq}) en fonction des caractéristiques du système. On obtient une masse équivalente de 10 800kg.

Q23. Sachant que $K_g \cdot V_0$ est très petit, calculer les valeurs numériques des termes de ω_v et de K_v et tracer sur le document réponse le diagramme de bode asymptotique en gain et en phase de la fonction $H_{v2}(p)$.

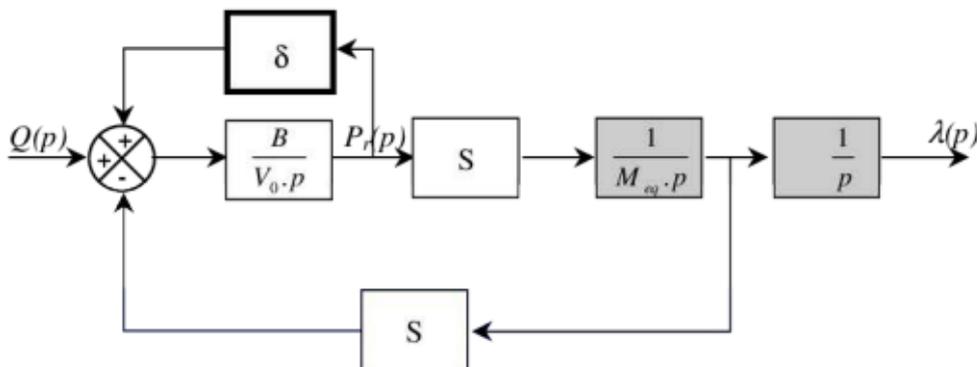
4.3.3. Modélisation du comportement dynamique avec prise en compte d'un débit de fuite

Pour pallier le problème de stabilité du modèle précédemment établi, une solution possible consiste à introduire un débit de fuite au niveau du vérin. Celui-ci a pour effet de réduire artificiellement le débit réel entrant dans le vérin en fonction de la pression utile. L'expression du débit est alors :

$$q(t) = S \cdot \dot{\lambda}(t) + V_0 \cdot B \cdot \dot{p}_r(t) - \delta \cdot p_r(t)$$

Où δ représente le coefficient de débit de fuite

Il est alors possible de représenter le vérin hydraulique par le schéma bloc suivant.



Q24. Déterminer l'expression de la fonction de transfert H_{v3} (telle que $\lambda(p) = H_{v3}(p) Q(p)$) associée au comportement dynamique du vérin ainsi modélisé. On donnera le résultat sous la forme suivante :

$$H_{v3}(p) = \frac{K_v}{p \left(1 + a_1 p + \frac{p^2}{\omega_v^2} \right)}$$

4.3.4. Analyse du comportement global et détermination de la valeur limite du coefficient de débit de fuite.

L'objectif de cette partie est d'analyser le comportement dynamique prévu par le modèle développé précédemment. Pour cela, on considère le système modélisé par le schéma bloc de la Figure 2 page 6.

Quels que soient les résultats obtenus précédemment, on prendra les valeurs numériques suivantes :

- C = 1 V/rad
- $K_s = 65 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$
- $K_v = 1,25 \cdot 10^3 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}$
- R = 7,5 rad/m

Q25. Déterminer la valeur numérique de ω_v et tracer le diagramme asymptotique de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO1 du système asservi, avec :

$$M(p) = FTBO_1(p) \cdot \varepsilon(p)$$

Q26. Le système non corrigé permet-il de respecter le cahier des charges ?

Document réponse

NOM :

Prénom :

Tableau 1 :

	Nb de dents Z	Module (mm)	Diamètre primitif (mm)
Pignon 1	16	2	
Roue 2			
Couronne 3	106		
Pignon 4		3	72
Roue 5			
Couronne 6	92		

Tableau 2 :

Pièces bloquées	Rapport de réduction Expression	Application numérique	Réducteur ou multiplicateur	Vitesse
1 bloqué Entrée 6	$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{6/0}} =$	$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{6/0}} =$		
1 et 6 liées Entrée 1	$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} =$	$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} =$		
4 bloqué Entrée 1	$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} =$	$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} =$		
6 bloqué Entrée 1	$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} =$	$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} =$		

