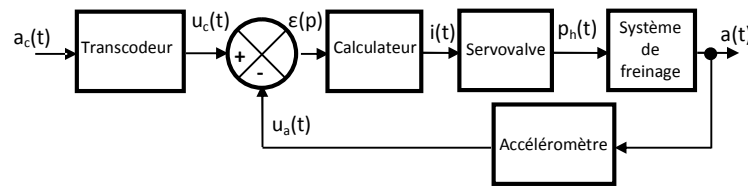


Système de freinage de l'Airbus A318 - Corrigé

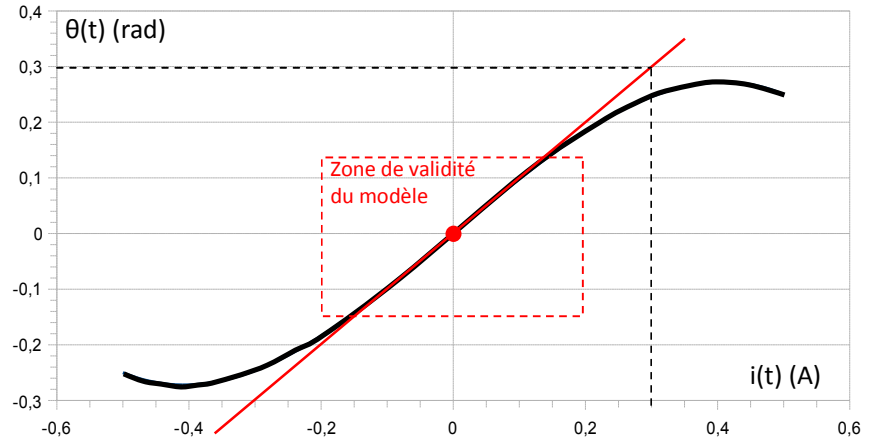
Q.1.



Q.2. L'évolution de $i(t)$ est fortement non linéaire $\rightarrow$ on linéarise autour du point de fonctionnement $i(t) = 0$.

On obtient donc un modèle linéaire de la forme $\theta(t) = K_1 \cdot i(t)$ où $K_1 = 1$ correspond à la pente de la droite.

$$K_1 = 1 \text{ rad} \cdot \text{A}^{-1}$$



Q.3. On applique la transformée de Laplace sur l'équation : $m_t \cdot \frac{d^2 z(t)}{dt^2} = -2 \cdot k_t \cdot z(t) + 2 \cdot S_t \cdot \Delta P(t) - c_t \cdot \frac{dz(t)}{dt}$

Pour des conditions initiales nulles on a : $m_t \cdot p^2 \cdot Z(p) = -2 \cdot k_t \cdot Z(p) + 2 \cdot S_t \cdot \Delta P(p) - c_t \cdot p \cdot Z(p)$

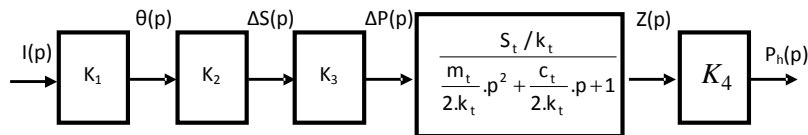
$$\rightarrow m_t \cdot p^2 \cdot Z(p) + c_t \cdot p \cdot Z(p) + 2 \cdot k_t \cdot Z(p) = 2 \cdot S_t \cdot \Delta P(p)$$

$$\rightarrow (m_t \cdot p^2 + c_t \cdot p + 2 \cdot k_t) \cdot Z(p) = 2 \cdot S_t \cdot \Delta P(p)$$

$$\rightarrow H_t(p) = \frac{Z(p)}{\Delta P(p)} = \frac{2 \cdot S_t}{m_t \cdot p^2 + c_t \cdot p + 2 \cdot k_t}$$

Q.4. Forme canonique : $H_t(p) = \frac{Z(p)}{\Delta P(p)} = \frac{\frac{S_t}{k_t}}{\frac{m_t}{2 \cdot k_t} \cdot p^2 + \frac{c_t}{2 \cdot k_t} \cdot p + 1} \rightarrow$ fonction de transfert d'ordre 2 et de classe 0.

Q.5.



$$\text{Q.6. } S_v(p) = \frac{P_h(p)}{I(p)} = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot \frac{S_t}{k_t} \cdot K_4}{\frac{m_t}{2 \cdot k_t} \cdot p^2 + \frac{c_t}{2 \cdot k_t} \cdot p + 1}$$

$$\text{Q.7. } S_v(p) = \frac{P_h(p)}{I(p)} = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot \frac{S_t}{k_t} \cdot K_4}{\frac{m_t}{2 \cdot k_t} \cdot p^2 + \frac{c_t}{2 \cdot k_t} \cdot p + 1} = \frac{K_{SV}}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

$$\text{Avec } K_{SV} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot \frac{S_t}{k_t} \cdot K_4 \quad \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{m_t}{2 \cdot k_t} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot k_t}{m_t}} \quad \frac{2 \cdot z}{\omega_0} = \frac{c_t}{2 \cdot k_t} \rightarrow z = \frac{c_t \cdot \omega_0}{4 \cdot k_t} = \frac{c_t}{\sqrt{8 \cdot k_t \cdot m_t}}$$

Q.8. Système le plus rapide sans dépassement : $z = 1$.

Q.9. $z = 1 = \frac{c_t}{\sqrt{8.k_t.m_t}} \rightarrow \sqrt{8.k_t.m_t} = c_t \rightarrow k_t = \frac{c_t^2}{8.m_t}$

Q.10. Pour $z = 1$ on a $S_v(p) = \frac{K_{sv}}{1 + \frac{2}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2} = \frac{K_{sv}}{(1 + \frac{1}{\omega_0}p)^2} = \frac{K_{sv}}{(1 + T_{sv}p)^2}$ avec $T_{sv} = \frac{1}{\omega_0} = \sqrt{\frac{m_t}{2.k_t}}$

11) $P_h(p) = \frac{K_{sv}}{(1 + T_{sv}p)^2} \times \frac{i_0}{p}$

$P_h(p) = K_{sv} i_0 \left(\frac{A}{p} + \frac{B}{1 + T_{sv}p} + \frac{C}{(1 + T_{sv}p)^2} \right)$

avec $A = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{(1 + T_{sv}p)^2} = 1$ $C = \lim_{p \rightarrow -1/T_{sv}} \frac{1}{p} = -T_{sv}$

$\lim_{p \rightarrow \infty} (1 + T_{sv}p) \frac{P_h(p)}{K_{sv} i_0} = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{(1 + T_{sv}p)p} = 0$ $\rightarrow B = -T_{sv}$
 $= \lim_{p \rightarrow \infty} \left[(1 + T_{sv}p) \frac{A}{p} + B + \frac{C}{1 + T_{sv}p} \right] = T_{sv}A + B$

Donc $P_h(p) = K_{sv} i_0 \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p + \frac{1}{T_{sv}}} - \frac{1}{T_{sv}} \frac{1}{(p + \frac{1}{T_{sv}})^2} \right)$

$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} P_h(t) = K_{sv} i_0 \left(1 - e^{-t/T_{sv}} - \frac{1}{T_{sv}} t e^{-t/T_{sv}} \right) u(t)$

12) (1) $\xrightarrow{\mathcal{L}} \varepsilon(p) = X_1(p) - X_2(p)$

(2) $\xrightarrow{\mathcal{L}} A(p) = p^2 X_1(p)$

(3) $\xrightarrow{\mathcal{L}} m_a p^2 X_2(p) = c_a p (X_1(p) - X_2(p)) + h_a (X_1(p) - X_2(p))$

(4) $\xrightarrow{\mathcal{L}} U_a(p) = K_p \varepsilon(p)$

(5) $\xrightarrow{\mathcal{L}} a_m(p) = K_{CAN} U_a(p)$

$$13) \quad G_1(p) = \frac{X_1(p)}{A(p)} = \frac{1}{p^2}$$

$$X_2(p) [m_2 p^2 + c_2 p + h_2] = X_1(p) [c_2 p + h_2]$$

$$\text{d'où } G_2(p) = \frac{X_2(p)}{X_1(p)} = \frac{h_2 + c_2 p}{h_2 + c_2 p + m_2 p^2}$$

$$G_3(p) = \frac{U_2(p)}{E(p)} = K_P$$

$$G_4(p) = \frac{A_m(p)}{U_2(p)} = K_{CAN}$$

$$14) \quad \frac{A_m(p)}{A(p)} = G_1(p) G_2(p) G_3(p) G_4(p) (1 - G_2(p))$$

$$= \frac{K_P K_{CAN}}{p^2} \left(1 - \frac{h_2 + c_2 p}{h_2 + c_2 p + m_2 p^2} \right)$$

$$= \frac{K_P K_{CAN} m_2 p^2}{p^2 (h_2 + c_2 p + m_2 p^2)}$$

$$= \frac{m_2 K_P K_{CAN}}{h_2} \times \frac{1}{1 + \frac{c_2}{h_2} p + \frac{m_2}{h_2} p^2}$$

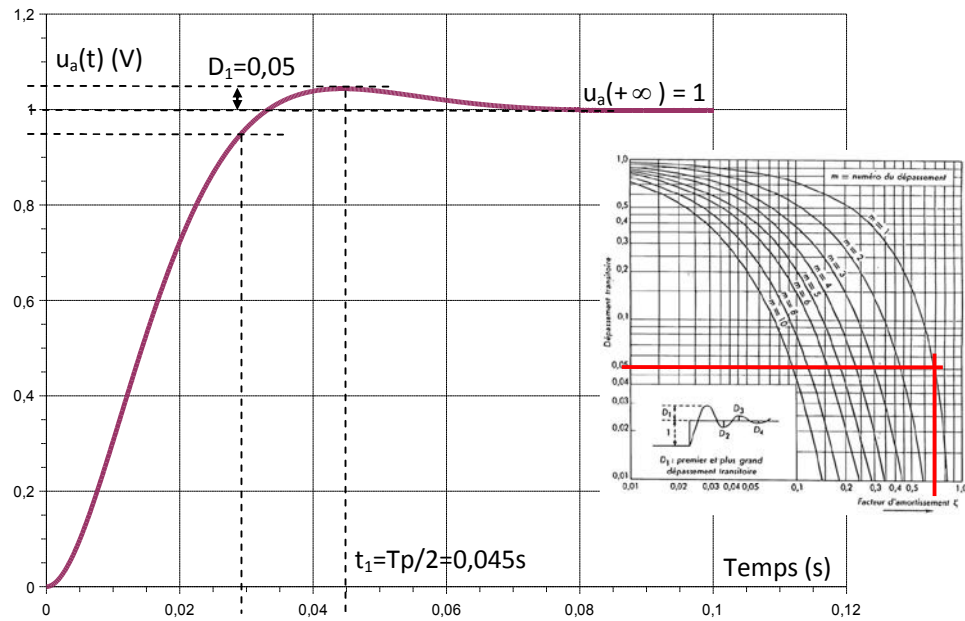
$$= \frac{K_{acc}}{1 + 2 \frac{\xi_2}{\omega_2} p + \frac{p^2}{\omega_2^2}}$$

$$\text{avec } K_{acc} = \frac{m_2 K_P K_{CAN}}{h_2}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{h_2}{m_2}}$$

$$\xi_2 = \frac{c_2}{h_2} \times \frac{\omega_2}{2} = \frac{c_2}{2 \sqrt{h_2 m_2}}$$

$$\text{Q.15. } H_{acc}(p) = \frac{U_a(p)}{A(p)} = \frac{K_{acc}}{1 + \frac{2z_{acc}}{\omega_{acc}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{acc}^2} \cdot p^2}$$

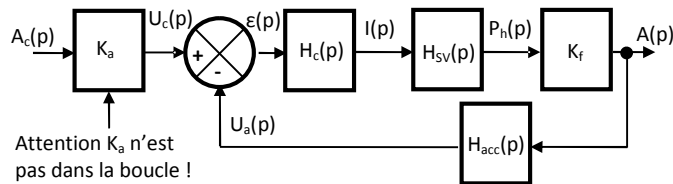


Graphiquement on obtient $D_1 = 0,05$ soit un dépassement de 5% et ce dépassement est obtenu pour un coefficient d'amortissement $z_{acc} = 0,7$.

De plus $u_a(+\infty) = 1 \text{ V}$ pour une entrée échelon de 1 m.s^{-2} donc le gain $K_{acc} = 1 \text{ V}/(\text{m.s}^{-2})$

$$\text{Enfin on a } t_1 = \frac{\pi}{\omega_{acc} \cdot \sqrt{1 - z_{acc}^2}} = 0,045 \rightarrow \omega_{acc} = \frac{\pi}{0,045 \cdot \sqrt{1 - z_{acc}^2}} = \frac{\pi}{0,045 \cdot \sqrt{1 - 0,7^2}} = 97,7 \text{ rad/s}$$

$$\text{Q.16. } K_a = 1 \quad H_c(p) = K_c \quad H_{sv}(p) = \frac{K_{sv}}{(1 + T_{sv} \cdot p)^2} \quad H_{acc}(p) = \frac{U_a(p)}{A(p)} = \frac{K_{acc}}{1 + \frac{2z_{acc}}{\omega_{acc}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{acc}^2} \cdot p^2}$$



$$\text{FTBO}(p) = K_c \cdot \frac{K_{sv}}{(1 + T_{sv} \cdot p)^2} \cdot K_f \cdot \frac{K_{acc}}{1 + \frac{2z_{acc}}{\omega_{acc}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{acc}^2} \cdot p^2} \rightarrow \text{fonction de transfert d'ordre 4 et de classe 0.}$$

$$\text{Q.17. On a : } \varepsilon(p) = K_a \cdot A_c(p) - \text{FTBO}(p) \cdot \varepsilon(p) \rightarrow \varepsilon(p) = \frac{A_c(p)}{1 + \text{FTBO}(p)} \text{ puisque } K_a = 1.$$

$$\text{Q.18. } \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{A_c(p)}{1 + \text{FTBO}(p)}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{\frac{a_0}{p}}{1 + \frac{K_c \cdot K_{sv} \cdot K_f \cdot K_{acc}}{(1 + T_{sv} \cdot p)^2 \cdot (1 + \frac{2z_{acc}}{\omega_{acc}} \cdot p + \frac{1}{\omega_{acc}^2} \cdot p^2)}}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \frac{a_0}{1 + K_c \cdot K_{sv} \cdot K_f \cdot K_{acc}} \text{ l'erreur statique est non nulle, l'exigence du cahier des charges n'est pas respectée.}$$