

**Programme de colles n° 23**  
SEMAINE DU 31 MARS AU 4 AVRIL 2025

Chapitre 15 : Espaces vectoriels

- II. Sous-espaces vectoriels (engendrés, en somme directe, supplémentaires)
- III. Familles libres, familles génératrices, bases

Chapitre 16 : Applications linéaires

- I.1. et 2. Définition, composition, restriction
- I.3. Noyau et image
- II. Isomorphismes

**Questions de cours :**

*Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.*

- $F$  et  $G$  sous-espaces vectoriels  $\Rightarrow F \cap G$  et  $F + G$  sous-espaces vectoriels
- Liberté d'une famille de polynômes échelonnée en degrés
- $(\beta_F$  génératrice de  $F$  et  $\beta_G$  génératrice de  $G$ )  $\Rightarrow (\beta_F \cup \beta_G$  génératrice de  $F + G$ )
- $(\beta_F$  famille libre de  $F$  et  $\beta_G$  famille libre de  $G$  en somme directe)  $\Rightarrow (\beta_F \cup \beta_G$  famille libre de  $F \oplus G$ )
- Pour  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ ,  $\text{Ker}(f)$  est un sous-espace vectoriel de  $E$ ,  $\text{Im}(f)$  est un sous-espace vectoriel de  $F$
- Linéarité de  $g \circ f$  lorsque  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  et  $g \in \mathcal{L}(F, G)$ , linéarité de  $f^{-1}$  lorsque  $f \in \text{Isom}(E, F)$ .