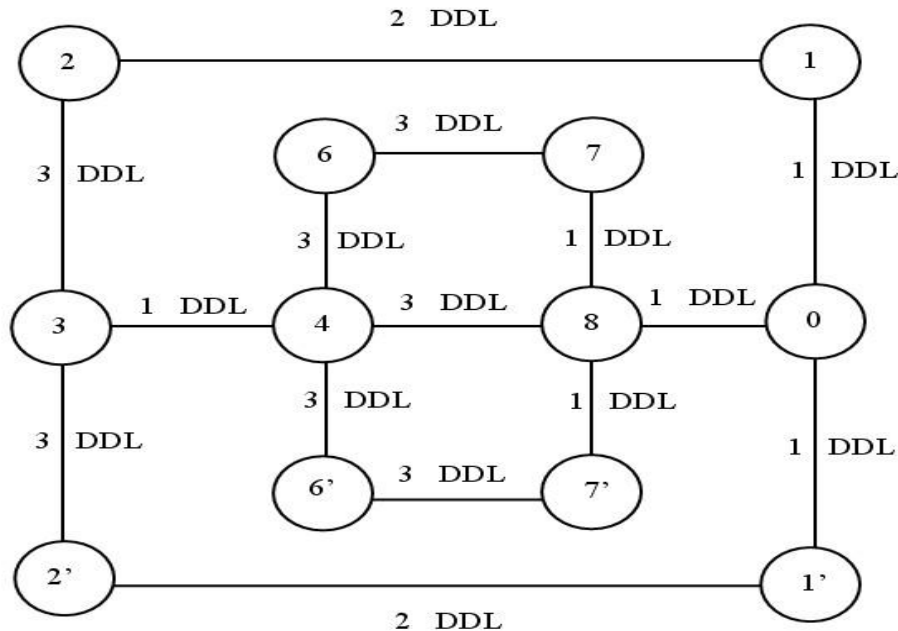


CORRECTION

DISPOSITIF DE REGLAGE DE L'INCIDENCE DES PALES D'HELICOPTERE

Partie 1 : Etude spatiale du système complet.

1-1) Grappe de structure du mécanisme



1-2) Détermination de l'indice de mobilité et des mouvements associés.

Nombre de liaisons (arc du graphe) : $l = 15$

Nombre de solides (sommet du graphe) : $n = 12$

Nombre de chaînes fermées indépendantes (nombre cyclomatique) : $\gamma = l - n + 1 = 15 - 12 + 1 = 4$

Rang du système d'équations de l'étude cinématique : $r_c = 6 * \gamma = 24$ (rotule dans chaque boucle)

Nombres d'inconnues de l'étude cinématique : $I_c = 2 * (3 + 2 + 1 + 3 + 3 + 1) + 1 + 1 + 3 = 31$

La mobilité cinématique m_c vaut :

$$m_c = I_c - r_c = 31 - 24 - 0 = 7$$

Mouvements associés :

- rotation de l'axe rotor **8** par rapport au bâti **0** (mouvement principal)
- déplacement de la tige **2** par rapport au corps **1** (loi de commande du 1^{er} vérin)
- déplacement de la tige **2'** par rapport au corps **1'** (loi de commande du 2^{ème} vérin)
- rotation de la tige **2** par rapport au corps **1** (mobilité interne du 1^{er} vérin)
- rotation de la tige **2'** par rapport au corps **1'** (mobilité interne du 2^{ème} vérin)
- rotation de la biellette **6** suivant son axe (mobilité interne)
- rotation de la biellette **6'** suivant son axe (mobilité interne)

Partie 2 : Etude du bloc orientation du plateau cyclique.

2-1) Torseurs cinématiques des différentes liaisons, dans le cadre d'une modélisation plane.

$$\{\mathcal{P}_{1/0}\} = \underset{G}{\begin{Bmatrix} \omega_{1/0} \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$$

$$\{\mathcal{P}_{2/1}\} = \underset{\forall M}{\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ V_{2/1} \cdot \vec{y}_1 \end{Bmatrix}}$$

$$\{\mathcal{P}_{3/2}\} = \underset{F}{\begin{Bmatrix} \omega_{3/2} \cdot \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$$

$$\{\mathcal{P}_{0/3}\} = \underset{E}{\begin{Bmatrix} \omega_{0/3} \cdot \vec{z} \\ V_{0/3} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}}$$

2-2) Fermeture cinématique au point O, pour la position de référence.

On déplace tous les torseurs au point O.

$$\{\mathcal{P}_{1/0}\} = \underset{o}{\begin{Bmatrix} \omega_{1/0} \cdot \vec{z} \\ -g \cdot \omega_{1/0} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}} \quad \{\mathcal{P}_{3/2}\} = \underset{o}{\begin{Bmatrix} \omega_{3/2} \cdot \vec{z} \\ \omega_{3/2} \cdot (f \cdot \vec{x} - g \cdot \vec{y}) \end{Bmatrix}} \quad \{\mathcal{P}_{0/3}\} = \underset{o}{\begin{Bmatrix} \omega_{0/3} \cdot \vec{z} \\ e \cdot \omega_{0/3} \cdot \vec{x} + V_{0/3} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}}$$

La fermeture cinématique au point O s'écrit :

$$\{\mathcal{P}_{0/3}\} + \{\mathcal{P}_{3/2}\} + \{\mathcal{P}_{2/1}\} + \{\mathcal{P}_{1/0}\} = \{\mathbf{0}\}$$

En projetant résultante et moment au point O dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

| | | |
|-----------|---|---|
| \vec{x} | : | $0 + e \cdot \omega_{0/3} + f \cdot \omega_{3/2} + 0 + 0 = 0$ |
| \vec{y} | : | $V_{0/3} + 0 - g \cdot \omega_{3/2} + V_{2/1} - g \cdot \omega_{1/0} = 0$ |
| \vec{z} | : | $0 + \omega_{0/3} + \omega_{3/2} + 0 + \omega_{1/0} = 0$ |

2-3) Degré de mobilité cinématique.

Rang du système d'équations de l'étude cinématique : $r_c = 3$

Nombres d'inconnues de l'étude cinématique : $I_c = 5$

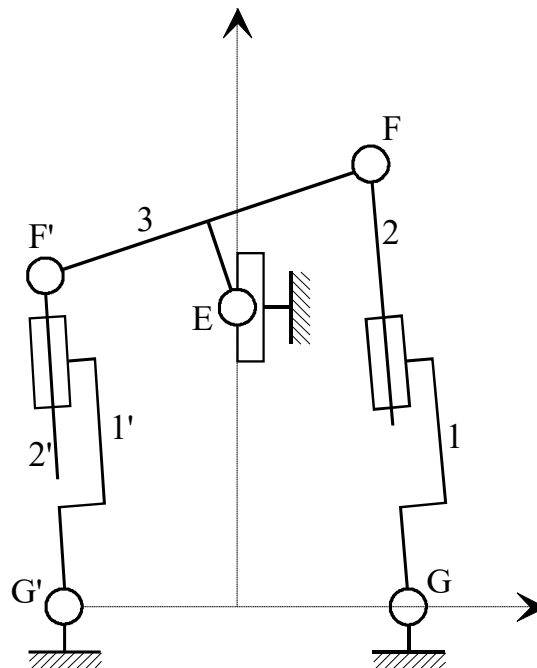
La mobilité cinématique m_c vaut :

| |
|-------------------------------|
| $m_c = I_c - r_c = 5 - 3 = 2$ |
|-------------------------------|

2-4) Nécessité d'utiliser deux vérins.

La mobilité cinématique est égale à 2 donc la seule connaissance de la vitesse de translation de la tige de vérin 2 par rapport au corps 1, ne permet pas d'imposer le mouvement du plateau cyclique non tournant 3.

2-5) Schéma cinématique du dispositif avec deux vérins



2-6) Fermetures cinématiques du dispositif complet en tenant compte des deux vérins.

La fermeture cinématique de la deuxième chaîne (0, 1', 2', 3, 0) au point O s'écrit :

$$\{\mathcal{P}_{0/3}\} + \{\mathcal{P}_{3/2'}\} + \{\mathcal{P}_{2'/1'}\} + \{\mathcal{P}_{1'/0}\} = \{0\}$$

En projetant résultante et moment au point O dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$\begin{aligned} \vec{x} &: 0 + e.\omega_{0/3} + f.\omega_{3/2'} + 0 + 0 = 0 \\ \vec{y} &: V_{0/3} + 0 + g.\omega_{3/2'} + V_{2'/1'} + g.\omega_{1'/0} = 0 \\ \vec{z} &: 0 + \omega_{0/3} + \omega_{3/2'} + 0 + \omega_{1'/0} = 0 \end{aligned}$$

2-7) Degré de mobilité du mécanisme complet. Commenter la valeur trouvée.

Rang du système d'équations de l'étude cinématique : $r_c = 2 \times 3 = 6$

Nombres d'inconnues de l'étude cinématique : $I_c = 5 + 3 = 8$

La mobilité cinématique m_c vaut :

$$m_c = I_c - r_c = 8 - 6 = 2$$

La mobilité cinématique est égale à 2 donc il faut fixer deux paramètres (par exemple, vitesse de translation de la tige de vérin par rapport au corps, pour les deux vérins) pour imposer le mouvement du plateau cyclique non tournant 3.

2-8) $\vec{V}(E \in 3/0)$ et $\vec{\Omega}_{3/0}$. Mouvement de 3 par rapport à 0, dans ce cas ?

En résolvant le système de 6 équations précédent, on trouve :

$$\vec{V}(E \in 3/0) = \vec{0}$$

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \frac{v}{g} \cdot \vec{z}$$

Le mouvement de 3 par rapport à 0 est donc un mouvement de rotation d'axe $E \vec{z}$.

2-9) Degré d'hyperstatisme et étude statique est possible dans le cadre d'une modélisation plane :

m_c : la mobilité cinématique

I_c : le nombre d'inconnues de l'étude cinématique

Nombre de chaînes fermées indépendantes (nombre cyclomatique) : $\gamma = 2$

h : le degré d'hyperstatisme

$$h = 3\gamma - I_c + m_c$$

$$\text{d'où : } h = 3 \cdot 2 - 8 + 2 = 0$$

donc

$$h = 0$$

La réalisation est isostatique, on peut donc déterminer toutes les inconnues statiques.

2-10) Effort exercé par chacun des vérins que l'on notera :

- On isole les solides 1 et 2 :

Bilan des actions mécaniques

- glisseur $_G \{ \mathfrak{T}_{0 \rightarrow 1+2} \}$

- glisseur $_F \{ \mathfrak{T}_{3 \rightarrow 1+2} \}$

Ensemble 1 et 2 soumis à 2 glisseurs donc : $\vec{F}_{2 \rightarrow 3} \wedge \vec{y} = \vec{0}$ car $\overrightarrow{GF} \wedge \vec{y} = \vec{0}$

- De même, on isole les solides 1' et 2', et on montre : $\vec{F}_{2' \rightarrow 3} \wedge \vec{y} = \vec{0}$
- En isolant la tige 2, et en écrivant le théorème de la résultant statique en projection sur \vec{y} , on montre :

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 3} \cdot \vec{y} = F_2 \text{ et } \vec{F}_{2 \rightarrow 3} \wedge \vec{y} = \vec{0} \text{ d'où : } \vec{F}_{2 \rightarrow 3} = F_2 \vec{y}$$

$$_F \{ \mathfrak{T}_{2 \rightarrow 3} \} = _F \{ \mathfrak{T}_{fluide \rightarrow 2} \}$$

- De même en isolant la tige 2', et en écrivant le théorème de la résultant statique en projection sur \vec{y} , on montre :

$$_{F'} \{ \mathfrak{T}_{2' \rightarrow 3} \} = _{F'} \{ \mathfrak{T}_{fluide \rightarrow 2'} \}$$

- On isole le solide 3 :

Bilan des actions mécaniques

- $_E \{ \mathfrak{T}_{ext \rightarrow 3} \}$

- glisseur $_F \{ \mathfrak{T}_{2 \rightarrow 3} \} = _F \{ \mathfrak{T}_{fluide \rightarrow 2} \}$

- glisseur $_{F'} \{ \mathfrak{T}_{2' \rightarrow 3} \} = _{F'} \{ \mathfrak{T}_{fluide \rightarrow 2'} \}$

- $\{ \mathfrak{T}_{0 \rightarrow 3} \}$ avec $\vec{F}_{0 \rightarrow 3} \cdot \vec{y} = 0$ car $L_{0/3}$: linéaire annulaire d'axe $E \vec{y}$.

$$\text{avec } \vec{M}_{E, 0 \rightarrow 3} \cdot \vec{z} = 0$$

En écrivant le théorème de la résultante statique en projection sur \vec{y} :

$$(E_1) : F_2 + F_{2'} + F_y = 0$$

En écrivant le théorème du moment statique au point E en projection sur \vec{z} :

$$(E_2) : g \cdot F_2 - g \cdot F_{2'} + M_E = 0$$

En résolvant les deux équations notées (E₁) et (E₂), on détermine F_2 et $F_{2'}$:

$$F_2 = \frac{1}{2} \cdot \left[-F_y - \frac{M_E}{g} \right]$$

$$F_{2'} = \frac{1}{2} \cdot \left[-F_y + \frac{M_E}{g} \right]$$

Partie 3 : Etude du bloc orientation des pales du rotor

3-1) Effet d'une variation du paramètre λ rendue possible par la liaison glissière de direction \vec{y} entre 5 et le bâti 0?

Une translation du solide 5 par rapport au bâti 0 suivant la direction \vec{y} modifie l'orientation des pales. Si de plus l'angle α est nul, l'orientation des pales est constante au cours de la révolution du rotor 8.

3-2) Epure permettant de montrer que : $\lambda_0 = \sqrt{l_6^2 - l_7^2}$

Première méthode : étude analytique

On écrit la fermeture géométrique :

$$\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$$

$$d.\vec{x}_4 + l_6.\vec{u}_{AB} - l_7.\vec{z}_7 - d.\vec{x}_8 - \lambda.\vec{y} = \vec{0}$$

$$l_6^2 = [d.\vec{x}_4 - l_7.\vec{z}_7 - l_8.\vec{x}_8 - \lambda.\vec{y}]^2$$

En projetant chacun des vecteurs unitaires dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$l_6^2 = \left[d. \begin{vmatrix} \cos \theta. \cos \alpha \\ \cos \theta. \sin \alpha - l_7. \\ -\sin \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \theta_7. \sin \theta \\ -\sin \theta_7 \\ \cos \theta_7. \cos \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \theta \\ 0 - \lambda. \\ -\sin \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \right]^2$$

Avec $\alpha=0$, la relation précédente devient :

$$l_6^2 = \left[d. \begin{vmatrix} \cos \theta \\ 0 - l_7. \\ -\sin \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \theta_7. \sin \theta \\ -\sin \theta_7 \\ \cos \theta_7. \cos \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \theta \\ 0 - \lambda. \\ -\sin \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \right]^2$$

$$l_6^2 = \left[-l_7. \begin{vmatrix} \cos \theta_7. \sin \theta \\ -\sin \theta_7 - \lambda. \\ \cos \theta_7. \cos \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \right]^2$$

$$l_6^2 = [-l_7.\cos \theta_7.\sin \theta]^2 + [l_7.\sin \theta_7 - \lambda]^2 + [-l_7.\cos \theta_7.\cos \theta]^2$$

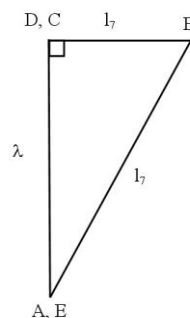
$$l_6^2 = l_7^2.(\cos^2 \theta_7 + \sin^2 \theta_7) + \lambda^2 - 2.\lambda.l_7.\sin \theta_7$$

L'angle $\theta \theta_7$ est constamment nul si :

$$\lambda_0 = \sqrt{l_6^2 - l_7^2}$$

Deuxième méthode : étude graphique

Triangle rectangle en C : $\lambda_0^2 + l_7^2 = l_6^2$



3-3) Amplitude de l'orientation de la pale ($\theta_{7MAX} - \theta_{7min}$) au cours de la rotation du rotor (θ variant de 0 à 2π) en supposant que le paramètre λ prend la valeur donnée précédemment.

Avec $\alpha \neq 0$, la relation établie à la question précédente devient :

$$l_6^2 = \left[d. \begin{vmatrix} \cos \theta.(\cos \alpha - 1) & \cos \theta_7. \sin \theta \\ \cos \theta. \sin \alpha & -\sin \theta_7 \\ 0 & \cos \theta_7. \cos \theta \end{vmatrix} - l_7. \begin{vmatrix} \cos \theta_7. \sin \theta & -\lambda.1 \\ -\sin \theta_7 & 1 \\ \cos \theta_7. \cos \theta & 0 \end{vmatrix} \right]^2$$

$$l_6^2 = [d. \cos \theta.(\cos \alpha - 1) - l_7. \cos \theta_7. \sin \theta]^2 + [d. \cos \theta. \sin \alpha + l_7. \sin \theta_7 + \lambda]^2 + [-l_7. \cos \theta_7. \cos \theta]^2$$

$$l_6^2 = l_7^2 + \lambda^2 + \cos \theta [2.l_7.d.(-\sin \theta.(\cos \alpha - 1) \cos \theta_7 + \sin \theta_7. \sin \alpha) + 2.\lambda.d. \sin \alpha] + 2.l_7[\lambda. \sin \theta_7] + d^2.2.[1 - \cos \alpha]$$

En tenant compte du résultat de la question précédente, et en effectuant un développement limité à l'ordre 1 pour $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$, la relation devient :

$$2. \cos \theta [l_7. \sin \theta_7 + \lambda].d.\alpha + 2.l_7[\lambda. \sin \theta_7] = 0$$

$$\sin \theta_7 = -\frac{\lambda.d.\alpha.\cos \theta}{l_7.(\lambda + d.\alpha.\cos \theta)}$$

$$\text{Pour } \theta = \pi/2 : \sin \theta_7 = 0$$

$$\text{Pour } \theta = 0 : \sin \theta_{7min} = -\frac{\lambda.d.\alpha}{l_7.(\lambda + d.\alpha)}$$

$$\text{Pour } \theta = \pi : \sin \theta_{7MAX} = +\frac{\lambda.d.\alpha}{l_7.(\lambda - d.\alpha)}$$

Donc l'amplitude de rotation des pales vaut :

$$\arcsin \frac{\lambda.d.\alpha}{l_7.(\lambda - d.\alpha)} + \arcsin \frac{\lambda.d.\alpha}{l_7.(\lambda + d.\alpha)}$$