

Devoir Libre 1 : Correction

Exercice 1 : Théorème de Thévenin

1. La loi d'additivité des tensions donne

$$u = u_{R_{th}} + E_{th}$$

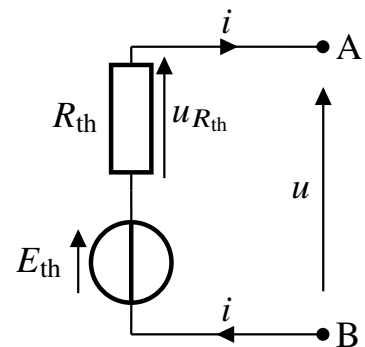
où $u_{R_{th}} = R_{th} \times i$ d'après la loi d'Ohm. En circuit ouvert rien n'est branché entre A et B donc $i = 0$ et par suite

$$u = E_{th}$$

Conclusion : la f.é.m. E_{th} est égale à la tension u entre A et B en circuit ouvert.

2. Quand on éteint les sources de tension et de courant du réseau linéaire, on a $E_{th} = 0$ car le réseau est passif. Le réseau équivaut alors à une simple résistance R_{th} entre A et B.

Conclusion : la résistance R_{th} est égale à la résistance équivalente du réseau passif entre A et B.



Exercice 2 : Caractéristiques de dipôles actifs

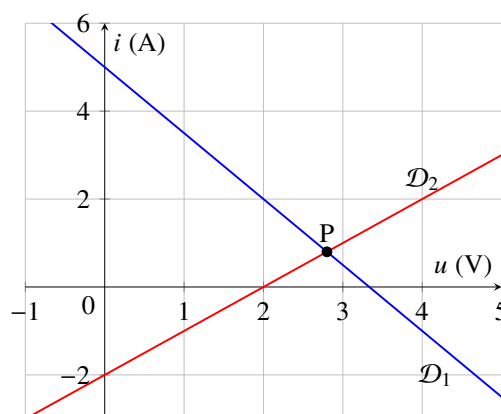
1. Les lois de Kirchhoff et la loi d'Ohm appliquées à D_1 donnent

$$\begin{cases} i = i_1 + i_2 \\ u = -R_2 i_2 \\ u = E_1 - r_1 i_1 \end{cases}$$

Avec les deux dernières équations on peut exprimer i_1 et i_2 en fonction de u puis injecter ces expressions dans la première équation. On obtient

$$i = \frac{E_1}{R_1} - u \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{soit, en unités SI,} \quad i = 5 - 1,5 \times u$$

La caractéristique $i = f(u)$ est la droite $\mathcal{D}_1$ ci-dessous.



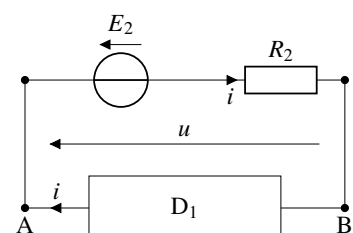
2. On ferme D_1 sur la charge D_2 : le montage est le suivant.

On en déduit $u = E_2 + R_2 \times i$ soit

$$i = -\frac{E_2}{R_2} + \frac{u}{R_2} \quad \text{soit, en unités SI,} \quad i = -2 + u$$

Le point de fonctionnement P est à l'intersection de la droite $\mathcal{D}_2$ d'équation $i = -2 + u$ et de la droite $\mathcal{D}_1$.

On lit graphiquement (voir graphe plus haut) $P(u = 2,8 \text{ V} ; i = 0,8 \text{ A})$.



3. Le dipôle D_3 constitué de D_1 et D_2 montés en parallèle est représenté ci-contre. On cherche la modélisation de Thévenin de ce dipôle. D'après les résultats de l'exercice 1, la f.é.m du générateur de Thévenin est égale à la tension u entre A et B en circuit ouvert ($i = 0$).

D'après les lois de Kirchhoff et la loi d'Ohm :

$$\begin{cases} i = 0 = i_1 + i_2 + i_3 \\ u = -R_2 i_2 = E_1 - R_1 i_1 = E_2 - R_2 i_3 \end{cases}$$

On en déduit $0 = \frac{E_1 - u}{R_1} - \frac{u}{R_2} + \frac{E_2 - u}{R_2}$.

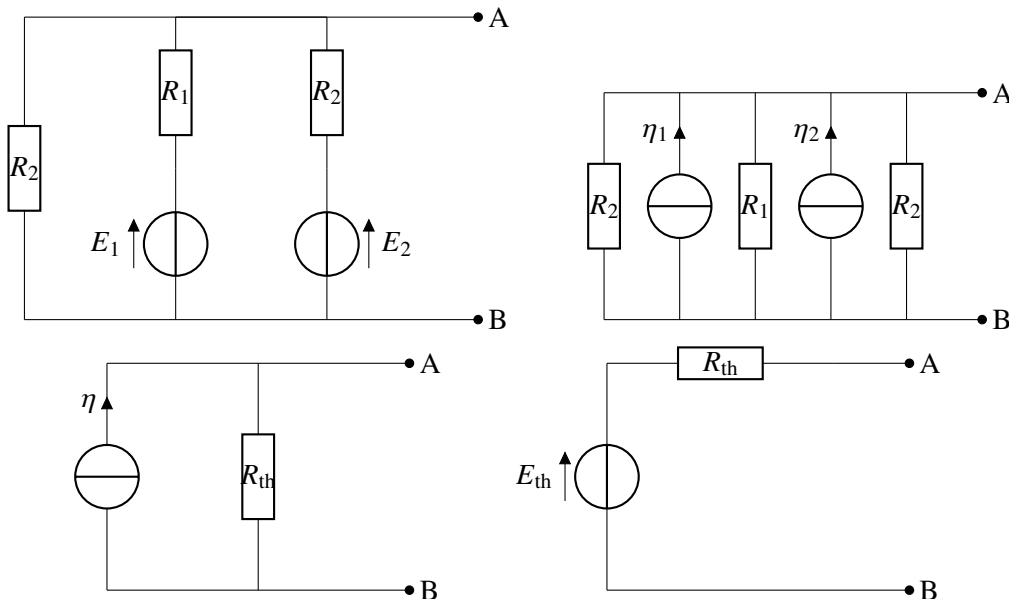
Après simplification on obtient la f.é.m du générateur de Thévenin :

$$E_{th} = u_{\text{circuit ouvert}} = \frac{R_1 R_2}{2R_1 + R_2} \left(\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \right) = 2,8 \text{ V}$$

D'après l'exercice 1, la résistance R_{th} du générateur de Thévenin équivalent est la résistance entre A et B du dipôle passif correspondant à $E_1 = E_2 = 0$. Ainsi

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{soit} \quad R_{th} = \frac{R_1 R_2}{2R_1 + R_2} = 0,4 \Omega$$

4. Il est possible de retrouver ces résultats en utilisant la transformation Thévenin-Norton.



On retrouve bien les mêmes résultats :

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{1}{R_1} + \frac{2}{R_2} \quad \text{soit} \quad R_{th} = \frac{R_1 R_2}{2R_1 + R_2}$$

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}$$

$$E_{th} = R_{th} \times \eta \quad \text{soit} \quad E_{th} = \frac{R_1 R_2}{2R_1 + R_2} \left(\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} \right)$$

Exercice 3 : Montage bipotentiométrique avec diode Zéner

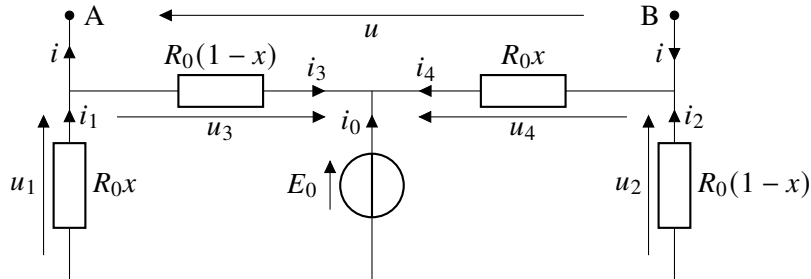
1. La f.é.m E_{eq} du générateur de Thévenin est égale à la tension u à vide c'est-à-dire lorsque rien n'est branché entre les bornes A et B. Dans ce cas $i = 0$: les deux résistances de la mailles de gauche sont parcourues par le même

courant ($i_1 = i_3$) et l'ensemble est soumis à la tension E_0 . On peut appliquer la formule du pont diviseur de tensions :

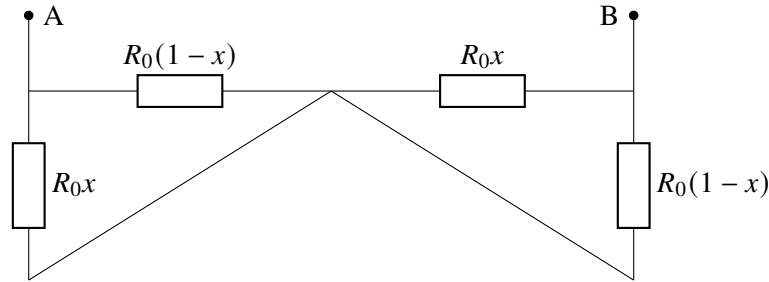
$$u_3 = \frac{R_0(1-x)}{R_0x + R_0(1-x)} E_0 = (1-x)E_0$$

De même pour les deux résistances de la mailles de droite donc $u_4 = xE_0$. Or $u = -u_3 + u_4$ d'où

$$E_{eq} = (2x - 1)E_0$$



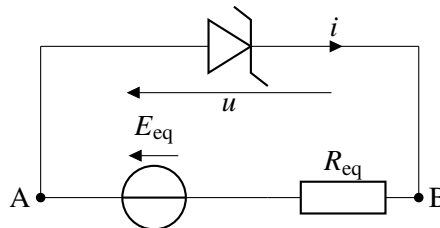
Pour calculer la résistance R_{eq} du générateur de Thévenin on éteint le générateur ($E_0 = 0$: on remplace la branche du générateur par un fil) et on calcule la résistance équivalente au circuit entre A et B. La branche du générateur peut être réduite à un point.



Les règles d'associations des résistances donnent :

$$R_{eq} = \frac{2}{\frac{1}{R_0x} + \frac{1}{R_0(1-x)}} \quad \text{soit} \quad R_{eq} = 2R_0x(1-x)$$

2. Représentons le montage équivalent avec la diode Zéner :



Les lois de Kirchhoff et la loi d'Ohm donnent :

$$u = E_{eq} - R_{eq}i \quad \text{d'où} \quad u = E_0(2x - 1) - 2R_0x(1-x)i$$

Quand la diode est passante ($i > 0$ soit $u > U_S$) alors, d'après sa caractéristique

$$i = \frac{1}{r}(u - U_S) \quad \text{d'où} \quad u = U_S + ri$$

En égalisant ces deux expressions de u on obtient :

$$i = \frac{E_0(2x - 1) - U_S}{r + 2R_0x(1-x)}$$

Cette expression est valide pour $i > 0$ donc (le dénominateur dans l'expression de x est positif car $x \in [0, 1]$) pour

$$x > \frac{1}{2} + \frac{U_S}{2E_0} = \frac{7}{12}$$

3. Dans le fonctionnement en sens inverse ($i < 0$ soit $u < -U_Z$) il suffit de remplacer U_S par $-U_Z$ et r par R_Z :

$$i = \frac{E_0(2x - 1) + U_Z}{R_Z + 2R_0x(1 - x)}$$

La condition $i < 0$ équivaut à :

$$x < \frac{1}{2} - \frac{U_S}{2E_0} = 0,25$$

4.

x	$0 < x < 0,25$	$0,25 < x < 0,58$	$0,58 < x < 1$
$i(\text{A})$	$\frac{12x - 3}{0,1 + 24x(1 - x)}$	0	$\frac{12x - 7}{1 + 24x(1 - x)}$
	diode en fonctionnement inverse (Zéner)	diode bloquée	diode passante