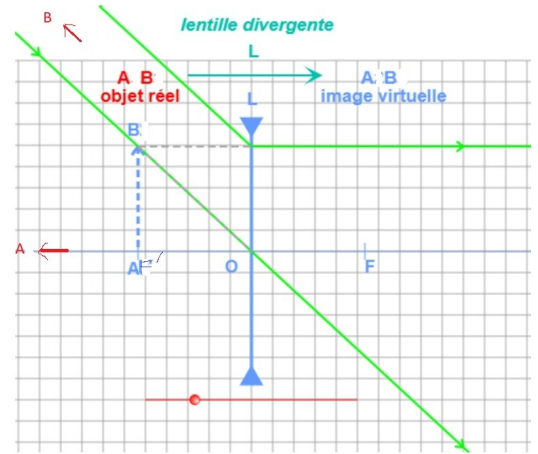
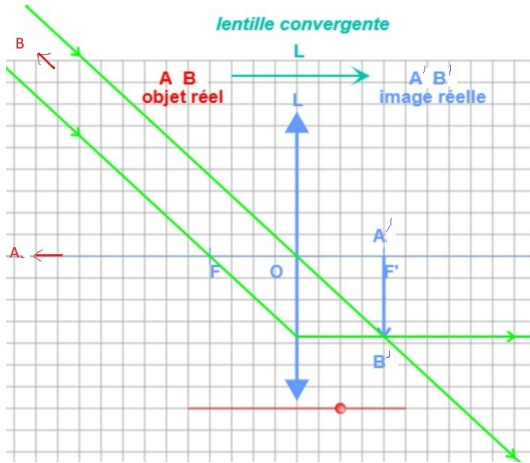


Devoir Libre 3 : Correction

Exercice 1 : Lentilles minces

1.1. l_1 : lentille biconvexe, l_4 : ménisque convergent, l_6 : lentille plan concave

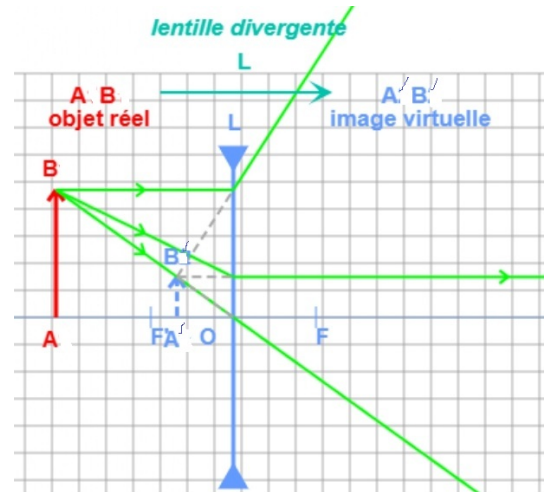
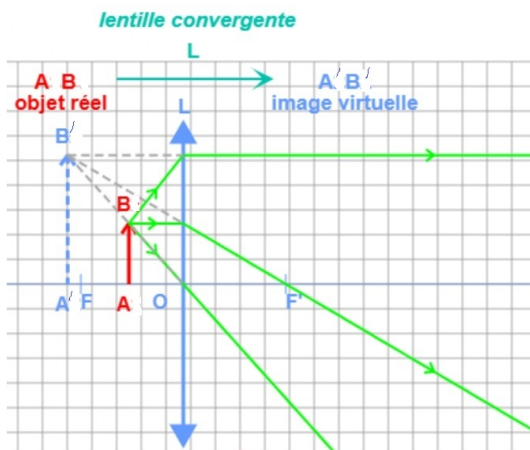
1.2. L'image $A'B'$ d'un objet AB à l'infini est renversée si la lentille est convergente ; et droite si la lentille est divergente. Conclusion : l_7 est convergente.



1.3. Prenons une lentille convergente. L'objet AB est réel et situé entre O et F pour que son image $A'B'$ soit droite (fonctionnement en loupe). Si on déplace la lentille vers le haut, l'objet AB étant immobile, alors le point O monte donc le point B' descend car B' , B et O sont alignés avec B situé entre O et B' . Ainsi l'image descend lorsque la lentille monte.

Dans le cas d'une lentille divergente, le résultat est inversé : si la lentille se déplace vers le haut alors l'image se déplace aussi vers le haut car c'est B' qui est situé entre B et O .

Conclusion : l_8 est divergente.

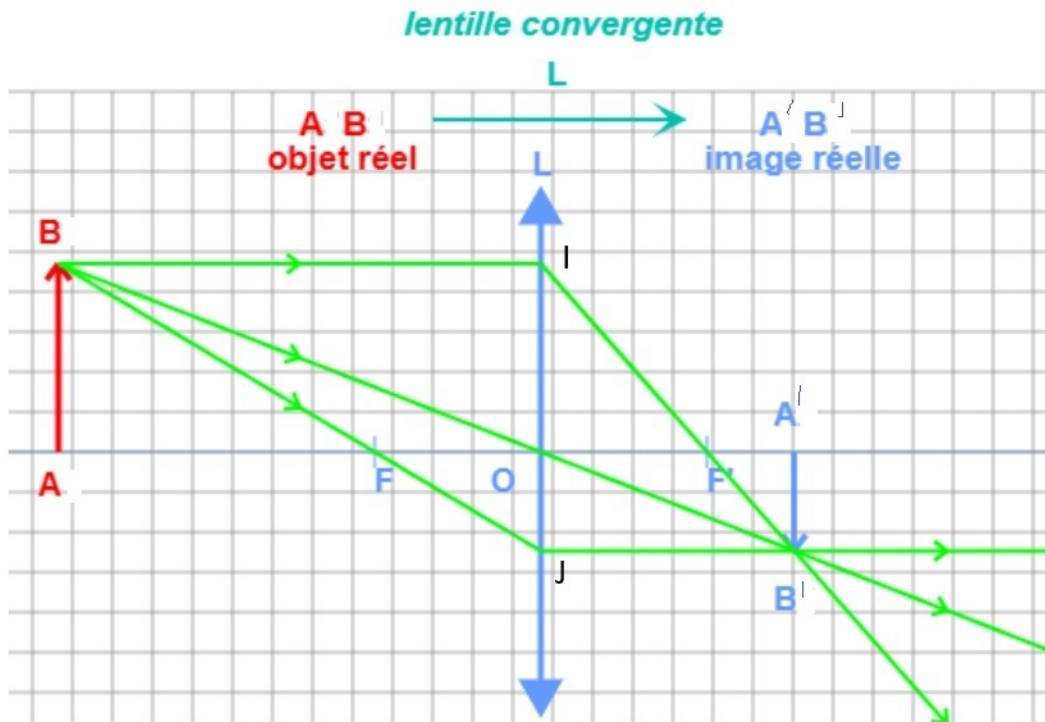


2.1. Les triangles ABF et FOJ sont semblables. Appliquons le théorème de Thalès :

$$\frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

Or $\overline{OJ} = \overline{A'B'}$ donc $\Gamma = -\frac{\overline{OF}}{\overline{FA}}$. On procède de la même manière avec les triangles $OF'I$ et $F'A'B'$ pour obtenir

$\Gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$. En égalisant ces deux expressions du grandissement on obtient $\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$ qui constitue la relation de conjugaison de Newton.



2.2.

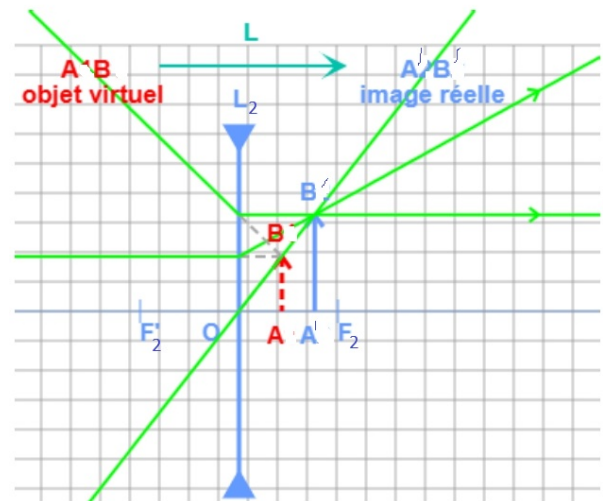
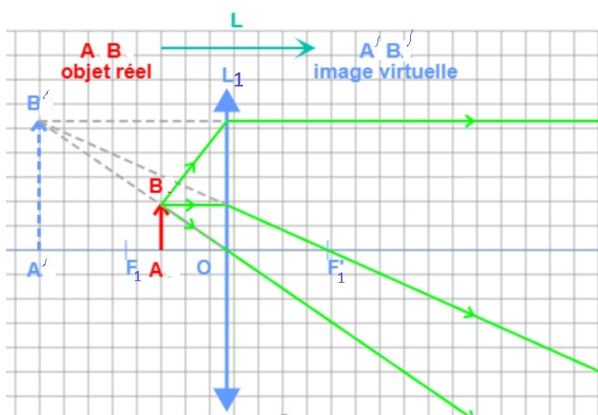
$$(\overline{FO} + \overline{OA}) \times (\overline{F'O} + \overline{OA'}) = -f'^2 \iff (f' + \overline{OA}) \times (-f' + \overline{OA'}) = -f'^2$$

$$-f'^2 + f'\overline{OA'} - f'\overline{OA} + \overline{OA} \times \overline{OA'} = -f'^2 \iff f' \frac{1}{\overline{OA}} - f' \frac{1}{\overline{OA'}} + 1 = 0$$

On obtient la relation de conjugaison de Descartes $\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}}$

Les triangles AOB et A'OB' sont semblables d'où $\boxed{\Gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$.

3.1.



3.2.

- Relation de conjugaison de Newton $\overline{F'_3A'} \times \overline{F_3A} = -f_3'^2$ avec $\overline{F_3A} = \overline{F_3O_3} + \overline{O_3A} = -f_3 + \overline{O_3A} = f_3' + \overline{O_3A}$

$$\overline{F'_3A'} = -\frac{f_3'^2}{f_3' + \overline{O_3A}} \implies \text{AN : } \boxed{\overline{F'_3A'} = -\frac{(30 \text{ cm})^2}{30 \text{ cm} + 15 \text{ cm}} = -20 \text{ cm}}$$

Relation de grandissement de Newton : $\Gamma = -\frac{\overline{F'_3A'}}{f_3'}$. AN : $\boxed{\Gamma = -\frac{-20 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = 2/3}$.

- Relation de conjugaison de Descartes $\frac{1}{\overline{O_4A'}} - \frac{1}{\overline{O_4A}} = \frac{1}{f'_4}$ avec $\overline{O_4A} = \overline{O_4F'_4} + \overline{F'_4A} = f'_4 - \overline{AF'_4}$

$$\overline{O_4A'} = \frac{f'_4 \times \overline{O_4A}}{\overline{O_4A} + f'_4} = \frac{f'_4 (f'_4 - \overline{AF'_4})}{2f'_4 - \overline{AF'_4}} \Rightarrow \text{AN : } \boxed{\overline{O_4A'} = \frac{-30 \text{ cm} \times (-30 \text{ cm} - 20 \text{ cm})}{-60 \text{ cm} - 20 \text{ cm}} = -18,75 \text{ cm}}$$

Relation de grandissement de Descartes : $\Gamma = \frac{\overline{O_4A'}}{\overline{O_4A}}$. AN : $\boxed{\Gamma = \frac{-18,75 \text{ cm}}{-50 \text{ cm}} = 0,375}$.

4.1. $f'_1 = \frac{1}{V_1} = 0,2 \text{ m}$ et $f'_2 = \frac{1}{V_2} = -0,05 \text{ m}$. $f'_1 > 0$ donc $\mathcal{L}_1$ est convergente et $f'_2 < 0$ donc $\mathcal{L}_2$ est divergente.

4.2. La lunette est afocale : elle donne d'un objet AB à l'infini (on observe des objets lointains) une image A'B' à l'infini.

$$AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$$

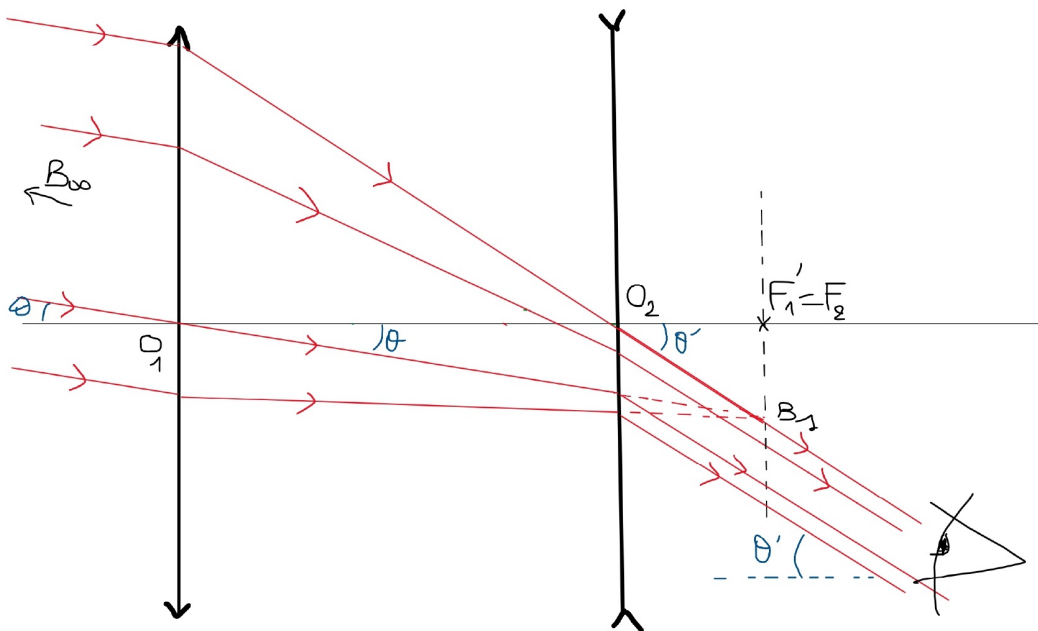
AB est à l'infini donc A_1B_1 est dans le plan focal image de $\mathcal{L}_1$ d'où $\overline{O_1A_1} = f'_1$.

Pour que l'image A'B' soit à l'infini il faut que l'objet A_1B_1 pour $\mathcal{L}_2$ soit dans son plan focal objet d'où $\overline{O_2A_1} = -f'_2$

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1A_1} + \overline{A_1O_2} \quad \text{soit} \quad \boxed{\overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2 = 15 \text{ cm}}$$

Dans les triangles $O_1F'_1B_1$ et $O_2F'_1B_1$ on obtient $\tan \theta = \frac{F'_1B_1}{f'_1}$ et $\tan \theta' = \frac{F'_1B_1}{-f'_2}$. Dans les conditions de Gauss

les angles sont petits donc $\tan \theta \approx \theta$ et $\tan \theta' \approx \theta'$. Dans ces conditions $G = \frac{\theta'}{\theta}$ est égal à $\boxed{G = -\frac{f'_1}{f'_2} = 4}$.



4.3.

- Le diamètre apparent du cratère Copernic de diamètre d est $\theta = \frac{d}{D_{TL}} = \frac{96 \text{ km}}{3,84 \cdot 10^5 \text{ km}} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$. Il est inférieur au pouvoir séparateur de l'œil donc à l'œil nu on verra un point.

L'image du cratère à travers la lunette a elle un diamètre apparent égal à $\theta' = G \times \theta = 4 \times 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 10 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$. Cet angle est supérieur au pouvoir séparateur de l'œil donc la structure du cratère sera bien visible à travers la lunette.

Le cratère Clavius a un diamètre apparent environ 2,5 fois plus grand : on peut l'observer à l'œil nu et a fortiori à travers la lunette.

- Le diamètre apparent de Vénus sera égal à $\theta = \frac{12\,150\text{ km}}{4,5 \cdot 10^7\text{ km}} = 2,7 \cdot 10^{-4}\text{ rad}$. Cette valeur est inférieure au pouvoir séparateur de l'œil donc Vénus apparaîtra à l'œil nu comme un point.

À travers l'instrument le diamètre apparent est 4 fois plus grand et devient supérieur au pouvoir séparateur de l'œil. On pourra donc observer le disque de Vénus à travers l'instrument.

Remarque : il faudrait la distance Terre-Jupiter pour savoir si Jupiter apparaît comme un disque ou un point à travers la lunette.

Exercice 2 : Latitude de mise au point d'un microscope

1.1.

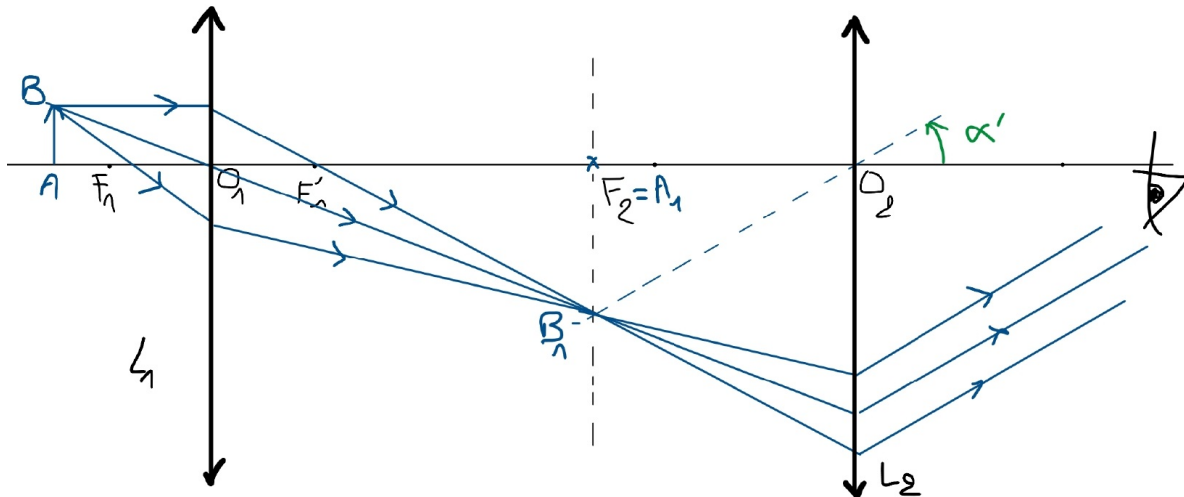
$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$$

Pour que l'œil n'accomode pas il faut que l'image $A'B'$ soit à l'infini donc que A_1B_1 soit dans le plan focal objet de L_2 d'où $A_1 = F_2$.

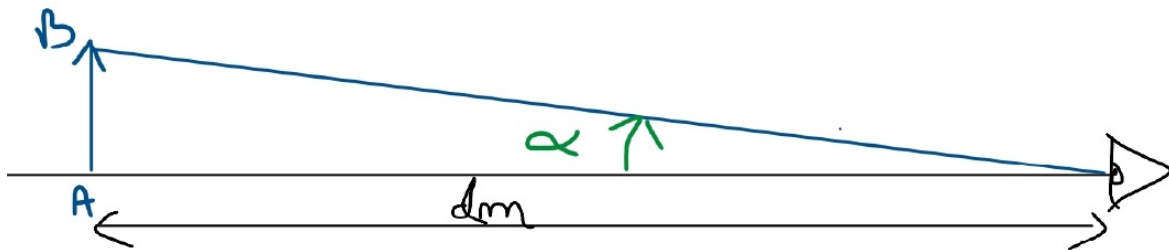
Relation de conjugaison de Newton : $\overline{F'_1A_1} \times \overline{F_1A} = -f_1'^2$ avec $\overline{F'_1A_1} = \overline{F'_1F_2} = \Delta$ d'où

$$\overline{F_1A} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} \quad \text{AN : } \boxed{\overline{F_1A} = -\frac{(5\text{ mm})^2}{25\text{ cm}} = -0,1\text{ mm}}$$

1.2.



1.3. À l'œil nu, si l'objet est situé au *punctum proximum* alors il est vu sous l'angle $\alpha = -\frac{AB}{d_m}$.



Dans le triangle $F_2B_1O_2$ on a $\tan \alpha' = \frac{F_2B_1}{f_2'}$ soit (petits angles) $\alpha' = \frac{F_2B_1}{f_2'}$. Les triangles ABO_1 et $F_2B_1O_1$ sont semblables donc $F_2B_1 = AB \times \frac{O_1F_2}{AO_1}$ soit

$$F_2B_1 = AB \times \frac{\frac{f_1' + \Delta}{f_1'^2} + f_1'}{\frac{1}{\Delta} + f_1'} = AB \times \frac{1 + \frac{\Delta}{f_1'}}{1 + \frac{\Delta}{f_1'}} \approx AB \times \frac{\Delta}{f_1'} \quad \text{car } \Delta \gg f_1'$$

On obtient donc pour le grossissement

$$\boxed{G \approx -\frac{\Delta d_m}{f'_1 f'_2}} \quad \text{AN :} \quad \boxed{G = -\frac{25 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}} = -500}$$

Le signe négatif traduit que l'image est inversée par rapport à l'objet.

3. Si le point A se rapproche de F_1 alors l'image intermédiaire A_1B_1 se rapproche de O_2 donc l'image finale $A'B'$ devient virtuelle (à gauche de L_2) à distance finie.

On cherche la nouvelle position de A telle que A' est située à $d_m = 25 \text{ cm}$ de l'œil c'est-à-dire de F'_2 :

$$\overline{A'F'_2} = d_m$$

Relation de conjugaison de Newton pour L_2 :

$$\overline{F'_2A'} \times \overline{F_2A_1} = -f_2'^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{F_2A_1} = \frac{f_2'^2}{d_m}$$

On en déduit $\overline{F'_1A_1} = \overline{F'_1F_2} + \overline{F_2A_1} = \overline{F'_1F_2} + \frac{f_2'^2}{d_m} = \Delta + \frac{f_2'^2}{d_m}$.

Relation de conjugaison de Newton pour L_1 :

$$\overline{F'_1A_1} \times \overline{F_1A} = -f_1'^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{F_1A} = -\frac{f_1'^2}{\Delta + \frac{f_2'^2}{d_m}} \quad \text{AN :} \quad \overline{F_1A} = -\frac{(0,5 \text{ cm})^2}{25 \text{ cm} + \frac{(2,5 \text{ cm})^2}{25 \text{ cm}}} = -0,099 \text{ mm}$$

Latitude de mise au point : $0,1 \text{ mm} - -0,099 \text{ mm} = 1 \mu\text{m}$. C'est très faible d'où la nécessité d'utiliser des vis micrométriques.