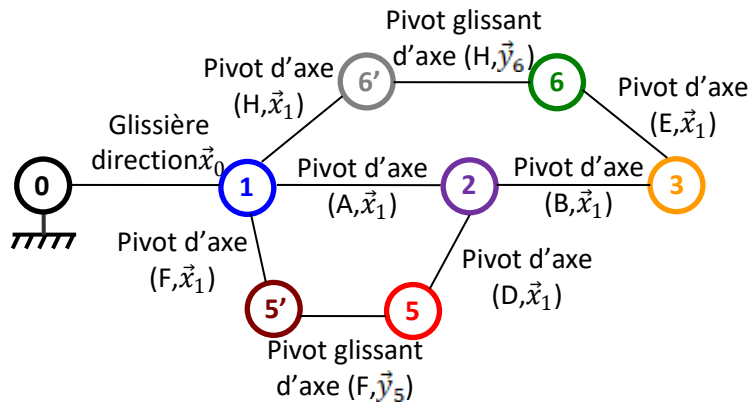


Trayeuse automatique pour vaches - Corrigé

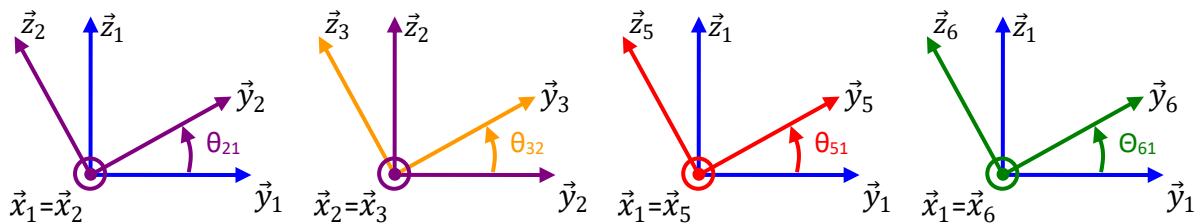
Q.1. Il y a 3 paramètres d'entrée sur ce modèle :

- $x(t)$ pour la translation suivant l'axe $(0, \vec{x}_0)$
- $L_5(t)$ pour la translation suivant l'axe (F, \vec{y}_5)
- $L_6(t)$ pour la translation suivant l'axe (H, \vec{y}_6)

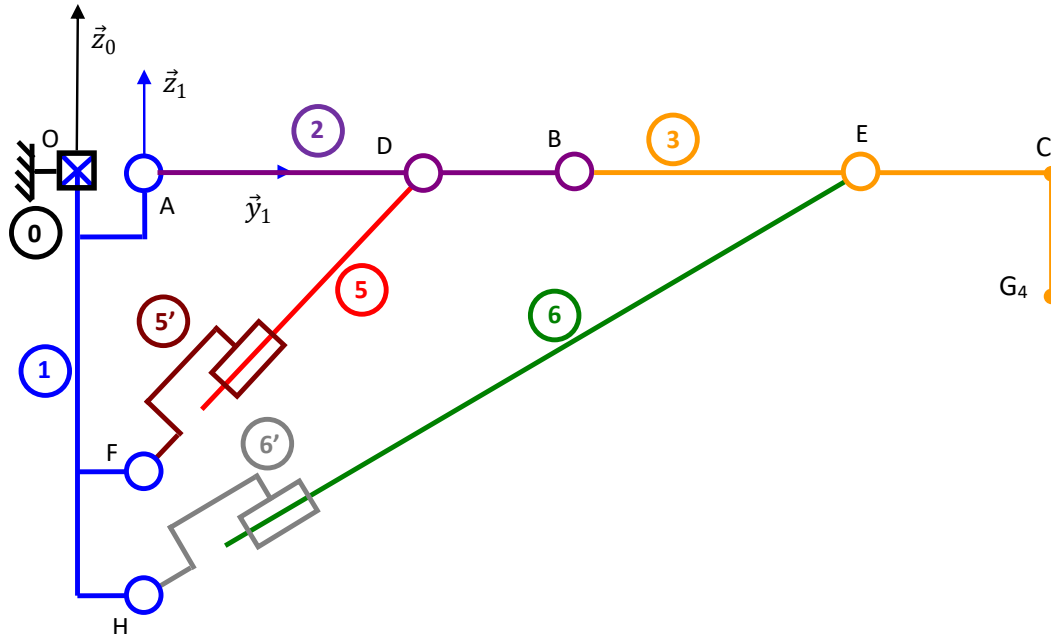
Q.2. Graphe des liaisons



Q.3. Figures géométrales



Q.4. Position bras 2 et 3 horizontaux.



Graphiquement on obtient $\|\vec{HE}\| = 12 \text{ cm}$ et $\|\vec{FD}\| = 5,9 \text{ cm}$.

Q.5. Hypothèse du sujet : on a $\mathbf{x(t)} = \text{cte}$.

$$\overrightarrow{V_{B,2/0}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{AB} \Big|_0 = \frac{d}{dt} L_2 \cdot \vec{y}_2 \Big|_0 = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 \rightarrow \overrightarrow{V_{B,2/0}} = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 \text{ (A est bien un point fixe de 0 si } x(t) = \text{cte)}.$$

$$\text{Q.6. } \overrightarrow{V_{E,3/0}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{AE} \Big|_0 = \frac{d}{dt} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}) \Big|_0 = \frac{d}{dt} (L_2 \cdot \vec{y}_2 - d_3 \cdot \vec{z}_3) \Big|_0 = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 + d_3 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32}) \cdot \vec{y}_3 \rightarrow$$

$$\overrightarrow{V_{E,3/0}} = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 + d_3 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32}) \cdot \vec{y}_3$$

$$\text{Q.7. } \overrightarrow{V_{B,2/0}} = \overrightarrow{V_{B,2/1}} + \overrightarrow{V_{B,1/0}} \text{ (composition de mouvement) et } \overrightarrow{V_{B,1/0}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_{B,2/1}} = \overrightarrow{V_{A,2/1}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \text{ (champ des vitesses)}$$

$$\overrightarrow{V_{B,2/1}} = \vec{0} - L_2 \cdot \vec{y}_2 \wedge \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{x}_2 = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 \rightarrow \overrightarrow{V_{B,2/0}} = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2$$

$$\text{Q.8. } \overrightarrow{V_{E,3/0}} = \overrightarrow{V_{E,3/2}} + \overrightarrow{V_{E,2/1}} + \overrightarrow{V_{E,1/0}} \text{ (composition de mouvement) et } \overrightarrow{V_{E,1/0}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{V_{E,2/1}} = \overrightarrow{V_{B,2/1}} + \overrightarrow{EB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \text{ (champ des vitesses) Remarque : on aurait pu passer par le point A mais on exploite en passant par B le résultat de la question précédente.}$$

$$\overrightarrow{V_{E,2/1}} = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 + d_3 \cdot \vec{z}_3 \wedge \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{x}_3 = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 + d_3 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{y}_3$$

$$\overrightarrow{V_{E,3/2}} = \overrightarrow{V_{B,3/2}} + \overrightarrow{EB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}} \text{ (champ des vitesses)}$$

$$\overrightarrow{V_{E,3/2}} = \vec{0} + d_3 \cdot \vec{z}_3 \wedge \dot{\theta}_{32} \cdot \vec{x}_3 = d_3 \cdot \dot{\theta}_{32} \cdot \vec{y}_3$$

$$\text{D'où : } \overrightarrow{V_{E,3/0}} = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 + d_3 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32}) \cdot \vec{y}_3$$

$$\text{Q.9. Fermeture géométrique AFD : } \overrightarrow{AA} = \vec{0} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FA} \rightarrow d_2 \cdot \vec{y}_2 - L_5(t) \cdot \vec{y}_5 + h_5 \cdot \vec{z}_0 = \vec{0}$$

$$\text{Q.10. On projette dans } B_0 : \begin{cases} d_2 \cdot \cos \theta_{21} - L_5(t) \cdot \cos \theta_{51} = 0 \\ d_2 \cdot \sin \theta_{21} - L_5(t) \cdot \sin \theta_{51} + h_5 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} d_2 \cdot \cos \theta_{21} = L_5(t) \cdot \cos \theta_{51} \\ d_2 \cdot \sin \theta_{21} + h_5 = L_5(t) \cdot \sin \theta_{51} \end{cases} \rightarrow L_5(t)^2 = d_2^2 \cdot \cos^2 \theta_{21} + (d_2 \cdot \sin \theta_{21} + h_5)^2$$

$$\text{Q.11. } \overrightarrow{V_{G_4,3/0}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{AG_4} \Big|_0$$

$$\overrightarrow{V_{G_4,3/0}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{AG_4} \Big|_0 = \frac{d}{dt} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG_4}) \Big|_0 = \frac{d}{dt} (L_2 \cdot \vec{y}_2 - L_3 \cdot \vec{z}_3 - L_4 \cdot \vec{y}_3) \Big|_0$$

$$= L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 + L_3 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32}) \cdot \vec{y}_3 - L_4 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32}) \cdot \vec{z}_3$$

$$\rightarrow \overrightarrow{V_{G_4,3/0}} = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 + L_3 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32}) \cdot \vec{y}_3 - L_4 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32}) \cdot \vec{z}_3$$

$$\text{Q.12. } \overrightarrow{a_{G_4,3/0}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{V_{G_4,3/0}} \Big|_0 = \frac{d}{dt} (L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 + L_3 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32}) \cdot \vec{y}_3 - L_4 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32}) \cdot \vec{z}_3) \Big|_0 = L_2 \cdot \ddot{\theta}_{21} \cdot \vec{z}_2 +$$

$$L_3 \cdot (\ddot{\theta}_{21} + \ddot{\theta}_{32}) \cdot \vec{y}_3 - L_4 \cdot (\ddot{\theta}_{21} + \ddot{\theta}_{32}) \cdot \vec{z}_3 - L_2 \cdot \dot{\theta}_{21}^2 \cdot \vec{y}_2 - L_3 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32})^2 \cdot \vec{z}_3 + L_4 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32})^2 \cdot \vec{y}_3$$

$$\text{Q.13. Pour } \theta_{21} = 0 ; \theta_{32} = 0 \text{ on a } \vec{y}_1 = \vec{y}_2 = \vec{y}_3 \text{ et } \vec{z}_1 = \vec{z}_2 = \vec{z}_3.$$

$$\text{Par conséquent la composante de vitesse verticale est : } \overrightarrow{V_{G_4,3/0}} \cdot \vec{z}_1 = L_2 \cdot \dot{\theta}_{21} - L_4 \cdot (\dot{\theta}_{21} + \dot{\theta}_{32})$$

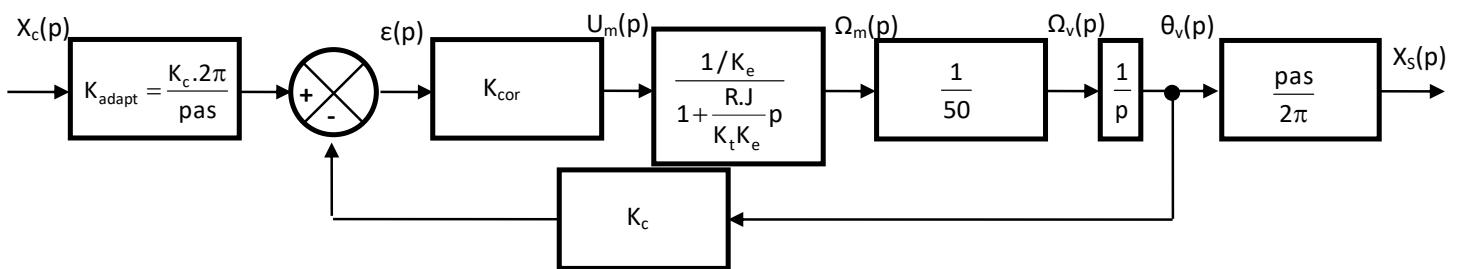
Application numérique : $\overrightarrow{V_{G_4,3/0}} \cdot \vec{z}_1 = 1,5 \times -0,3 - 0,65 \cdot (-0,3 - 0,3) = 0,06 \text{ m/s} \rightarrow$ le critère du cahier des charges est validé.

Q.14.

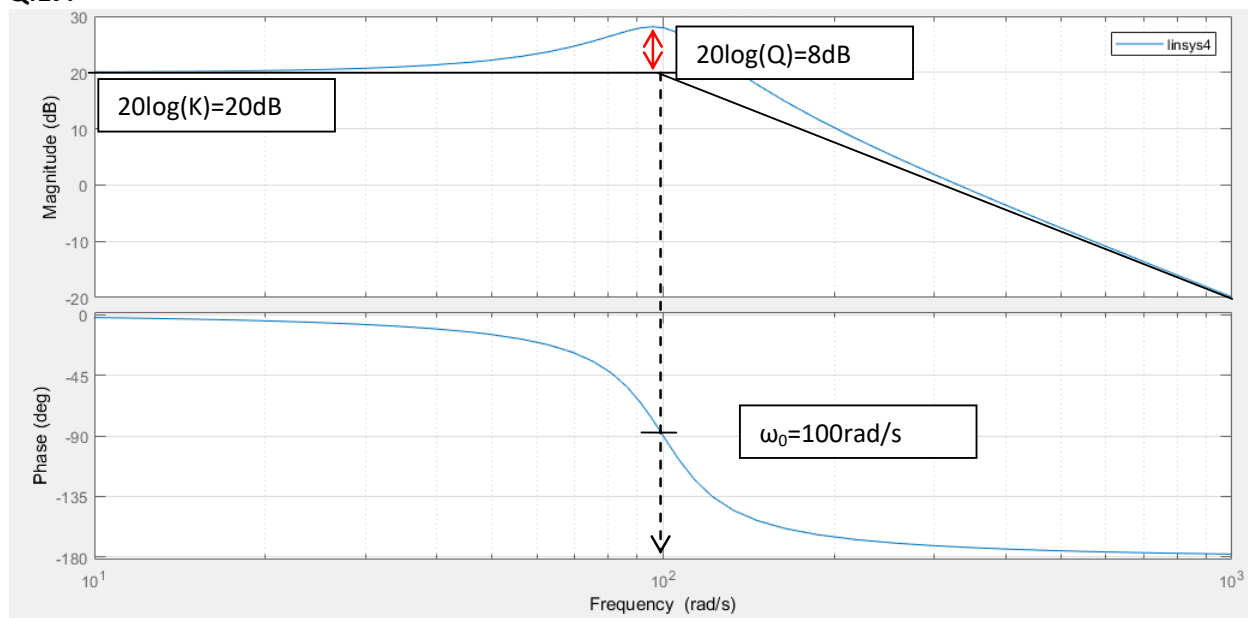
$$\begin{aligned}
 u_m(t) &= e(t) + R \cdot i(t) & \rightarrow & U_m(p) = E(p) + R \cdot I(p) \\
 e(t) &= k_e \cdot \omega_m(t) & \rightarrow & E(p) = k_e \cdot \Omega_m(p) \\
 J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} &= C_m(t) & \rightarrow & J \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) \\
 C_m(t) &= k_m \cdot i(t) & \rightarrow & C_m(p) = k_m \cdot I(p)
 \end{aligned}$$

Après calcul (avec ou sans schéma bloc) on retrouve une FT que l'on a vu passer une bonne dizaine de fois !

$$H_{\text{mot}}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{1/K_e}{1 + \frac{R \cdot J}{K_t K_e} p}$$

Q15**Q.16.**

$$H(p) = \frac{X_s(p)}{X_c(p)} = \frac{K_c \cdot 2\pi / \text{pas} \cdot K_{\text{cor}} \cdot 1/K_e \cdot 1/50 \cdot \text{pas}/2\pi}{\left(1 + \frac{R \cdot J}{K_t K_e} p\right) p + K_{\text{cor}} \cdot 1/K_e \cdot 1/50 \cdot K_c} = \frac{1}{1 + \frac{50 \cdot K_e}{K_{\text{cor}} K_c} p + \frac{R \cdot J}{K_t K_e} \frac{50 \cdot K_e}{K_{\text{cor}} K_c} p^2}$$

Q.17.

On voit un modèle du second ordre : asymptote horizontale quand ω tend vers 0 puis une pente à -40dB/dec.

On coupe la phase à -90° pour $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$

Le gain $K=10$ car $20\log(K)=20$; Enfin , le facteur de surtension $Q = 10^{8/20} = 2.512$ soit $Q = \frac{1}{2z \cdot \sqrt{1-z^2}} =$

$2.512 \rightarrow z=0.2$

Q.18.

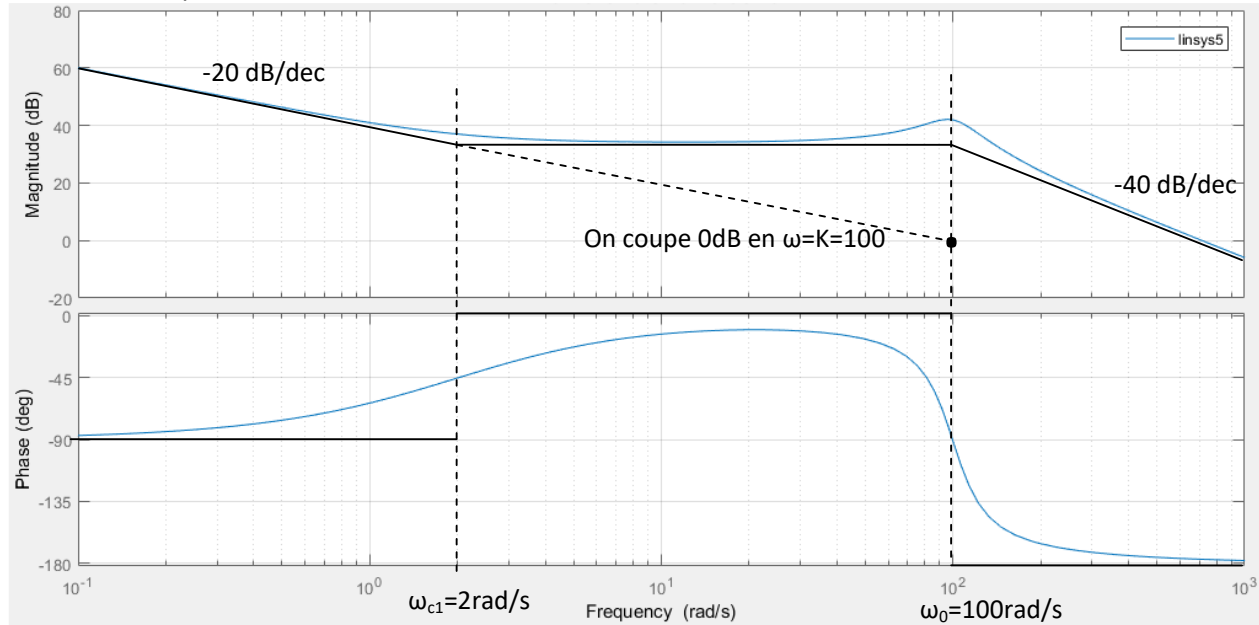
Attention la coupure de l'intégrateur à 0dB se situe à 100 car on multiplie les gains de $C(p)$ et $H_2(p)$

$$\frac{10(1 + 0.5p)}{p} \frac{10}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2} = \frac{100}{p} (1 + 0.5p) \frac{1}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2}$$

On a donc en plus de l'intégrateur

Le second ordre avec $\omega_0=100 \text{ rad/s}$;

L'inverse d'un premier ordre avec $\omega_{c1}=1/0.5=2 \text{ rad/s}$



Pour le tracer réel, on mettra la phase à 45° pour $\omega_{c1}=2 \text{ rad/s}$ et à -90° pour $\omega_0=100 \text{ rad/s}$.

On mettra également en évidence le coefficient de surtension Q vu à la question précédente.

Q19.

Masse du tapis négligeable

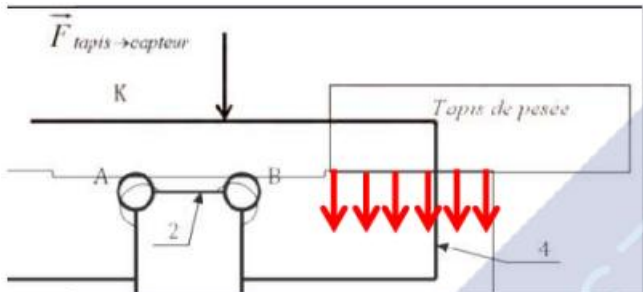
$$m_{\text{tapis de pesée}} = (2.5 \times 1 - 0.7 \times 0.5) \times 0.010 \times 900 + (2.5 \times 1) \times 15 \\ = 22.5 + 37.5 + 5.25 = 56,85 \text{ kg}$$

56kg << 700kg

Tarage de la balance (mise à zéro en position initiale, c'est-à-dire équilibre du tapis, 0kg sans vache)

Q20.

Cette question n'est pas très claire ... la forme du torseur demandée n'est véritablement possible que si le point K appartient à la droite d'action de l'effort du tapis sur le capteur.



Si on modélise par des actions élémentaires verticales, cela donne une résultante sur z

Et un moment autour de y

$$\{\vec{F}_{\text{tapis} \rightarrow \text{capteur}}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = - \int p dS \vec{z} = Z_{tc} \vec{z} \\ \vec{M}_K = \int \vec{KM} \wedge -p dS \vec{z} = M_K \vec{y} \end{array} \right\}$$

Q21.Hypothèses :

- liaison pivot élastique en A,
- liaisons pivot parfaites en B, C et D,
- problème plan.

PFS appliqué à {3} :

Bilan des actions mécaniques extérieures à 3 :

$$\{F_{4 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{4 \rightarrow 3} = X_{43} \cdot \vec{x} + Z_{43} \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_{D,4 \rightarrow 3} = \vec{0} \end{Bmatrix} \text{ et } \{F_{1 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{1 \rightarrow 3} = X_{13} \cdot \vec{x} + Z_{13} \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_{C,1 \rightarrow 3} = \vec{0} \end{Bmatrix}$$

La pièce 3 est donc soumise à 2 glisseurs qui sont opposés de même support (DC).

On a donc en appliquant le PFS :

$$X_{43} = -X_{13} \text{ (1) et } Z_{43} = Z_{13} = 0 \text{ (2)}$$

PFS appliqué {4}

BAME :

$$\{F_{3 \rightarrow 4}\} = -\{F_{4 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{34} \vec{x} \\ \vec{M}_{D,3 \rightarrow 4} = \vec{0} \end{Bmatrix} ; \{F_{2 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} \vec{x} + Z_{24} \vec{z} \\ \vec{M}_{B,2 \rightarrow 4} = \vec{0} \end{Bmatrix} ; \{F_{\text{tapis} \rightarrow \text{capteur}}\} = \begin{Bmatrix} Z_{tc} \vec{z} \\ \vec{M}_K \vec{y} \end{Bmatrix}$$

Le TRS donne respectivement sur x et z

$$X_{34} + X_{24} = 0 \text{ (3)}$$

$$Z_{24} + Z_{tc} = 0 \text{ (4)}$$

PFS appliqué {2}

BAME :

$$\{F_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X_{12} \vec{x} + Z_{12} \vec{z} \\ \vec{M}_{A,1 \rightarrow 2} = C_{eA} \vec{y} \end{Bmatrix} ; \{F_{4 \rightarrow 2}\} = -\{F_{2 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_{42} \vec{x} + Z_{42} \vec{z} \\ \vec{M}_{B,4 \rightarrow 2} = \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Le TMS en A en projection sur y donne :

$$C_{eA} - l \cdot Z_{42} = 0 \text{ (5)}$$

Au final en combinant les equations (4) et (5) : $C_{eA} = l \cdot Z_{tc}$

Donc $\|\vec{F}_{\text{tapis} \rightarrow \text{capteur}}\| = Z_{tc} = \frac{C_{eA}}{l}$ relation indépendante de la position du point K.